

可压缩钝楔边界层转捩到湍流的 直接数值模拟*

李新亮** 傅德薰 马延文

(中国科学院力学研究所 LNM 国家重点实验室, 北京 100080)

摘要 直接数值模拟了来流 Mach 数为 6 的钝楔边界层在特定扰动(音速点附近壁面吹吸)下的转捩到湍流的整个过程. 分析了平均速度剖面, 脉动速度均方根及剪切应力等统计量, 并与不可压理论及实验结果进行了比较. 展示了转捩过程中的涡结构并分析了压力梯度对转捩的影响.

关键词 边界层 转捩 直接数值模拟 可压湍流

由于壁面的影响, 壁湍流及其转捩过程要比自由湍流复杂, 其直接数值模拟也相对复杂. 目前关于壁湍流的直接数值模拟多采用时间模式, 假设流动沿流向具有周期性, 通过流动的时间的演化来模拟转捩过程. 对于槽道湍流, 可以将压力梯度等效为平均体积力, 从而假设流动具有流向的周期性. 而对于平板边界层, 由于边界层厚度沿流向的变化, 平均流场沿流向没有周期性, 但可以将这种平均流的非周期性看成一个等效的体积驱动力, 从而认为流动具有流向的周期性. 时间模式引入了人为假设, 与实际流动之间存在一定差距. 另外时间模式只能应用于像槽道、平板边界层等相对简单的流动, 而无法应用于像钝头体边界层这样相对复杂的流动. 与时间模式不同, 空间模式没有假设流向的周期性, 直接模拟流向的转捩过程, 更为符合实际流动情况. 但由于计算量大, 目前空间发展的湍流边界层的直接数值模拟结果很少.

相对不可压壁湍流, 可压壁湍流的直接数值模拟开展得较晚, 其结果也较少. 但由于航空航天领域的需求, 近年来也逐渐开展了可压壁湍流的研究. Guarini

2003-12-08 收稿, 2004-04-16 收修改稿

* 国家重大研究计划基金(批准号: 90205025)、国家自然科学基金(批准号: 19872070, 170176033)和国家重点基础研究专项基金(批准号: G1999032805)资助项目

** E-mail: lixl@lnm.imech.ac.cn

等人(2000)^[1]对来流Mach数为 2.5 的可压平板边界层湍流进行了直接数值模拟. Maeder等人(2001)^[2]对来流Mach数为 3, 4.5 和 6 的平板边界层进行了直接数值模拟, 并分析了压缩性效应的影响. 根据Maeder 等人的数值计算结果, 对于来流Mach数 $M_\infty=6$ 的平板, 湍流边界层内的最高湍流Mach数(以脉动速度均方根及平均音速定义)接近 0.45, 压缩性效应直接影响到了湍流小尺度结构, Morkovin理论已经不再适用. Guarini 及Maeder 等人的数值模拟为时间模式. Rai等人 (1995)¹⁾采用空间模式对来流Mach数 2.5 的可压平板边界层湍流进行了直接数值模拟, 并对流场进行了统计分析. 到目前为止空间发展的可压边界层湍流的直接数值模拟结果非常少.

目前湍流边界层的数值模拟多为平板边界层, 而航空航天等领域更为关心钝头体边界层的转捩情况. 高速飞行器的外形多为钝头体, 其边界层的转捩特征对整个气动布局及热流影响很大. 通过直接数值模拟来研究钝头体超音速绕流边界层的转捩过程是十分有意义的. Zhong 等人(2001)^[3]对抛物线状物体超声速绕流边界层进行了数值模拟, 分析了边界层对来流扰动的吸收. 但其工作仅限于二维情况, 无法模拟转捩过程. Laurien(1996)^[4]对再入工况下的钝锥边界层进行了理论分析和数值模拟, 其工作包含了二维分析和三维数值模拟. 但其三维数值模拟却以时间发展的平板边界层代替, 与实际流动差距很大. 到目前为止, 作者尚未检索到钝头体超音速绕流边界层转捩到湍流直接数值模拟的报道.

作者对钝楔(头部为柱面, 后部为平面)超音速绕流边界层的转捩过程进行了直接数值模拟. 扰动源为头部音速点附近的壁面吹吸. 数值模拟采用了空间模式. 分析了平均速度剖面, 脉动速度均方根及剪切应力等统计量, 并与不可压理论及实验结果进行了比较. 对于本问题, 虽然来流 Mach 数较高, 但头激波内的 Mach 数并不是很高. 这时 Morkovin 理论仍然成立, 流场的许多统计特征与不可压流动相差不大. 钝楔头部有强烈的顺压梯度存在, 该顺压梯度对扰动的发展有抑制作用. 作者发现该顺压梯度对不同位置处扰动的抑制作用是不同的, 近壁扰动受到了强烈抑制, 而远离壁面处的扰动受到的抑制则很弱.

1 数值模拟

物理问题如图 1 所示, 半楔角为 6° 的钝楔(柱楔)在 Mach 数 6 的来流下形成弓形头激波, 贴近壁面处形成了边界层. 当流动的 Reynolds 数很高时边界层很薄. 如对于本文研究的流动工况, 计算域内的边界层的厚度不超过头部圆柱半径的 $1/20$. 本文先进行二维无扰动层流的数值模拟, 得到该二维绕流的定常解. 再以此基础, 在音速点附近添加法向吹吸扰动, 进行三维直接数值模拟(空间模式),

1) Rai M M, Gatski T B, Erlebacher G. Direct simulation of spatially evolving compressible turbulent boundary layers. AIAA Paper, 1995, 095-0583

研究流动的转捩过程, 并对充分发展的壁湍流进行统计分析.

1.1 二维钝楔绕流的数值模拟

流动的控制方程为无量纲的可压缩 N-S 方程. 在壁面采用无滑移边界条件, 外流采用无穷远来流条件, 在对称轴上采用对称条件, 出口采用无反射边界条件. 壁面采用无滑移条件及恒温壁, 壁面温度为 T_w .

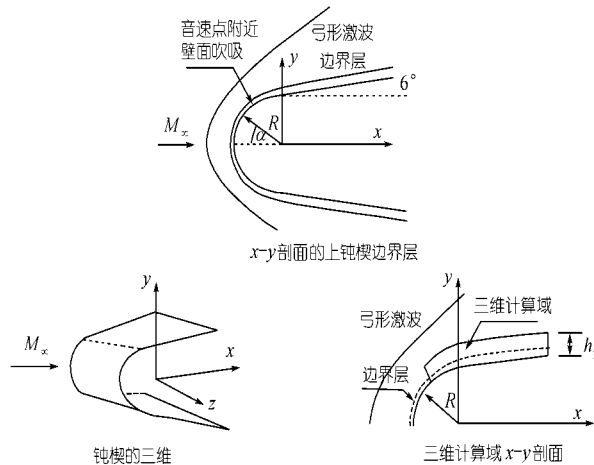


图 1 钝楔及计算域示意图

对无黏项进行流通矢量分裂, 分裂后采用 5 阶 WENO 格式^[5]进行计算, 黏性项采用 6 阶精度的中心差分格式计算. 网格点为 1080×380 . 计算参数如表 1. 其中 M_∞ 为来流 Mach 数, $Re = \frac{\rho_\infty u_\infty R}{\mu_\infty}$ 为 Reynolds 数 (R 为钝楔头部圆柱的半径), T_w 为壁面温度.

表 1 二维计算的计算参数

M_∞	Re	T_w
0.6	2.0×10^6	5.0

图 2 为二维定常流的压力等值线, 从中可以看出明显的弓形头激波. 图 3 为钝楔二维定常绕流的等 Mach 数线, 可以看出, 在本计算域内, 头激波内的最高 Mach 数约为 2.5 左右, 远小于来流 Mach 数. 这使得压缩性效应对钝楔边界层的影响弱于同等来流 Mach 数下的平板边界层.

根据本流动的特点, 音速点位于头部的圆柱上, 音速点后部的流动对钝楔头部的压力分布影响很小. 因此本问题的压力分布应当与相同来流 Mach 数的圆柱绕流对于点的压力分布相近.

图 4 为壁面的压力分布图, 横轴为所在位置与 x 轴负方向的夹角 α (见图 1, $\alpha = 0^\circ$ 为驻点), 纵轴为 p/p_∞ . 其中实线为本文计算结果, 符号为文献^[6]中的圆柱绕

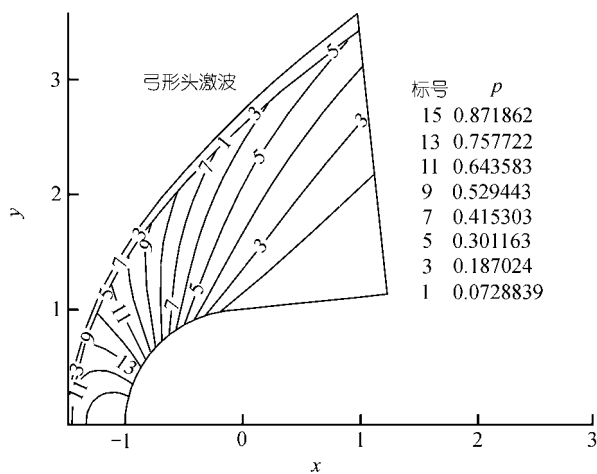


图 2 钝楔二维定常流动的压力分布

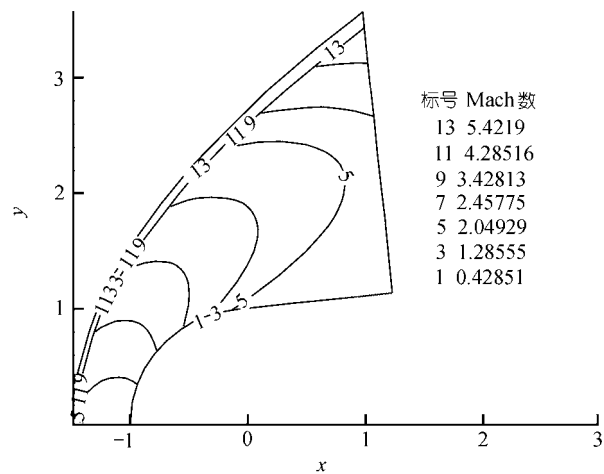


图 3 钝楔二维定常流动的等 Mach 数线

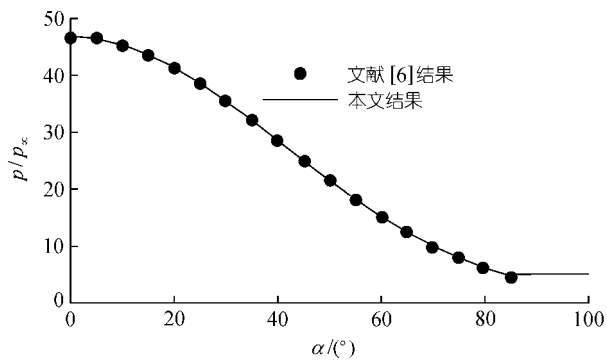


图 4 壁面上的压力分布

流的压力分布($M_\infty=6$). 由于音速点位于钝楔头部的圆柱上, 其后为超音速流, 因此钝楔头部圆柱上的压力分布应当与相同来流Mach数圆柱绕流相差很小. 从图 4 可以看出, 本文计算出的钝锥头部壁面上的压力分布与文献[6]的圆柱绕流压力分布吻合十分理想, 从而验证了本文的数值计算.

从中可以看出两者吻合很好, 从而验证了本文的计算结果.

钝楔是由头部的圆柱与后部的平板拼接而成, 在圆柱与平板的交界处存在曲率间断, 该曲率间断对流场将产生一定的影响. 图 5 为曲率间断点附近壁面的压力分布, 对于 6° 半楔角的钝楔, 圆柱与平板的交界点位于 $\alpha=84^\circ$ ($x=-0.105$) 处. 可以看出在交界点前有强烈的顺压梯度, 其后受曲率间断的影响, 在不远处出现逆压梯度. 该种压力分布情况将直接影响湍流的转捩过程.

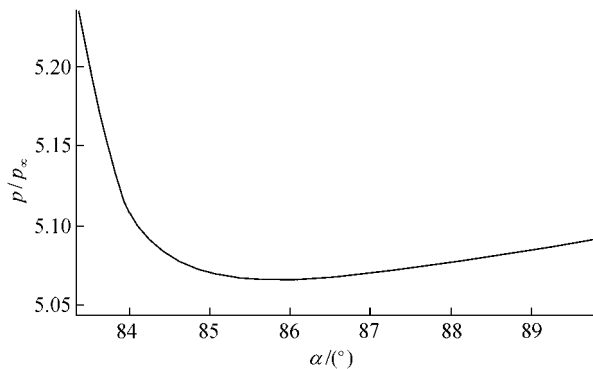


图 5 曲率间断点附近的壁面压力分布

1.2 三维数值模拟

如图 1 所示, 选取音速点后的区域为三维计算的计算域, 计算域参数如表 2.

表 2 三维计算的计算域

流向(壁面上)	法向	展向
$-0.628 \leq x \leq 1.224$	$h_y=0.134$	$h_z=0.1$

控制方程为经过Jacobian变换后的三维可压缩N-S方程^[7], 流体黏性系数与温度的关系采用Sutherland 公式.

在壁面采用无滑移边界条件及恒温条件. 入口及外边界的全部物理量均给定, 其值由二维计算得到的定常解确定.

本文对于出口边界采用无反射边界条件. 即在边界上进行矢通量分裂, 并令流入计算域的矢通量的空间导数为 0, 而流出计算域的矢通量的空间导数用单边差分来确定. 应当指出, 出口边界包含超音速区及亚音速区. 而超音速区及亚音速区的边界条件处理应当是不同的. 但为了便于计算, 作者没有区分超音速出口区及亚音速出口区, 统一使用了超音速出口无反射边界条件. 这种处理会带来一

定误差,但这种误差主要表现在出口截面附近。作者发现,对于本问题,出口边界条件的影响区域并不大,从各统计量来看其影响区域不超过 0.1 个无量纲长度。因此除了出口边界附近很小的区域存在误差外,其他区域的计算结果是可靠的。

在音速点后很小的范围内添加垂直壁面的周期性吹吸扰动,扰动范围为: $-0.5735 \leq x \leq -0.5062$, 扰动由若干正弦波组成¹⁾, 具体形式如下:

$$v_{bs} = Au_{\infty} f(x)g(z)h(t),$$

其中

$$\begin{aligned} f(x) &= 4 \sin \theta (1 - \cos \theta) / (27)^{1/2}, \quad \theta = 2\pi(x - x_a) / (x_b - x_a), \\ g(z) &= \sum_{l=0}^{l_{\max}} Z_l \sin(2\pi l(z / z_{\max} + \phi_l)), \quad \sum_{l=0}^{l_{\max}} Z_l = 1, \quad Z_l = 1.25Z_{l+1}, \\ h(t) &= \sum_{m=0}^{m_{\max}} T_l \sin(2\pi m(\beta t + \phi_m)), \quad \sum_{m=0}^{m_{\max}} T_m = 1, \quad T_m = 1.25T_{m+1}, \end{aligned}$$

其中 $l_{\max}=10$, $m_{\max}=5$, 说明沿展向包含 10 个模态, 在时间方向有 5 个模态。 x_a , x_b 分别为扰动区起始点及终点的 x 坐标, $z_{\max}$ 为计算域的展向宽度。 ϕ_l , ϕ_m 为介于 0 和 1 之间的随机数。扰动的振幅为 $A=0.04$, 基频为 β 。

黏性项采用 6 阶中心差分格式计算, 无黏项进行矢通量分裂后采用 7 阶迎风偏斜差分格式^[7]计算, 时间推进采用三步 3 阶 Runge-Kutta 方法。

计算参数如表 3。

表 3 三维计算的计算参数

Re	M_{∞}	T_w	β	网格数(流向×法向×展向)
2.0×10^6	6.0	5.0	2.5	$800 \times 160 \times 80$

采用 MPI Fortran77 并行编程, 在 LSSC2 上进行计算。采用 20 个节点(40 CPU)并行计算, 每步耗时为 8.3 s。

2 结果分析

将二维定常解拓展到三维作为初值。计算一定时刻后流动达到统计平衡态(即各时均参数不再发生变化)。达到统计平衡态后, 对各物理量进行统计平均(本文中如无特殊说明, 指沿展向平均后再进行时间平均)得到统计平均量。

图 6 和图 7 分别为入口附近 3 个剖面上的平均速度和平均温度分布, 这 3 个剖面分别为 $I=1$ (入口剖面), $I=10$ 及 $I=20$ 剖面, 这 3 个剖面垂直于壁面, 与壁面的交点分别位于 $x=-0.628$, -0.604 及 -0.580 。图中的 y 指距壁面的垂直距离, 在后文中, 如无特殊声明, y 均指垂直壁面方向的坐标。从图中可以看出入口附近速度边界层的厚度约为 0.004, 温度边界层要略厚些, 约 0.005 左右。

1) 见 467 页脚注 1)

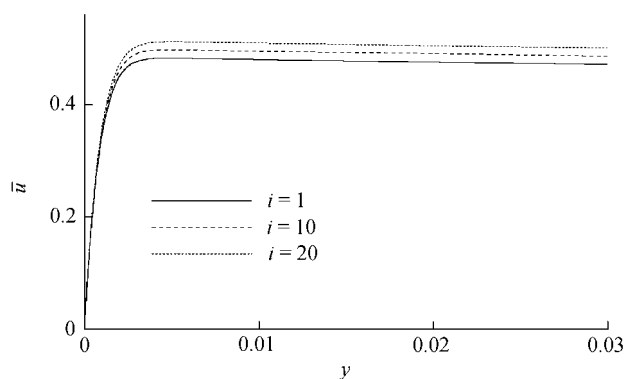


图 6 入口附近 3 个剖面的平均速度分布

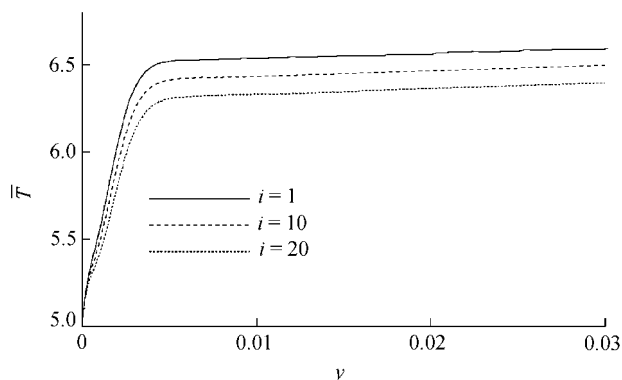


图 7 入口附近 3 个剖面上的平均温度分布

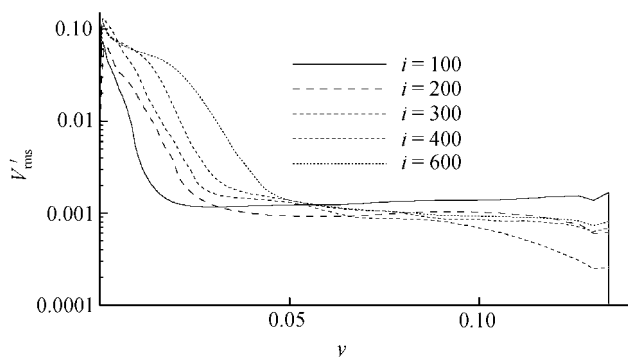


图 8 不同剖面上脉动速度均方根的分布

图 8 为 $I=100, 200, 300, 400, 600$ 剖面上脉动速度均方根的 V'_{rms} 分布, 其中 $V'_{rms} = \sqrt{u'^2_{rms} + v'^2_{rms} + w'^2_{rms}}$. 这些剖面均垂直于壁面, 与壁面的交点分别位于 $x=$

-0.370, -0.094, 0.172, 0.419 及 0.852. 由于外边界采用固定的速度分布, 因此外边界处的脉动均方根为 0. 从图中可以看出, 边界层外脉动均方根很低, 为 10^{-3} 左右, 说明扰动主要集中在边界层内. 从图中还可以看出, 靠近外边界点处的脉动均方根没有明显的增加, 说明外边界没有带来明显的数值扰动.

图 9 为壁面摩擦系数沿流向的变化, 摩擦系数的定义为

$$C_f = \tau_w / \left(\frac{1}{2} \rho_\infty u_\infty^2 \right), \quad \tau_w = \mu_w \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_w.$$

从图 9 可以看出流动的转捩过程, 在扰动区域后(扰动区域位于 $-0.5735 \leq x \leq -0.5062$), 摩擦系数升高, 但随后摩擦系数又开始下降, 并在 $x=0$ 附近达到最小值, 随后摩擦系数快速上升. 摩擦系数的变化反映了流动的转捩过程, 从中可以推测出, 在扰动区后, 流动很快转捩, 但随后扰动在钝楔头部受到抑制, 转捩的最终完成是在钝楔后部的平板上.

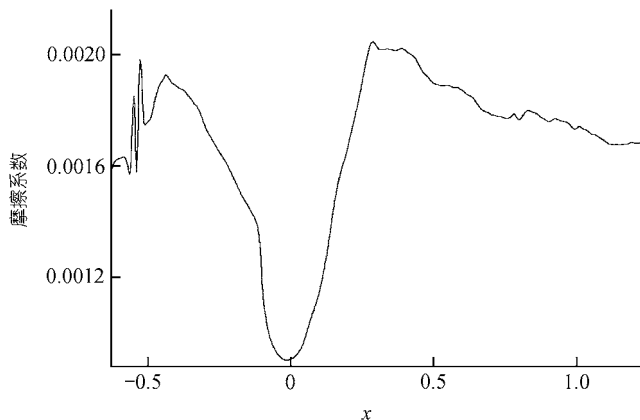


图 9 摩擦系数沿流向的变化

图 10 为距壁面 $y=0.00020$ 处(以 $x=1$ 处的壁面量来归一化为 $y^+=4.2$)等高面上各阶能谱(展向谱)沿流向的变化情况. 展向波数分别为 $k=4, 8, 16, 24$. 可以看出经过扰动区后, 各阶能谱都迅速发展并达到一定的幅值. 在柱面($x < -0.1$)上由于具有很强的顺压梯度, 扰动受到抑制, 因此各阶能谱都经过衰减, 其中高波数谱衰减得更强烈. 在 $x > -0.1$ 以后的平面上, 扰动得到迅速发展, 各阶能谱逐步被激发起来, 在 $x > 0.1$ 以后, 各阶能谱之间的差距并不大, 能谱呈宽谱状态, 说明湍流已经充分发展.

图 11 为 $x=1.0$ 处的平均速度沿壁面法向的分布(经过 Van Diredt 变换^[81]). 其中符号表示计算值, 虚线表示壁面律和对数律, 可以看出速度分布符合壁面律和对

1) 见 467 页脚注 1)

数律. 图中的对数律为 $u^+ = \frac{1}{\kappa} \ln y^+ + C$, 其中 $\kappa = 0.4$, $C=7.8$. 由于存在流向压力梯度, 因此系数 C 与不可压平板边界层有一定差距(不可压平板边界层对应的系数为 $C=5.5$).

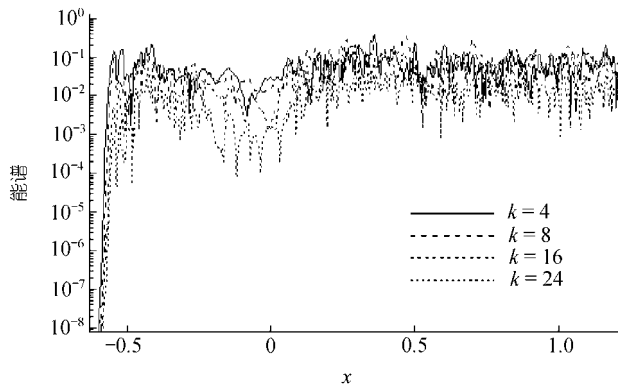


图 10 $y=0.0002$ 的各阶能谱沿流向的变化

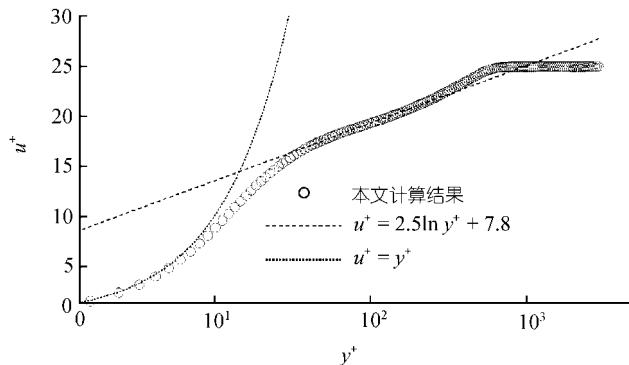


图 11 $x=1.0$ 处的平均速度分布

图 12 为 $x=1.0$ 处的脉动速度均方根 u'_{rms} , v'_{rms} , w'_{rms} 的分布, 从中可以看出各脉动速度的均方根在 $y^+=20$ 附近达到峰值, 随后又开始减弱. 在壁面附近 $u'_{\text{rms}} > w'_{\text{rms}} > v'_{\text{rms}}$, 湍流脉动量是强烈各向异性的. 在远离壁面的区域, 各脉动量的均方根比较接近, 说明脉动逐渐趋于各向同性.

图 13 为 $x=1.0$ 处湍流 Mach 数沿法向的变化. 湍流 Mach 数的定义为 $M_t = \frac{\sqrt{u'^2 + v'^2 + w'^2}}{\bar{c}}$. 可以看出在 $y^+=20$ 附近湍流 Mach 数达到峰值, 接近 0.29. 该湍流 Mach 数比相同来流 Mach 数的平板边界层^[2]要低得多, 这主要是由于钝楔

边界层位于头激波内, 其中Mach数比来流Mach数低得多.

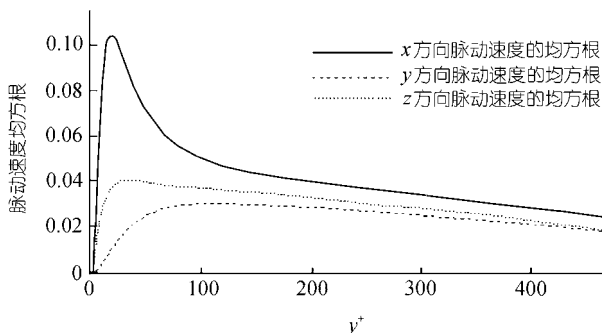


图 12 $x=1.0$ 处的脉动速度均方根分布

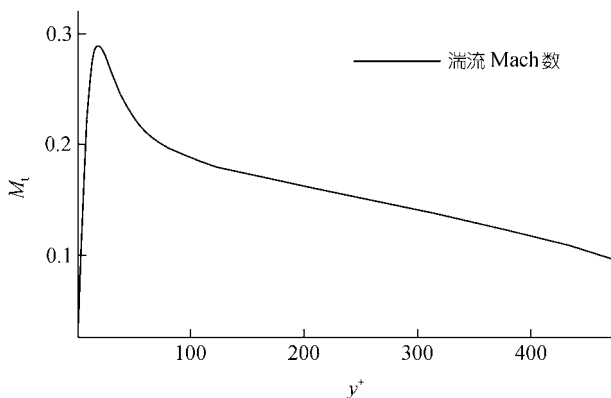


图 13 $x=1.0$ 处的湍流 Mach 数分布

图 14 为平均速度归一化的脉动速度均方根 $u'_{\text{rms}}/\bar{u}$, $v'_{\text{rms}}/\bar{u}$, $w'_{\text{rms}}/\bar{u}$ 的分布. 图中的符号为不可压平板边界层的实验结果^[3]. 从图中在 $y^+ \leq 5$ 处 $u_{\text{rms}}/\bar{u}$, $w_{\text{rms}}/\bar{u}$ 与不可压的实验结果吻合较好, 这是由于近壁处的湍流 Mach 数较低, 压缩性效应不明显. 根据理论分析, 在近壁处 $v_{\text{rms}}/\bar{u}$ 应当趋于零值, 而 $v_{\text{rms}}/\bar{u}$ 的实验值在近壁却不趋于零, 这显然是由实验误差造成的. $10 \leq y^+ \leq 30$ 处的 $u_{\text{rms}}/\bar{u}$ 比不可压流动的实验值低, 反映了压缩性效应的影响, 但总的说来相差不大.

图 15 为 $x=1.0$ 处归一化剪应力 $-\overline{u'v'}/u_\tau^2$ 分布, 其中符号为不可压平板边界层的实验结果, 可以看出两者相差不大.

与文献^[2]相比, 虽然来流 Mach 数均为 6, 但由于头激波的影响, 钝楔边界层内的湍流 Mach 数并非很高, 因此许多统计量与不可压湍流边界层相差不大.

图 16 为 $0.03 \leq x \leq 0.23$ 区间内流向涡 $\omega_s = \pm 80$ 的等涡面, 从中可以看出转捩

过程中出现了符号相反的流向涡互缠绕的特殊结构.

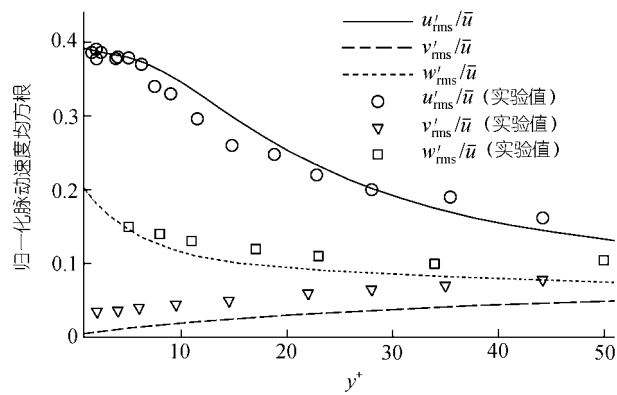


图 14 $x = 1.0$ 处的归一化脉动速度均方根分布

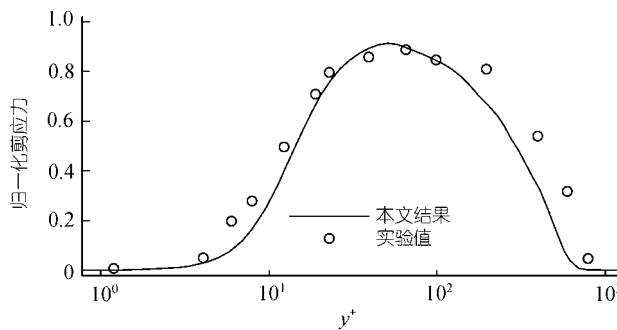


图 15 $x = 1.0$ 处的归一化剪应力分布

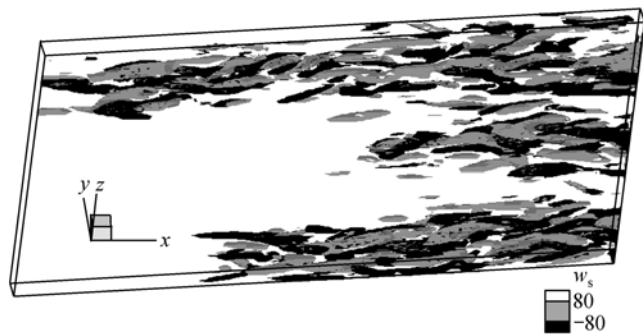


图 16 $0.03 \leq x \leq 0.23$ 区间内流向涡 $\omega_s = \pm 80$ 的等涡面

钝楔是由头部的圆柱与尾部的平板拼接而成, 拼接处存在曲率间断, 这种外形决定了边界层外压力分布情况. 从图 4, 5 可以看出, 曲率间断点前有强烈的顺

压梯度, 而曲率间断点后为逆压梯度. 顺压梯度对湍流的转捩有抑制作用. 作者发现, 该顺压梯度对不同位置处扰动的抑制情况是不同的: 近壁扰动受到强烈抑制, 近壁的湍流度几乎衰减到 0, 近壁展向涡的条带结构被完全抑制; 而远离壁面处的扰动则很少受到抑制.

图 17 为距壁面 $y=0.00020$, 0.00043 和 0.00102 以及 0.00180 处的湍流度 $\sqrt{u_{\text{rms}}^2 + v_{\text{rms}}^2 + w_{\text{rms}}^2}$ 沿流向的变化(以 $x=1$ 处的壁面摩擦速度无量纲化为 $y^+=4.2, 9.1, 21.2$ 及 37.6). 可以看出在扰动区后湍流度明显的增加, 说明转捩发生. 随后在头部的圆柱上($x < -0.1$)受强烈顺压梯度的影响, 扰动明显受到抑制, 而内层的扰动衰减得更为强烈. 在钝楔的曲率间断点($x=-0.1$)处近壁的扰动几乎完全得到抑制. 而远离壁面的扰动受到的影响则很小, 从图中可以看出, $y=0.00180$ 处的扰动在曲率间断点附近几乎没有受到抑制.

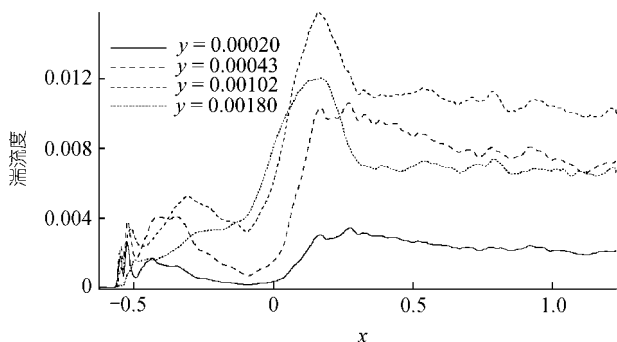


图 17 湍流度沿流向的变化

曲率间断点后压力转为逆压梯度, 对抗动的发展有促进作用, 从图中可以看出, 曲率间断点后扰动得到很快发展.

图 18~21 为距壁面 $y=0.0002, 0.00043, 0.00102$ 及 0.00180 处的展向涡量的分布, 从中可以看出流动的转捩过程以及湍流区明显的近壁条带结构, 随着距壁面距离的增加, 条带结构减弱. 从图 18 可以看出, 在曲率间断点($x=-0.1$)附近, 展向涡的条带结构被抑制, 呈现出层流化的流动结构. 对比图 18~21 可以看出离壁面越远, 曲率间断点附近扰动被抑制的情况就越不明显.

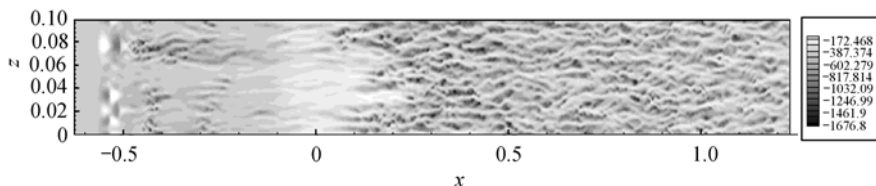


图 18 距壁面 $y=0.0002$ 处展向涡的分布

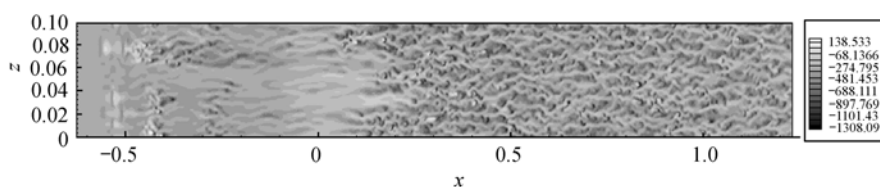
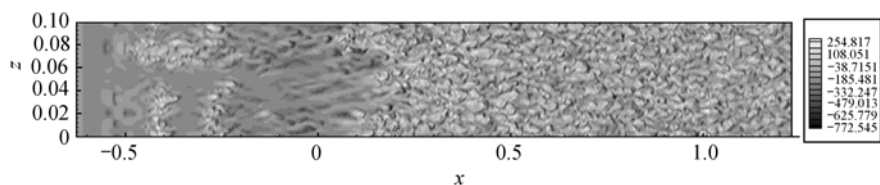
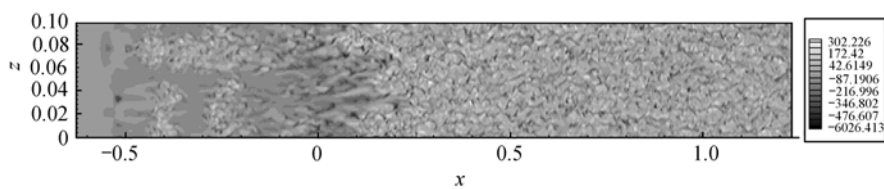
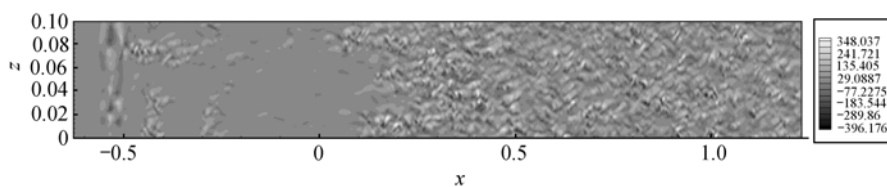
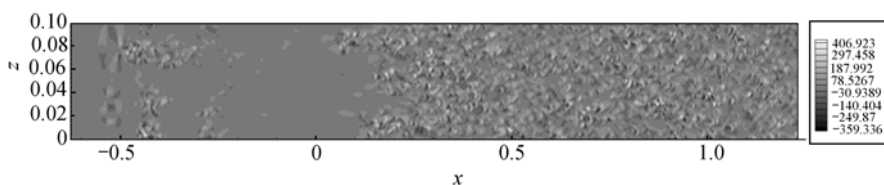
图 19 距壁面 $y=0.00043$ 处展向涡分布图 20 距壁面 $y=0.00102$ 处的展向涡分布图 21 距壁面 $y=0.00180$ 处的展向涡分布

图 22~25 为距壁面 $y=0.0002, 0.00043, 0.00102$ 及 0.00180 处的流向涡量的分布。从中可以看出在曲率间断点附近流向涡的发展也受到了抑制。从图 22, 23 可以看出, 在曲率间断点附近, 流向涡量变得非常小, 说明该处的扰动几乎完全被

图 22 距壁面 $y=0.0002$ 处的流向涡分布图 23 距壁面 $y=0.00043$ 处的流向涡分布

抑制。对比图 22~25 可以看出, 离壁面越远, 在曲率间断点附近流向涡受到的抑制作用越小。从图 25 可以看出在 $y=0.00180$ 处, 曲率间断点附近流向涡受到的抑制非常有限。

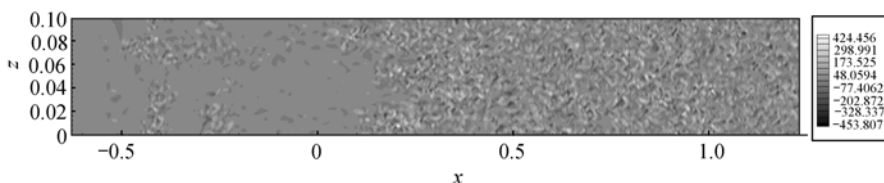


图 24 距壁面 $y=0.00102$ 处的流向涡分布

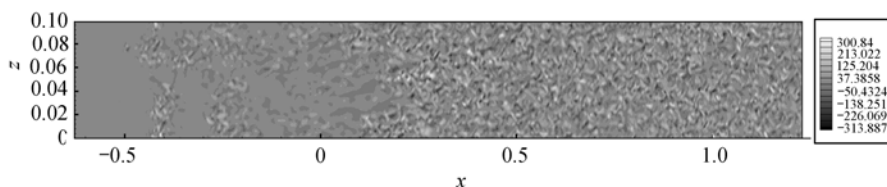


图 25 距壁面 $y=0.00180$ 处的流向涡分布

3 结论与讨论

本文进行了来流 Mach 数为 $M_\infty=6$ 的三维柱楔边界层转捩到湍流的直接数值模拟, 扰动源为钝楔音速点附近壁面上的吹吸扰动。展示了转捩过程中的涡结构。对流动进行了统计分析, 并与不可压平板边界层湍流的统计结果进行了比较, 得出如下结论:

() 由于头激波的影响, 钝楔边界层内的湍流 Mach 数并非很高。其湍流 Mach 数明显低于相同来流 Mach 数的平板边界层。

() 由于湍流 Mach 数并不高, 因此包括湍流度、剪切应力等统计量与不可压平板湍流的对应结果相差不大。经 Van Driest 变换后的平均速度分布符合对数律。

() 在本文工况下, 转捩在钝楔头部发生, 但随后扰动受到抑制, 转捩最终在钝楔后部的平板上完成。距壁面不同位置处扰动受抑制的情况是不同的, 近壁扰动受到的抑制最强烈, 而远离壁面处扰动受到的抑制则很轻微。

在本文的参数及扰动形式下, 扰动在钝楔头部发生, 但随后受强烈顺压梯度的影响, 扰动受到抑制, 转捩的最终完成是在楔体的平板上。

从图 10, 图 17 及图 18~25 可以看出, 在扰动区后, 转捩过程非常迅速, 这说明这种转捩可能是一种 Bypass 转捩。关于这种转捩形式, 作者还将开展进一步的研究。

另外, 作者发现转捩过程对扰动的基频很敏感, 过高的基频将不会引起转

据.

致谢 感谢工程与科学计算国家重点实验室(LSEC)为本文的计算提供机时,感谢 LSEC 的张林波研究员对本文程序改进提供的帮助.

参 考 文 献

- 1 Guarini S E, Moser R D, Shariff K, et al. Direct numerical simulation of a supersonic turbulent boundary layer at Mach 2.5. *J Fluid Mech.* 2000, 414: 1~33 [\[DOI\]](#)
- 2 Maeder T, Adams N A, Kleiser L. Direct simulation of turbulent supersonic boundary layers by an extended temporal approach. *J Fluid Mech.* 2001, 429: 187~216 [\[DOI\]](#)
- 3 Zhong X L. Leading-edge receptivity to free-stream disturbance waves for hypersonic flow over a parabola. *J Fluid Mech.* 2001, 441: 315~367 [\[DOI\]](#)
- 4 Laurien E. Numerical investigation of laminar-turbulent transition of re-entry capsules. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 1996, 33(3): 313~318
- 5 Liu X D, Osher S, Chan T. Weighted essentially non-oscillatory schemes. *Journal of computational physics*, 1994, 115: 200~212 [\[DOI\]](#)
- 6 Любимов А Н, Русанов В В. Течения Газа Около Тупых Тел. МОСКВА: НАУКА, 1970. 134~135
- 7 李新亮, 傅德薰, 马延文. 可压缩均匀各向同性湍流的直接数值模拟. *中国科学, A 辑*, 2002, 32(8): 716~724 [\[摘要\]](#) [\[PDF\]](#)
- 8 李新亮, 马延文, 傅德薰. 可压缩槽道湍流的直接数值模拟及标度律分析. *中国科学, A 辑*, 2001, 31(2): 153~164 [\[摘要\]](#) [\[PDF\]](#)