

直井中钻柱非线性螺旋屈曲准静态加载模型研究^{*}

刘 峰¹ 王鑫伟²

(1.中国民航飞行学院航空工程学院 2.南京航空航天大学航空宇航学院)

刘峰等.直井中钻柱非线性螺旋屈曲准静态加载模型研究.天然气工业,2007,27(1):64-67.

摘 要 采用有限元法对直井中钻柱非线性螺旋屈曲准静态加载模型的控制微分方程进行了求解,对钻柱螺旋屈曲准静态加载模型的合理性进行了理论验证,证明了钻柱螺旋屈曲准静态加载问题和特征值问题,力学模型中考虑了钻柱的重力,摒弃了传统分析中的小位移假设。研究表明,钻柱的螺旋屈曲过程是一个稳定的加载过程;钻柱屈曲位移的幅值随轴向载荷的增大而增大;钻柱的屈曲位移、弯矩和井壁约束力线密度都呈周期性变化;将钻柱的螺旋屈曲问题作为一个准静态加载问题来分析是合理的;采用准静态加载模型计算得到的钻柱初始失稳载荷与钻柱正弦屈曲线性特征值问题的分析结果吻合。

主题词 钻井 钻柱 非线性 螺旋屈曲 准静态加载 力学模型

现代定向井技术中常采用柔性钻柱进行作业,钻柱的稳定性直接关系到定向井钻井工程的成败。上世纪 60 年代 Lubinski^[1]采用等螺距假设和能量法对竖直井中无重钻杆螺旋屈曲问题进行了分析。其后,Mitchell^[2]使用解析法求解了直井中无重钻柱平面屈曲和螺旋屈曲准静态加载问题,用伽辽金法^[3,4]求解了有重钻柱在直井中的螺旋屈曲准静态加载问题。国内李子丰^[5]等用解析法分析了无重无摩擦力受压扭细长圆杆(管)在水平井中的等螺距螺旋屈曲问题。Wu^[6]采用等螺距假设用能量法对直井和平面曲井中钻柱的螺旋屈曲做了分析。于永南^[7]等用能量法分析了有重钻柱在直井中的正弦屈曲和等螺距螺旋屈曲,并建立了直井中钻柱正弦屈曲特征值问题分析的有限元法。刘峰^[8]构造了有限元增量加权迭代法对直井中有重钻柱屈曲的非线性特征值问题进行了求解。从目前的研究来看,对钻柱非线性螺旋屈曲问题的分析方法一般有两种,即将其作为一个非线性的特征值问题或非线性的准静态加载问题进行分析。

文献[9]中已导出了直井中钻柱屈曲的控制微分方程和泛函,并考察了钻柱在自重作用下的屈曲问题。本文在文献[9]的基础上采用有限元法对直

井中上端集中载荷作用下钻柱非线性螺旋屈曲准静态加载问题进行了求解,对钻柱螺旋屈曲准静态加载模型的合理性进行了理论验证,证明了钻柱螺旋屈曲准静态加载问题和特征值问题的理论基础。

一、理论分析

1.直井中钻柱屈曲平衡微分方程和泛函
直井中钻柱屈曲的分析模型如图 1 和图 2 所示。

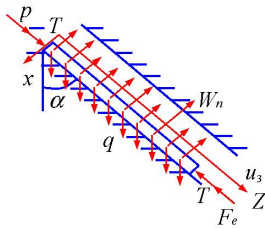


图 1 钻柱屈曲力学分析模型侧视图

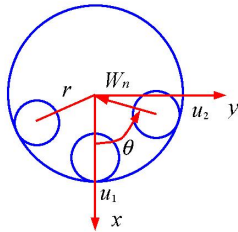


图 2 钻柱屈曲力学分析模型井眼横截面图

^{*} 本文受到中国博士点基金(编号:20020287003)和美国 Smith Tool International 公司的资助。

作者简介:刘峰,1977 年生,讲师;2005 年毕业于南京航空航天大学,获工学博士学位,从事结构有限元仿真、复合材料结构研究和航空理论教学工作。地址:(618307)四川省广汉市中国民航飞行学院。电话:(0838)5182635。E-mail:lhjlf999@so-hu.com

图1、图2中： p 为钻柱上端屈曲载荷、 F_e 为钻柱下端轴向反力、 T 为扭矩、 W_n 为井壁对钻柱的法向约束力线密度、 q 为钻柱重力线密度、 r 为钻柱与井眼的中心距、 θ 为钻柱截面中心侧向角位移、 α 为井斜角、 u 、 v 为 x 、 y 向线位移。由文献[9]可知,在钻柱发生屈曲时紧贴井壁的基本假设下,钻柱屈曲的切向和法向平衡方程依次为:

$$EI[\ddot{\theta} - 6(\theta')^2\theta''] + (F_f\theta')' + 3T\theta'\theta'' + (q_x \sin \theta)/r = 0 \quad (1)$$

$$W_n = EIr[4\theta'\theta''' + 3(\theta')^2 - (\theta')^4] + F_f r(\theta')^2 + Tr(\theta')^3 - Tr\theta''' + q_x \cos \theta \quad (2)$$

式中： $F_f = p + q_z z$ 是外加轴向载荷； q_z 为重力的轴向分量； q_x 为重力的横向分量。

切向平衡方程对应的泛函为：

$$\Pi = \Delta U_1 + \Delta U_2 - \Delta T_1 - \Delta T_2 - \Delta T_3 - \Delta T_4 \quad (3)$$

$$\text{其中：} \quad \Delta U_1 = \frac{EI}{2} \int_0^1 (\theta')^4 dz \quad (4)$$

$$\Delta U_2 = \frac{EI}{2} \int_0^1 (\theta')^2 dz \quad (5)$$

$$\Delta T_1 = pC_1 = p \frac{1}{2} \int_0^1 (\theta')^2 dz \quad (6)$$

$$\Delta T_2 = \frac{1}{2} \int_0^1 q_z z (\theta')^2 dz \quad (7)$$

$$\Delta T_3 = \frac{1}{2} \int_0^1 T(\theta')^3 dz \quad (8)$$

$$\Delta T_4 = \frac{1}{r} q_x \int_0^1 \cos \theta dz \quad (9)$$

钻柱弯矩的表达式为：

$$M = EIr \sqrt{[(\theta')^4 + (\theta')^2]} \quad (10)$$

2. 钻柱螺旋屈曲特征值问题和准静态加载问题的理论基础

目前对钻柱非线性螺旋屈曲问题的分析方法一般有两种,即将其作为一个非线性的特征值问题或非线性的准静态加载问题进行分析。特征值问题对应结构的某个临界状态,属于不确定性问题。准静态加载问题对应的是结构变形的整个过程,属于确定性问题。非线性准静态加载问题的求解可归结为求解非线性方程组：

$$F(u) = 0 \quad (11)$$

而特征值问题中结构处于临界状态时,在外载荷不变的情况下将会有式(12)成立：

$$F(u + \Delta u) = 0 \quad (12)$$

当 Δu 较小时式(12)可写为：

$$F(u) + F'(u)\Delta u = 0 \quad (13)$$

式(13)与式(11)相减则得到非线性特征值问题的数

学方程：

$$F'(u)\Delta u = 0 \quad (14)$$

式中： $F'(u)$ 为切线刚度矩阵。

对于静力加载问题,式(12)~(14)是不成立的,所以采用特征值问题来求解的大前提是认为在钻柱屈曲的过程中的确存在临界状态。可见钻柱螺旋屈曲分析中的两种方法具有截然不同的理论基础。后面将通过有限元计算证明钻柱的螺旋屈曲问题是一个确定性问题。

3. 钻柱螺旋屈曲特征值问题和准静态加载问题的有限元列式

采用两节点梁单元来模拟钻柱,每个节点上有两个自由度(θ 和 θ'),单元内的位移函数 θ 可取为三次多项式,并且令单元位移向量 $\{u^e\}$ 中的元素为 u_i^e ($i=1\sim 4$)。由于后面的验证算法中将用到钻柱正弦屈曲的结果。因此,首先给出钻柱正弦屈曲线性特征值问题的有限元列式。对钻柱正弦屈曲问题进行分析时,由于 θ 很小,可以将泛函表达式中的高阶非线性项 ΔU_1 和 ΔT_3 去掉,而 ΔT_4 可以简化为：

$$\Delta T_4 = \frac{q_x}{r} \int_0^1 \left(1 - \frac{\theta}{2}\right) dz \quad (15)$$

则钻柱正弦屈曲线性特征值问题分析的单元刚度矩阵和初应力矩阵中的元素依次可写为：

$$K^e(i, j) = \frac{\partial^2 \Delta U_2}{\partial u_i^e \partial u_j^e} - \frac{\partial^2 \Delta T_2}{\partial u_i^e \partial u_j^e} - \frac{\partial^2 \Delta T_4}{\partial u_i^e \partial u_j^e} \quad (16)$$

$$K_\sigma^e(i, j) = \frac{\partial^2 C_1}{\partial u_i^e \partial u_j^e} \quad (17)$$

若以 u 表示结构的屈曲位移向量,则钻柱的正弦屈曲问题可归结为如下的线性特征值问题：

$$([K] - p[K_\sigma])\Delta u = 0 \quad (18)$$

直井中钻柱螺旋屈曲非线性特征值问题分析的单元切线刚度矩阵中的元素为：

$$K^e(i, j) = \frac{\partial^2 \Delta U_1}{\partial u_i^e \partial u_j^e} + \frac{\partial^2 \Delta U_2}{\partial u_i^e \partial u_j^e} - \frac{\partial^2 \Delta T_2}{\partial u_i^e \partial u_j^e} - \frac{\partial^2 \Delta T_3}{\partial u_i^e \partial u_j^e} - \frac{\partial^2 \Delta T_4}{\partial u_i^e \partial u_j^e} \quad (19)$$

非线性特征值问题初应力矩阵中的元素与式(17)相同。则直井中钻柱螺旋屈曲问题可归结为如下的非线性的特征值问题：

$$([K(u)] - p[K_\sigma])\Delta u = 0 \quad (20)$$

若钻柱的单元总数为 m ,节点总数为 n ,则 $n=m+1$ 且屈曲位移向量 u 为 $2n$ 维向量。直井中钻柱屈曲准静态加载问题的单元力向量中的元素可表示为：

$$F_i = \frac{\partial \prod^e}{\partial u_i^e} \quad (i=1\sim 4) \quad (21)$$

式中： Π^e 为单元的泛函。

由此可以组集结构的节点力向量从而得到钻柱非线性螺旋屈曲准静态加载问题的平衡方程组：

$$F_i(u) = 0 \quad (i = 1, 2, 3, \dots, 2n) \quad (22)$$

式中： u 为结构屈曲位移向量； n 为节点总数。

很明显，式(22)是一个非线性方程组。

4. 边界约束条件

本文引入了 3 种钻柱端部的约束条件：①“退化的固支条件”(Ebbled Clamped)： $\theta=0$ ；②固支条件(Clamped)： $\theta=0$ 且 $\theta'=0$ ；③无附加约束条件(Free)。在实际分析时采用了以下两种边界条件：a. 钻柱上端为退化的固支条件，下端无附加约束条件(EC-F)；b. 钻柱上端为固支条件，下端无附加约束条件(C-F)。

二、验证算法

为了对直井中钻柱非线性螺旋屈曲准静态加载模型的合理性进行验证，本文采用了如下的算法：①采用准静态加载模型对钻柱非线性螺旋屈曲问题进行分析，即采用 Newton-Raphson 法求解式(22)所示的非线性方程组；②将前面计算得到的各个载荷步下的屈曲位移分别代入式(20)，通过特征值问题的求解得到各个屈曲位移状态下对应的屈曲临界载荷 p_{eigen} ；③将准静态加载问题中各个载荷步的载荷 p_{load} 与对应的屈曲临界载荷 p_{eigen} 作对比，若 $p_{\text{eigen}} > p_{\text{load}}$ 则说明钻柱此时处于稳定状态，用准静态加载模型进行分析是合理的；反之则说明此时钻柱已经失稳，不能采用准静态加载模型。为了验证准静态加载模型在钻柱正弦屈曲问题分析中的有效性，本文采用准静态加载模型的计算来捕捉钻柱第一次出现非零位移时对应的载荷，并且与钻柱正弦屈曲线性特征值问题的临界载荷进行对比，若两者吻合，则说明准静态加载模型可以对钻柱正弦屈曲问题作出正确的分析。由于本文重点在于对准静态加载模型的合理性进行理论验证。因此，不涉及对钻柱螺旋屈曲临界载荷定义的讨论。

三、实例分析

为了对直井中钻柱非线性螺旋屈曲准静态加载模型的合理性进行验证，下面给出几个算例。

实例一：采用准静态加载模型分析钻柱的屈曲问题，考察钻柱上端轴向载荷 p 逐渐增大时钻柱的屈曲过程。主要计算参数为：钻柱抗弯刚度 $EI=381914 \text{ Nm}^2$ ，钻柱长 $L=30 \text{ m}$ ，重力线密度 $q=172.0$

N/m，井斜角 $\alpha=45^\circ$ ，扭矩 $T=0 \text{ Nm}$ ，井筒与钻柱的中心距为 $r=0.04 \text{ m}$ ，载荷 p 最大加载值为 114868 N，载荷总加载步数 20，单元总数 30，边界约束条件为 EC-F。图 3~5 给出了载荷 p 逐渐增大时钻柱屈曲位移、钻柱弯矩 M 和井壁约束力线密度的曲线图。

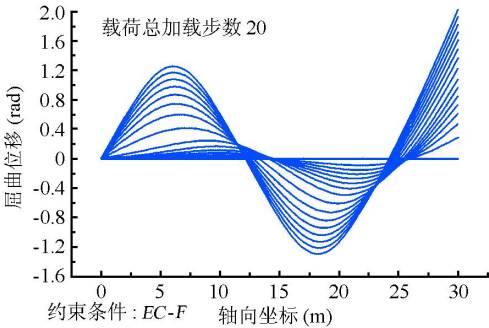


图 3 载荷 p 增大时屈曲位移 θ 曲线图

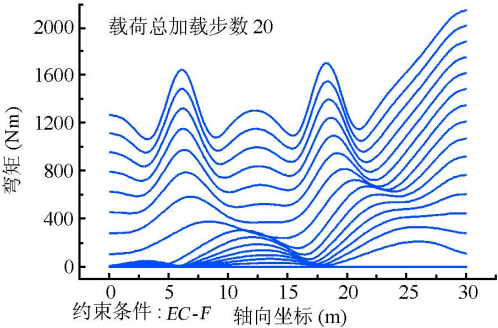


图 4 载荷 p 增大时钻柱弯矩 M 曲线图

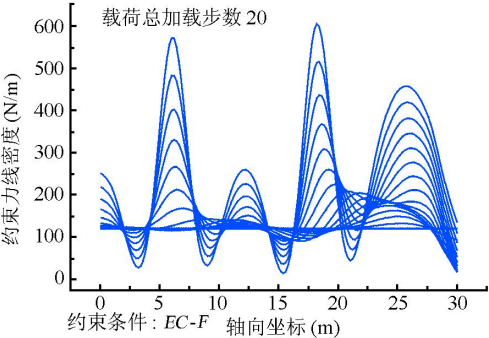


图 5 载荷 p 增大时井壁约束力线密度 W_n 曲线图

从图 3 可看到，当轴向载荷 p 较小的时候，钻柱的屈曲位移为零，即钻柱从计算中的扰动位置回到了初始位置，处于稳定状态。随着载荷 p 继续增大，钻柱偏离初始位置，经历了从小位移的正弦屈曲到大位移屈曲的整个过程。从图 4~5 可看到，载荷增大时钻柱弯矩和井壁约束力线密度的幅值也逐渐增大，且约束力线密度都为正，符合钻柱屈曲时紧贴井壁假设，所以上面的解都可取。

实例二：采用本文的算法验证钻柱非线性螺旋屈曲准静态加载模型的合理性。主要计算参数与实

例一相同。图6给出了EC-F边界条件下 p_{eigen} 和 p_{load} 对比曲线,横坐标 δ_{max} 为各载荷步下屈曲位移幅值的最大值。

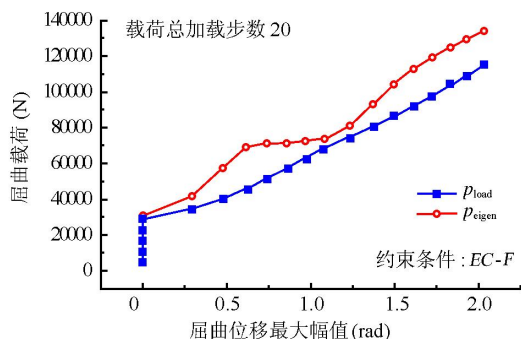


图6 直井准静态加载模型验证(EC-F)

从图6中可看到,准静态加载过程中始终有 $p_{\text{eigen}} > p_{\text{load}}$,这说明钻柱的非线性螺旋屈曲过程是一个稳定的准静态加载过程,因此采用准静态加载模型来分析钻柱的螺旋屈曲问题是合理的。

实例三:采用本文的算法验证准静态加载模型在钻柱正弦屈曲问题分析中的有效性。表1给出了EC-F和C-F两种边界条件下的计算结果。

表1 直井中钻柱准静态加载模型和线性特征值模型初始失稳载荷比较表

约束条件	EC-F	C-F
线性特征值分析正弦屈曲临界载荷(N)	32504.88	32504.88
准静态加载分析初始失稳临界载荷(N)	32490~32520	32490~32520

从表1可以看到,线性特征值分析得到的不同边界约束条件下的钻柱正弦屈曲临界载荷均处于非线性的准静态加载模型所给出的初始失稳载荷范围内,也就是说准静态加载模型能够对钻柱的正弦屈曲做出正确的分析。计算表明当准静态加载模型计算时的加载步长取为更小的值时,结果更加准确。

四、结 论

本文采用有限元法对直井中钻柱非线性螺旋屈

曲准静态加载模型的控制微分方程进行了求解,对钻柱螺旋屈曲准静态加载模型的合理性进行了理论验证,证明了钻柱螺旋屈曲准静态加载问题和特征值问题的理论基础,力学模型中考虑了钻柱的重力。分析表明,钻柱的螺旋屈曲问题是一个确定性问题,将钻柱的螺旋屈曲问题作为一个准静态加载问题来分析是合理的,也是符合客观实际的。采用准静态加载模型计算得到的钻柱初始失稳载荷与钻柱正弦屈曲线性特征值问题的分析结果吻合,即准静态加载模型也能够用于分析钻柱的正弦屈曲问题。

参 考 文 献

- [1] A LUBINSKI, ALTHOUSE W S, LOGAN J L. Helical buckling of tubing sealed in packers[J]. Journal of Petroleum Technology, June, 1962, 655-670.
- [2] MITCHELL R F. Buckling behavior of well tubing: the packer effect[J]. Society of Petroleum Engineers Journal, October, 1982, 616-624.
- [3] MITCHELL R F. Effects of well deviation on helical buckling[J]. Drilling & Completion, March 1997, 63-69.
- [4] MITCHELL R F. Buckling analysis in deviated wells: a practical method [J]. Drilling & Completion, March 1999, 14(1): 11-20.
- [5] 李子丰,马兴瑞,黄文虎.水平管中受压扭细长圆杆(管)的线性弯曲[J].哈尔滨工业大学学报,1994,26(1):96-100.
- [6] WU J. Torsional load effect on drill-string buckling[J]. Production Operations Symposium, Oklahoma City, SPE37477, 1997, 703-710.
- [7] 于永南,胡玉林,韩志勇,等.井眼中钻柱稳定性分析的有限元法[J].石油大学学报(自然科学版),1998,22(6): 74-78.
- [8] 刘峰,王鑫伟.斜直井中钻柱非线性屈曲分析的有限元增量加权迭代法[J].中国机械工程,2004,15(24):2163-2168.
- [9] FENG LIU, WANG XINI-WEI. Nonlinear buckling analysis of tubing in deviated wells by finite element method[J]. Transactions of Nanjing University of Aeronautics and Aeronautics, 2004, 21(1): 36-42.

(收稿日期 2006-09-17 编辑 钟水清)