

蠕变动力学模型及其在弹簧蠕变中的应用

封先河

中国兵器工业第五九研究所, 国防科技工业自然环境试验研究中心, 重庆 400039

E-mail: fxh_0001@163.com

2012-04-17 收稿, 2012-07-09 接受

摘要 通过引入活化粒子浓度、蠕变进程、蠕变作用等定义和假定, 将蠕变过程理想化为一个由少数活化粒子产生的随时间逐渐缓慢变化的渐变过程, 用量子统计的观点计算了固体活化粒子浓度, 在此基础上提出了能够描述固体蠕变的蠕变动力学模型, 并应用蠕变动力学模型解决了弹翼张开簧寿命评估问题, 取得了很好效果.

关键词

蠕变

弹簧

蠕变动力学模型

活化粒子

寿命评估

蠕变(creep), 也称潜变, 是在应力影响下固体材料缓慢永久性的移动或者变形的趋势, 它的发生是低于材料屈服强度的应力长时间作用的结果, 当材料长时间处于加热当中或者在熔点附近时, 蠕变会更加剧烈, 蠕变常常随着温度升高而加剧.

1905 年英国菲利普斯(Philips)首先观察到金属丝蠕变现象. 1910 年英国安德雷德(Andrade)实验证实几种纯金属具有相同的蠕变特点. 1922 年英国迪肯森(Dickenson)发表了钢的蠕变实验结果后, 人们认识到高温下承载的金属构件均会蠕变, 尽管所承受的应力要比在这种温度下构件材料的屈服强度低得多, 蠕变实验研究从此受到重视.

金属拉伸蠕变曲线分为三个阶段: 首先蠕变速率由快逐渐变缓, 它与晶体缺陷的重新分布有关; 然后, 硬化与恢复这两种机理处于平衡状态, 蠕变速率恒定, 这一阶段在蠕变的全过程中占据较大的比例; 最后表现为蠕变速率加快, 此时金属的形变硬化已不足以阻止金属的变形, 而且有效截面的减小, 促使蠕变速率加快, 最后导致断裂.

经过一百多年的发展, 目前蠕变现象的研究对象包括陶瓷、石墨、岩石、黏土、橡胶、塑料、木材、合金钢、铝合金、电阻应变传感器等, 甚至还包括静脉血管. 目前, 人们已经比较清晰地了解了蠕变发生

的微观机理, 从机理上可以将蠕变分为 4 类: 在高应力下, 受位错运动控制的位错蠕变; 通过晶格扩散, 造成晶粒沿着应力轴伸长的 Nabarro-Herring 蠕变; 原子沿着晶界扩散而使晶粒沿着应力轴拉长的 Coble 蠕变; 聚合物和金属这样的黏弹性材料的蠕变.

针对不同的蠕变类型, 出现过很多种不同的模型^[1~7]. 由美国 Itasca 公司开发的 FLAC(Fast Lagrangian Analysis of Continua)的蠕变计算模式有 5 种蠕变本构模型可供选择, 以模拟材料的应力-应变-时间关系, 包括 Maxwell 模型、双指数模型、参考蠕变模型、黏塑性模型、脆盐模型. 不同材料的蠕变微观机制不同, 蠕变规律多种多样, 存在众多形式的蠕变过程, 目前没有一种蠕变方程能反映真实蠕变的全过程.

作者认为, 各种类型的蠕变存在两个共同的特征. 首先, 无论位错蠕变、黏弹性材料的蠕变还是扩散蠕变, 产生蠕变粒子(晶格、原子、分子等)必须具有较大的能量, 克服粒子间相互作用, 运动到新的位置. 在一个相对较低温度的环境下, 根据量子统计的观点, 粒子的能量存在一个分布, 能够获得较大能量的粒子, 只是整个粒子中很少的部分, 蠕变过程是由这些少数粒子逐渐随时间缓慢变化产生的. 其次, 各种类型的蠕变总是在低于材料屈服强度的应力作用下产生的, 有时是给定蠕变的应变或者位移, 蠕变过

程中物体形状、大小会发生变化,这些应力、应变或位移一般也是随着蠕变过程而变化的。

如果能够计算出产生蠕变的这部分少数粒子的数量,并正确描述随着蠕变过程而变化的应力、应变或位移,就有可能建立起蠕变过程的通用模型。本文通过引入活化粒子浓度、蠕变进程、蠕变作用等定义和假定,将蠕变过程理想化为一个由少数活化粒子产生的随时间逐渐缓慢变化的渐变过程,在此基础上提出了能够描述固体蠕变的蠕变动力学模型,并将它应用到弹翼张开寿命评估试验中,取得很好效果。

1 蠕变动力学模型

设固体由大量全同近独立的粒子组成^[8],这些粒子包括金属材料的单原子分子、无机或有机材料的分子、晶体材料的晶格等,粒子在平衡位置作三维振动,粒子存在变化和未变化两个状态,具有确定的粒子数 N 、能量 E 和体积 V 。约束条件为

$$E, N, V = \text{Const.} \quad (1)$$

按照热力学统计物理的观点, N 个粒子在各能级的分布可以描述如下:

能级 $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_l, \dots$

简并度 $\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_l, \dots$

粒子数 $a_1, a_2, \dots, a_l, \dots$

蠕变过程中,不是所有组成固体的粒子都同时变化,而是只有其中很少一部分能级 ε_n 高于某个特征能量值 E_p 的粒子,能够克服粒子间相互作用,离开原来的平衡位置,进而引起固体产生蠕变现象。

1.1 活化粒子浓度

定义 1 能级 ε_n 高于某个特征能量值 E_p 的粒子称为活化粒子。

特征能量值 E_p 是克服粒子间相互作用所需的最低能量,可以用与温度无关的常数部分 E_{v0} 和与温度有关的 E_{vT} 表示,常数部分 E_{v0} 相当于绝对零度时克服粒子间相互作用所需的能量,温度有关的 E_{vT} 可以用一个自变量为热力学温度的函数来描述,它与固体的粒子间相互作用有关,不同物质有不同的规律,可以通过实验数据确定。

作为一个近似的估计,与温度有关的 E_{vT} 可以从固体普遍存在的热胀冷缩现象进行推导,固体体积变化将影响粒子间的距离,进而影响相互作用的大

小,热胀冷缩现象可近似为线膨胀,因此,温度与长度成线性,如果将粒子间相互作用能量近似看作距离的平方关系,那么 E_{vT} 是温度的二次函数。

假设 1 组成固体的所有粒子中,能够产生变化的活化粒子的特征能量值 E_p 由与温度无关的 E_0 和与温度有关的 E_{vT} 两部分组成,温度有关的 E_{vT} 可以近似用温度的二次函数表示。即

$$E_p = E_0 + E_{vT} \approx E_0 + fT^2 + gT, \quad (2)$$

式中, f 和 g 为常数, E_p 为特征能量值, E_0 为 E_p 中与温度无关的部分, E_{vT} 为 E_p 中与温度有关的部分。随着温度 T 的变化,特征能量值 E_p 也将发生变化,于是活化粒子的能级 ε_n 也随温度变化。在一个固定的温度下,粒子变化发生的最低能级称为活化能级 ε_{n0} , 有如下关系:

$$\varepsilon_{n0} \geq E_p + \frac{1}{2} \hbar \omega, \quad (3)$$

式中 $\hbar$ 为约化普朗克常数, ω 为振动频率。

定义 2 组成固体的所有粒子中,活化粒子数 N_0 占总粒子数 N 的比例,称为活化粒子浓度 $W(T)$, 即

$$W(T) = N_0 / N. \quad (4)$$

活化粒子浓度 $W(T)$ 可以通过热力学统计物理^[8] 进行计算。在一定温度下,组成固体的粒子满足玻耳兹曼分布:

$$a_l = \omega_l e^{-\alpha - \beta \varepsilon_l}, \quad (5)$$

其中

$$N = \sum_l \omega_l e^{-\alpha - \beta \varepsilon_l}, \quad (6)$$

$$E = \sum_l \varepsilon_l \omega_l e^{-\alpha - \beta \varepsilon_l}. \quad (7)$$

按照玻耳兹曼分布(5),高于能级 ε_{n0} 的粒子数为 N_0 :

$$N_0 = \sum_{i=n_0}^{\infty} a_i = \sum_{i=n_0}^{\infty} \omega_i e^{-\alpha - \beta \varepsilon_i}. \quad (8)$$

利用爱因斯坦假设,把固体中 N 个粒子的热运动看成 $3N$ 个振子的振动,振动频率为 ω 。振子的能级为

$$\varepsilon_n = \hbar \omega (n + 1/2), n = 0, 1, 2, \dots \quad (9)$$

得到配分函数:

$$Z_l = \sum_l \omega_l e^{-\beta \varepsilon_l} = e^{-\beta \hbar \omega / 2} \sum_{l=0}^{\infty} \omega_l (e^{-\beta \hbar \omega})^l. \quad (10)$$

用配分函数表示高于活化能级 ε_{n0} 的粒子数为

$$\begin{aligned} N_0 &= \sum_{i=n_0}^{\infty} a_i \approx e^{-\alpha - \beta \hbar \omega n_0} e^{-\beta \hbar \omega / 2} \sum_{l=0}^{\infty} \omega_l (e^{-\beta \hbar \omega})^l \\ &= e^{-\alpha - \beta \hbar \omega n_0} \times Z_l. \end{aligned} \quad (11)$$

用配分函数表示总粒子数有

$$N = \sum_i a_i = e^{-\alpha} \sum_i \omega_i e^{-\beta \varepsilon_i} = e^{-\alpha} Z_1. \quad (12)$$

令 $\beta = 1/RT$, 于是活化粒子浓度 $W(T)$ 为

$$W(T) = e^{-\frac{\hbar \omega m_0}{RT}}. \quad (13)$$

由(2), (3)和(9)式可得

$$\hbar \omega m_0 = E_0 + fT^2 + gT. \quad (14)$$

带入(13)式得

$$W(T) = e^{-\frac{E_p}{RT}} = e^{-\frac{E_0 + E_{v0}}{RT}} \approx e^{-\frac{E_0 + fT^2 + gT}{RT}}. \quad (15)$$

1.2 蠕变进程

定义 3 固体的蠕变进程 P , 是指已经发生变化的粒子数占有所有粒子数的比. 简称蠕变进程 P , 是一个 0~1 之间的无量纲数. 见图 1.

所有粒子都未发生变化时, 蠕变进程 $P=0$, 相当于图 1 中全部为白色小球; 所有粒子都发生变化时, 蠕变进程 $P=1$, 相当于图 1 中全部为黑色和粉红色小球; 部分粒子发生变化时, 蠕变进程 P 在 0 和 1 之间变化.

蠕变进程 P 的重要性在于, 随着蠕变的进行, 活化粒子中(红色和粉红色小球表示)有相当一部分(粉红色小球表示)已经发生了变化, 这些已经发生了变化的活化粒子, 对蠕变速率是没有贡献的, 只有未变化的活化粒子(红色小球表示)才对蠕变速率产生影响. 因此, 固体的蠕变速率不但与活化粒子浓度有关, 还与蠕变过程进行的程度有关.

为了描述一个具体的蠕变过程, 可以用一个物理量来描述蠕变进程.

定义 4 固体蠕变度量值 I , 是与蠕变进程 P 成线性对应关系的物理量, 简称蠕变度量值 I , 即

$$I(t, T) = K \times P(t, T) + C, \quad (16)$$

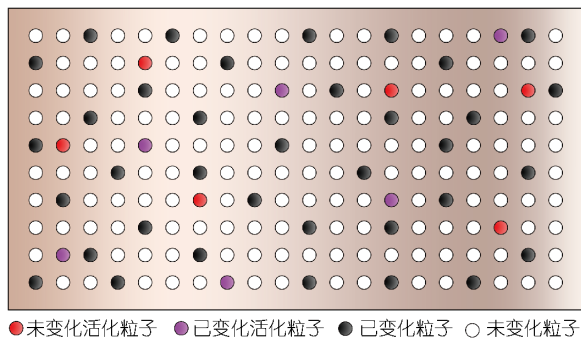


图 1 蠕变进程示意图

式中 I 为蠕变度量值, P 为蠕变进程, K 为比例系数, C 为常数.

1.3 蠕变动力学方程

定义 5 蠕变作用是指产生蠕变的外部作用的总称, 包括低于材料屈服强度的应力作用、产生蠕变的应变作用或者位移作用等.

假设 2 在蠕变作用下固体蠕变过程中, 蠕变进程 P 对对数时间 t 的导数, 与活化粒子中未发生变化部分的浓度和蠕变作用 σ 的积成正比. 即

$$\frac{dP(t, T)}{d(\ln(1+t))} = j \times W(T) \times (1 - P(t, T)) \times \sigma, \quad (17)$$

式中 j 为比例系数, 同时平衡量纲, σ 为蠕变作用, $W(T)$ 为活化粒子浓度, $P(t, T)$ 为蠕变进程, $W(T) \times (1 - P(t, T))$ 描述的是活化粒子中没有发生变化部分的浓度, 也可以用蠕变度量值表示, 代入(16)式有

$$\frac{dI(t, T)}{dt} = \frac{1}{1+t} \times j \times W(T) \times (K + C - I(t, T)) \times \sigma. \quad (18)$$

(18)式为蠕变动力学模型的基本方程, 它的应用包括两个方面, 在通过实验已知蠕变度量值 $I(t, T)$ 的情况下, 利用(18)式, 可以求解蠕变作用 σ 的函数关系, 定量描述蠕变作用的大小和特征; 也可以在已知蠕变作用 σ 的函数关系的情况下, 利用(18)式建立微分方程, 求解蠕变度量值 $I(t, T)$ 的函数关系, 描述蠕变作用下固体的蠕变过程.

2 弹翼张开簧储存寿命评估试验

2.1 试验过程

导弹在储存过程中存放在发射箱中, 导弹弹翼折叠, 压缩弹翼张开簧, 发射出发射箱后, 弹翼张开簧将折叠弹翼推开到位. 某型导弹弹翼张开簧自由长度 59 mm, 导弹储存过程中被压缩至 22 mm, 储存温度 25℃, 储存一段时间后, 由于弹翼张开簧的蠕变, 自由长度减小, 但只要弹翼张开簧自由长度大于 51 mm, 就可以确保弹翼推开到位. 弹翼张开簧储存寿命评估试验的目的, 是评估弹翼张开簧在导弹储存 11 年后, 自由长度是否大于 51 mm.

弹翼张开簧储存寿命评估试验示意图如图 2 所示, 原始自由长度为 H_0 的弹翼张开簧, 在一定温度 T 下, 由夹具将其压缩到一个固定的高度 h , 经过时间 t 后, 自由长度下降为 H .

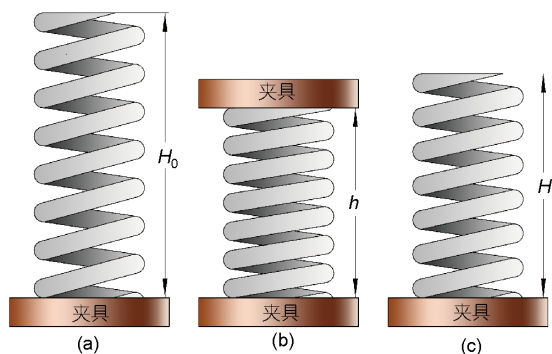


图2 弹翼张开簧储存寿命评估试验示意图

(a) 实验前的状态, 原始自由长度为 H_0 ; (b) 实验过程中被压缩, 夹具将弹翼张开簧压缩到一个固定的高度 h ; (c) 实验结束后的状态, 经过时间 t , 去掉夹具后, 自由长度下降为 H

蠕变度量值 I 取弹翼张开簧压缩比, 即

$$I(t, T) = \frac{H}{H_0}, \quad (19)$$

式中 $I(t, T)$ 为蠕变度量值, H_0 为弹翼张开簧原始自由长度, H 为经过时间 t 后, 弹翼张开簧自由长度。

试验方案: 选 140, 110, 80, 50 四个试验温度水平进行试验, 每一个试验温度水平取样 13 次, 每一次取 2 个平行样, 每一个样按照(19)式测试蠕变度量值, 每一次取样的蠕变度量值为 2 个平行样的蠕变度量值的平均值, 每一次取样时间由下式确定:

$$t = 5 \times 2^{n-1} \text{ min}, n=1, 2, \dots, 13, \quad (20)$$

式中 t 为取样时间, n 为取样次数。

由 140, 110, 80 的试验结果确定通解系数, 用 50 试验结果进行外推检验。

试验结果见图 3, 纵坐标为蠕变度量值, 横坐标为对数时间 $\ln(1+t)$, 时间 t 的单位为 min。

2.2 试验分析

压缩变形发生前, 自由长度 H 为 H_0 , 弹翼张开

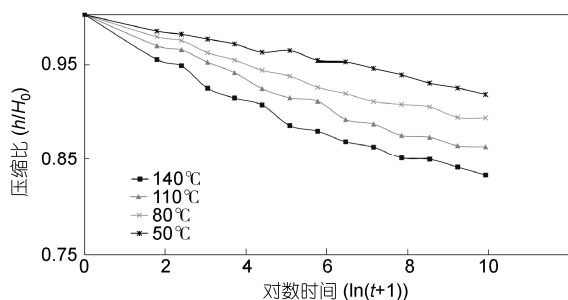


图3 140, 110, 80, 50 试验结果

簧的蠕变进程 P 为 0, 蠕变度量值 I 为 1; 压缩变形结束时, 自由长度 H 为 h , 蠕变进程 P 为 1, 蠕变度量值 I 为 h/H_0 。于是有

$$I(t, T) = \left(\frac{h}{H_0} - 1 \right) \times P(t, T) + 1. \quad (21)$$

弹翼张开簧的蠕变作用 σ 为压缩变形量 h/H_0 减去蠕变度量值, 随着自由长度的变化, 蠕变作用 σ 也是变化的, 逐步减小直到趋于 0。即

$$\sigma = \frac{h}{H_0} - I(t, T). \quad (22)$$

比较(21)和(16)式确定 K 和 C 后, 由(18)式得微分方程:

$$\frac{dI}{dt} = \frac{1}{1+t} \times j \times W \times \left(I(t, T) - \frac{h}{H_0} \right)^2. \quad (23)$$

这是一个黎卡提(Riccati)方程^[9], 作适当变换后得通解:

$$I(t, T) = \frac{1}{c + j \times W \times \ln(1+t)} + \frac{h}{H_0}. \quad (24)$$

注意到 $t=0$ 时, $I(t, T)=1$; $t=\infty$ 时, $I(t, T)=h/H_0$, 于是常数 $C=h/(H_0-h)$, $j=1$, 代入(24)式有

$$I(t, T) = \frac{1}{\frac{H_0}{H_0-h} + e^{\frac{E_0 + fT^2 + gT}{RT}} \times \ln(1+t)} + \frac{h}{H_0}. \quad (25)$$

由 140, 110, 80 的试验结果确定方程(25)的 3 个系数 E_0, f 和 g , 得如下函数:

$$I(t, T) = \frac{1}{\frac{59}{37} + e^{\frac{1573.4 + 0.0013T^2 - 1.5807T}{T}} \times \ln(1+t)} + \frac{22}{59}, \quad (26)$$

式中 T 为热力学温度, t 为时间(min)。

由此函数计算 50 的计算值, 与 50 的试验结果进行比较, 结果见图 4。

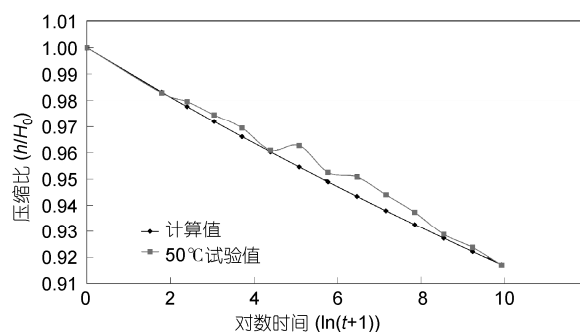


图4 50 的计算值与 50 的试验值比较

外推检验结果: (26)式对 50 的试验数据最大误差小于 1%, 外推稳定, 达到了很高的精度.

应用(26)式计算 25 环境条件下储存 11 年 (5781600 min)的蠕变度量值, 再由(19)式可以转换为

11 年的自由长度 H_{11} :

$$H_{11} = 54.26 \text{ mm} > 51 \text{ mm}. \quad (27)$$

评估结论: 该弹翼张开簧在 25 环境条件下储存寿命大于 11 年.

致谢 本文建立的模型历经了十多年的漫长孕育过程, 在这期间得到了国防科技工业自然环境试验研究中心、中国兵器工业第五九研究所和有关外协单位的支持帮助; 文章修改过程中得到了唐其环教授和张世艳硕士的帮助, 弹翼张开簧储存寿命评估试验工作得到王辉硕士、赵方超硕士的协助, 特此一并致谢.

参考文献

- 1 陈宏善, 侯婷婷, 冯养平. 聚合物物理老化的分数阶模型. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2010, 40: 1267–1274
- 2 Krajcinovic D, Rinaldi A. Thermodynamics and statistical physics of damage processes in quasi-ductile solids. Mech Mater, 2005, 37: 299–315
- 3 Hilles H M, Ortega F, Rubio R G, et al. Long-time relaxation dynamics of Langmuir films of a glass-forming polymer: Evidence of glass-like dynamics in two dimensions. Phys Rev Lett, 2004, 92: 255503
- 4 Langer J S, Lemaître A. Dynamic model of super-Arrhenius relaxation rates in glassy materials. Phys Rev Lett, 2005, 94: 175701
- 5 白明远, 刘新灵, 张卫方. 65Mn 弹簧的贮存寿命预测. 失效分析与预防, 2007, 2: 10–13
- 6 Findley W N, Lai J S, Onaran K. Creep and Relaxation of Nonlinear Viscoelastic Materials. Amsternam: Holland Publishing Co., 1977
- 7 Greenfield P. Creep of Metals at High Temperature. London: Mills & Boon Ltd., 1972
- 8 汪志成. 热力学·统计物理. 北京: 高等教育出版社, 1980
- 9 任永泰, 史希福. 常微分方程. 沈阳: 辽宁人民出版社, 1984

Creep dynamic model and its application in creep of spring

FENG XianHe

The Natural Environmental Test and Research Center of COSTIND, Chongqing 400039, China

The definition and suppositions of active particulate concentration, creep process and creep effect were introduced. The creep process was idealized as a gradually changed process with time which was generated by parts of active particulates. The concentration of solid active particulate was calculated by quantum statistics. On this basis, a creep dynamic model which describes the creep process of solid was put forward and the lifetime evaluation problem was solved by this model.

creep, spring, creep dynamic model, active particulate, lifetime evaluation

doi: 10.1360/972012-301