



基于曲线坐标系下缓坡方程模拟近岸波浪及波生流

佟飞飞, 沈永明*, 崔雷

大连理工大学海岸和近海工程国家重点实验室, 大连 116023

* 联系人, E-mail: ymshen@dlut.edu.cn

收稿日期: 2010-06-02; 接受日期: 2010-07-22

国家自然科学基金(批准号:50839001), 国家重点基础研究发展计划(编号:2005CB724202)和辽宁省教育厅高等学校科技研究(编号:2006T018)资助项目

摘要 为了更好地模拟曲线边界等不规则岸线附近, 波浪传播及其破碎后形成的波生流问题, 该文建立了正交曲线坐标下近岸波浪和波生流耦合数值模型; 即采用可综合考虑近岸区波浪反射、折射和绕射等效应效应的双曲型缓坡方程计算波浪场, 采用近岸深度平均的二维浅水方程计算波生流场, 应用辐射应力的概念, 使波浪模型为流场模型提供驱动力. 波浪和波流模型基于相同的正交曲线网格, 应用高效的 ADI 有限差分格式进行数值求解. 将曲线坐标系下的耦合模型应用到半圆形水槽和凹型水槽两个物理模型中, 数值模拟的结果分别和解析解、实验值及已发表的数值结果做了比较. 模型实验验证表明, 该文建立的数值模型比较准确、有效, 可以应用到防波堤和河口等具有复杂边界和复杂地形的实际海域.

关键词 曲线坐标系, 缓坡方程, 浅水方程, 波浪, 波生流, 辐射应力, 裂流

PACS: 02.60.Ed, 47.10.Ad, 92.40.Cy, 92.10.Sx

波浪以及破碎所产生的波生流场是近岸海域重要的水动力现象, 是规划设计海岸工程, 了解泥沙输运、海岸变形和近岸污染物扩散输移等近海问题的最基本因素^[1]. 目前比较成熟的近岸波浪模型有缓坡方程模型和 Boussinesq 模型等; 对波生流的研究多基于辐射应力的概念展开^[2]. 根据 Longuet-Higgins 和 Stewart^[3]的表述, 辐射应力被定义为由于波浪传播和破碎引起的波浪剩余动量流, 这一动量的存在改变流体的受力, 引起波浪增减水及波生流.

基于缓坡方程的近岸波浪及波生流数值模型, 一般是在直角坐标系下采用差分格式求解的^[4-6]. 但

是在近岸区域, 地形和岸线往往比较复杂, 采用规则矩形网格建模的常规方法易造成网格大小无法随地形变化, 而且计算域边界与实际边界不吻合, 从而增加计算量, 并减少计算精度. 在实际工程中, 工程师们通常更关心不规则岸线附近波浪和流场的分布, 如河口、岛屿、码头和防波堤附近.

适体曲线坐标能够实现对曲折边界的无缝拟合, 可以根据地形的变化调整网格的大小; 而且曲线坐标转换一般不会对数值求解方法产生太大的影响^[7]. 它是目前计算流体力学中较为常见的处理复杂边界的数学方法. 学者们从 20 世纪 80 年代就在近岸波、

引用格式: 佟飞飞, 沈永明, 崔雷. 基于曲线坐标系下缓坡方程模拟近岸波浪及波生流. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2011, 41: 161-169

Tong F F, Shen Y M, Cui L. Numerical simulation of nearshore waves and wave-induced currents based on mild-slope equation in curvilinear coordinates (in Chinese). Sci Sin Phys Mech Astron, 2011, 41: 161-169, doi: 10.1360/132010-586

流数值模型中发展了边界适用的曲线网格^[8]. Kirby 等人^[9,10]将适体坐标和保角映射的概念引入到曲线坐标下的缓坡方程中, 并求出规则波浪在半圆形弯道中传播的精确表达式. 近年来, Shi^[11]和 Zhang 等人^[12]分别将曲线坐标引入到各自的抛物型缓坡方程中, 得到了可靠的数值结果. 这些研究发现, 曲线坐标变换可适用于对复杂边界和复杂地形区域波浪的数值模拟, 减少边界处的计算误差. 尽管在曲线坐标系下研究近岸波浪已经趋于成熟, 但是更进一步地波生流的研究却不多见.

本文的宗旨是建立一种适用于近海区域复杂地形和多变边界的数值模型, 实现对近海区域水动力因素更精确的数值模拟. 选用 Copeland 双曲型缓坡方程^[4]作为波浪模型, 为正交曲线坐标系下的二维浅水方程数值模型提供辐射应力等驱动力, 计算波生沿岸流和裂流.

1 数值模型

基于线性波浪理论的缓坡方程是研究近岸波浪传播变形有效的数学模型. 目前的研究比较多地采用抛物型方程为波流场提供驱动力^[13,14], 但是抛物型方程推导过程中假设波浪主要沿 x 方向传播, 从而不能直接反映波浪主要传播方向上的反射作用^[4]. Copeland 双曲型缓坡方程^[4]因为其形式简单、求解方便, 并可综合考虑波浪的折射、绕射和反射效应而被广泛应用于推算大面积缓坡海域波浪的传播. 本文采用辐射应力的概念研究波浪破碎产生的波生流, 即耦合波浪模型和流场模型, 使用独立的波浪模型为流场模型提供波浪参数用来计算辐射应力等驱动力.

1.1 正交曲线坐标系下波浪模型

根据坐标变换的定义, 在正交曲线坐标下 Copeland 双曲型缓坡方程表达为^[4]

$$\frac{C}{C_g} \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{1}{g_{\xi_2} g_{\xi_1}} \frac{\partial}{\partial \xi_1} [\tilde{P} g_{\xi_2}] + \frac{1}{g_{\xi_2} g_{\xi_1}} \frac{\partial}{\partial \xi_2} [\tilde{Q} g_{\xi_1}] = 0, \quad (1)$$

$$\frac{\partial \tilde{P}}{\partial t} + \frac{CC_g}{g_{\xi_1}} \frac{\partial \eta}{\partial \xi_1} = 0, \quad (2)$$

$$\frac{\partial \tilde{Q}}{\partial t} + \frac{CC_g}{g_{\xi_2}} \frac{\partial \eta}{\partial \xi_2} = 0, \quad (3)$$

其中 ξ_1 和 ξ_2 是任意正交曲线坐标系的坐标方向; g_{ξ_1} 和 g_{ξ_2} 为拉梅系数; C 和 C_g 分别为波浪传播相速度和群速度; η 为波面变化函数; $\tilde{P}$ 和 $\tilde{Q}$ 为曲线坐标系下波浪水质点沿水深垂向积分的速度函数, 他们和直角坐标系下的对应量 P 和 Q 的关系为 $\tilde{P} = (Px_{\xi_1} + Qy_{\xi_1})/g_{\xi_1}$, $\tilde{Q} = (Px_{\xi_2} + Qy_{\xi_2})/g_{\xi_2}$. 双曲型缓坡方程和二维浅水方程形式上比较相似, 这使得本文对波浪和波流模型的数值求解方法是统一的.

波浪模型中, 波浪入射边界条件为

$$\eta(x_0, y, t) = A_0 \sin(k(x_0 \cos \theta_0 + y \sin \theta_0) - \omega t), \quad (4)$$

式中 A_0 为入射波振幅; θ_0 为入射波波向角; x_0 为入射边界位置; ω 为波浪角频率.

波浪辐射边界条件的格式为

$$\frac{1}{C} \frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{\cos \theta} \frac{\partial \phi}{\partial \bar{n}} = -ik\phi, \quad (5)$$

式中 θ 为边界处波向角. 然而, 边界处的波向角在许多情况下是很难确定的, 必要时本文在边界若干个网格内设置阻尼层^[15]. 侧边界选用全反射边界条件.

一般认为, 当波浪传到某点的波高 H 大于该点的最大破碎波高 H_b 时, 该点波浪发生破碎. H_b 可由下面的经验表达式确定为

$$H_b = \gamma h, \quad (6)$$

式中 h 为当地水深, γ 为波浪破碎指标, 通常结合实际地形取 0.6~0.8.

1.2 正交曲线坐标系下波流模型

深度平均的二维浅水方程在正交曲线坐标系下的形式可表达为如下形式. 连续性方程为

$$\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial t} + \frac{1}{g_{\xi_2} g_{\xi_1}} \frac{\partial}{\partial \xi_1} [\tilde{U}(h + \bar{\eta}) g_{\xi_2}] + \frac{1}{g_{\xi_2} g_{\xi_1}} \frac{\partial}{\partial \xi_2} [\tilde{V}(h + \bar{\eta}) g_{\xi_1}] = 0, \quad (7)$$

ξ_1 方向动量方程为

$$\begin{aligned} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial t} + \frac{\tilde{U}}{g_{\xi_1}} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \xi_1} + \frac{\tilde{V}}{g_{\xi_2}} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \xi_2} + \frac{\tilde{U}\tilde{V}}{g_{\xi_1} g_{\xi_2}} \frac{\partial g_{\xi_1}}{\partial \xi_2} \\ - \frac{\tilde{V}^2}{g_{\xi_1} g_{\xi_2}} \frac{\partial g_{\xi_2}}{\partial \xi_1} + \frac{g}{g_{\xi_1}} \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial \xi_1} + \frac{1}{\rho(h + \bar{\eta})} \left(\frac{\partial S_{\xi_1 \xi_1}}{\partial \xi_1} + \frac{\partial S_{\xi_1 \xi_2}}{\partial \xi_2} \right) \end{aligned}$$

$$-\frac{1}{\rho(h+\bar{\eta})}(\tau_{\eta\xi_1}-\tau_{b\xi_1})-A_{m\xi_1}=0, \quad (8)$$

ξ_2 方向动量方程

$$\begin{aligned} & \frac{\partial \tilde{V}}{\partial t} + \frac{\tilde{U}}{g_{\xi_1}} \frac{\partial \tilde{V}}{\partial \xi_1} + \frac{\tilde{V}}{g_{\xi_2}} \frac{\partial \tilde{V}}{\partial \xi_2} + \frac{\tilde{U}\tilde{V}}{g_{\xi_1}g_{\xi_2}} \frac{\partial g_{\xi_2}}{\partial \xi_1} \\ & - \frac{\tilde{U}^2}{g_{\xi_1}g_{\xi_2}} \frac{\partial g_{\xi_1}}{\partial \xi_2} + \frac{g}{g_{\xi_2}} \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial \xi_2} + \frac{1}{\rho(h+\bar{\eta})} \left(\frac{\partial S_{\xi_2\xi_1}}{\xi_1 \partial \xi_1} + \frac{\partial S_{\xi_2\xi_2}}{\xi_2 \partial \xi_2} \right) \\ & - \frac{1}{\rho(h+\bar{\eta})}(\tau_{\eta\xi_2}-\tau_{b\xi_2})-A_{m\xi_2}=0, \end{aligned} \quad (9)$$

式中 $\bar{\eta}$ 为平均水面的变化函数; $\tilde{U}$ 和 $\tilde{V}$ 分别为 ξ_1 和 ξ_2 方向沿水深平均流速; h 为静水深; g 是重力加速度; $S_{\xi_1\xi_1}$, $S_{\xi_1\xi_2}$, $S_{\xi_2\xi_1}$ 和 $S_{\xi_2\xi_2}$ 分别为曲线坐标系下波浪引起的辐射应力分量; $\tau_{\eta\xi_1}$ 和 $\tau_{\eta\xi_2}$ 为 ξ_1 和 ξ_2 方向的表面切应力分量; $\tau_{b\xi_1}$ 和 $\tau_{b\xi_2}$ 分别为 ξ_1 和 ξ_2 方向的底部切应力分量; $A_{m\xi_1}$ 和 $A_{m\xi_2}$ 为 ξ_1 和 ξ_2 方向的湍流应力项.

辐射应力分量可表达为^[16]

$$S_{\xi_1\xi_1} = \frac{\rho g H^2}{8} \left[\left(2 \frac{C_g}{C} - \frac{1}{2} \right) - \frac{C_g}{C} \sin^2 \theta \right], \quad (10)$$

$$S_{\xi_1\xi_2} = S_{\xi_2\xi_1} = \frac{\rho g H^2}{8} \frac{C_g}{C} \sin \theta \cos \theta, \quad (11)$$

$$S_{\xi_2\xi_2} = \frac{\rho g H^2}{8} \left[\left(\frac{C_g}{C} - \frac{1}{2} \right) + \frac{C_g}{C} \sin^2 \theta \right], \quad (12)$$

式中 H 为波高, θ 为波浪传播方向. 忽略表面切应力, 底部切应力表达为

$$\tau_{b\xi_1} = \frac{4}{\pi} \rho c_f u_0 U, \quad (13)$$

$$\tau_{b\xi_2} = \frac{2}{\pi} \rho c_f u_0 V, \quad (14)$$

式中 u_0 为近底波浪水质点水平速度幅值, 可由线性波浪理论得出 $u_0 = 2\pi a_0 / T$, T 为波浪周期, $a_0 = H / (2 \sinh kd)$ 为由线性波浪理论得出的波浪质点近底水平轨迹振幅, H 为波高, k 为波数, h 为当地水深; U , V 分别为沿岸波流场中离岸方向和沿岸方向的水流速度分量; c_f 为波流综合作用下的底摩擦系数, 可通过实际地形或通过实验手段确定. 湍流应力项可表达为^[16]

$$\begin{aligned} A_{m\xi_1} = & \frac{1}{g_{\xi_1}g_{\xi_2}} \left[\frac{\partial}{\partial \xi_1} (\sigma_{\xi_1\xi_1} g_{\xi_2}) + \frac{\partial}{\partial \xi_2} (\sigma_{\xi_2\xi_1} g_{\xi_1}) \right. \\ & \left. + \sigma_{\xi_1\xi_2} \frac{\partial g_{\xi_1}}{\partial \xi_2} + \sigma_{\xi_2\xi_2} \frac{\partial g_{\xi_2}}{\partial \xi_1} \right], \end{aligned} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} A_{m\xi_2} = & \frac{1}{g_{\xi_1}g_{\xi_2}} \left[\frac{\partial}{\partial \xi_1} (\sigma_{\xi_1\xi_2} g_{\xi_2}) + \frac{\partial}{\partial \xi_2} (\sigma_{\xi_2\xi_2} g_{\xi_1}) \right. \\ & \left. + \sigma_{\xi_2\xi_1} \frac{\partial g_{\xi_2}}{\partial \xi_1} + \sigma_{\xi_1\xi_1} \frac{\partial g_{\xi_1}}{\partial \xi_2} \right], \end{aligned} \quad (16)$$

式中 $\sigma_{\xi_1\xi_1}$, $\sigma_{\xi_1\xi_2}$, $\sigma_{\xi_2\xi_1}$ 和 $\sigma_{\xi_2\xi_2}$ 是湍流应力分量, 分别为

$$\sigma_{\xi_1\xi_1} = 2\nu_t \left(\frac{1}{g_{\xi_1}} \frac{\partial \tilde{U}}{\partial \xi_1} + \frac{\tilde{V}}{g_{\xi_1}g_{\xi_2}} \frac{\partial g_{\xi_1}}{\partial \xi_2} \right), \quad (17)$$

$$\sigma_{\xi_2\xi_2} = 2\nu_t \left(\frac{1}{g_{\xi_2}} \frac{\partial \tilde{V}}{\partial \xi_2} + \frac{\tilde{U}}{g_{\xi_1}g_{\xi_2}} \frac{\partial g_{\xi_2}}{\partial \xi_1} \right), \quad (18)$$

$$\sigma_{\xi_1\xi_2} = \sigma_{\xi_2\xi_1} = \nu_t \left[\frac{g_{\xi_2}}{g_{\xi_1}} \frac{\partial}{\partial \xi_1} \left(\frac{\tilde{V}}{g_{\xi_2}} \right) + \frac{g_{\xi_1}}{g_{\xi_2}} \frac{\partial}{\partial \xi_2} \left(\frac{\tilde{U}}{g_{\xi_1}} \right) \right], \quad (19)$$

式中 ν_t 为紊动黏性系数, 本文采用公式 $\nu_t = \Lambda u_0 H$ 计算^[17], 其中 $\Lambda \approx 0.8$, 为无因次量, u_0 近底波浪水质点水平速度幅值, H 为当地波高.

假设初始时刻计算域内水位是静止的, 并且没有初始流速, 即在流场模型中平均水面升高 $\bar{\eta}_0$, 流速分量 U_0 和 V_0 的初始边界条件都为零. 离岸波浪入射边界远离波浪破碎区, 且本文不考虑非波浪破碎引起的水流运动, 故离岸波浪入射边界处 $\bar{\eta}$, $\tilde{U}$ 和 $\tilde{V}$ 都为零.

岸边界和开边界均采用如下边界条件为

$$\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial \mathbf{n}} = 0, \quad (20)$$

$$\frac{\partial \tilde{U}}{\partial \mathbf{n}} = 0, \quad (21)$$

$$\frac{\partial \tilde{V}}{\partial \mathbf{n}} = 0, \quad (22)$$

式中 $\mathbf{n}$ 为边界外法线方向.

1.3 控制方程的离散和求解

正交曲线坐标系下变换的控制方程中每一项和原始方程都是一一对应的, 这表明直角坐标系下的数值离散和求解格式同样适用于对推导方程求解. 本文依照 Zheng 等人^[5]和 Tang 等人^[6]的做法, 采用时

间层同步空间层交错的网格, 运用高效的 ADI 差分格式, 对变换的控制方程进行离散和求解. 以波流模型为例说明该数值方法, 即前半步长, 连续性方程在 ξ_1 方向采用隐式格式, ξ_2 方向采用显式格式, 而 ξ_1 方向的动量方程采用隐式, ξ_2 方向的动量方程采用显式格式; 后半步长恰好相反. 这样交替完成一个时间步长的求解, 下一个步长重复此过程, 直到达到计算要求为止.

2 数值模型的验证与结果分析

2.1 波浪模型的验证

基于缓坡方程, Dalrymple 等人^[18]运用谱分析和坐标变换的方法研究波浪在半圆形水槽中的传播变形, 并求出了解析解. Kirby 等人^[10]、Shi 等人^[11]和 Zhang 等人^[12]先后应用各自的抛物型方程在曲线坐标系下对该物理模型进行了数值验证; 同样在曲线坐标系下, Shi 等人^[7]采用 Boussinesq 方程验证了该物理模型的通用性. Dalrymple 等人^[18]分别研究了波浪在 3 个不同宽度的水槽中的传播变形; 其中波浪在最宽的水槽中呈现出明显的折射和强反射效应. 基于此, 本文选择最宽的水槽作为研究对象.

该半圆形水槽的平面布置图如图 1 所示; 水槽旋转了 180°; 外径 R 和内径 r 分别为 200 和 75 m; 水槽内的水深为等水深 4 m. 正交曲线坐标变换可表达为

$$\xi_1 = \frac{\sqrt{x^2 + y^2}}{R - r}, \quad (23)$$

$$\xi_2 = \frac{1}{\pi} \tan^{-1} \left(\frac{y}{x} \right). \quad (24)$$

波浪从下端右侧开口处入射, 在水槽内基本上

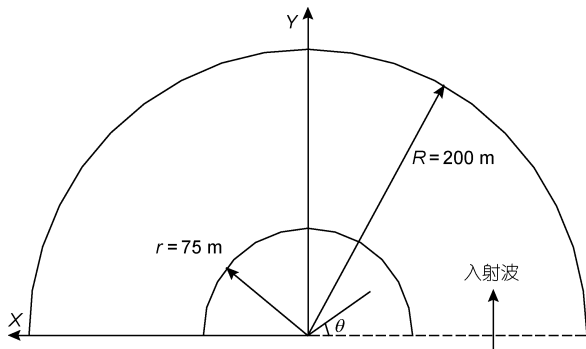


图 1 半圆形水槽^[19]布置示意图

沿逆时针方向传播, 经左侧开口出射. 线性波入射波高和周期分别为 0.5 m 和 4 s. 为保证在一个波长内有至少 8 个计算节点, 整个计算区域划分成 400×250 个计算网格, 见图 2. 沿径向网格大小是相等的, 也就是 0.5 m; 而沿圆弧方向上网格是等弧度的; 这样划分使得区域中最大的网格出现在水槽的外边界, 最小的网格在水槽的内边界. 尽管本文使用的离散格式是无条件收敛的, 但是考虑到波浪的强反射等效应和精度, 计算中采用的时间步长是 0.125 s. 数值模拟中发现, 波浪在出射边界处的波向角很难确定, 计算中应该在出射边界附近设置适当宽度的海绵层, 否则很难得到合理的数值解.

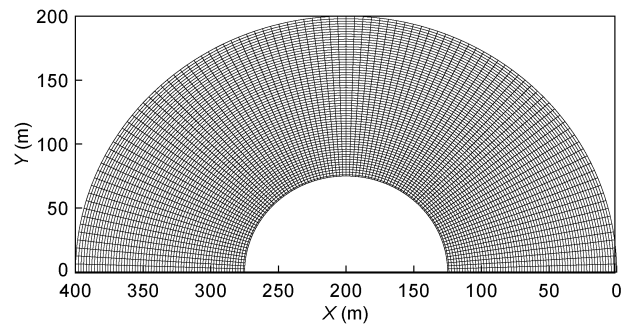
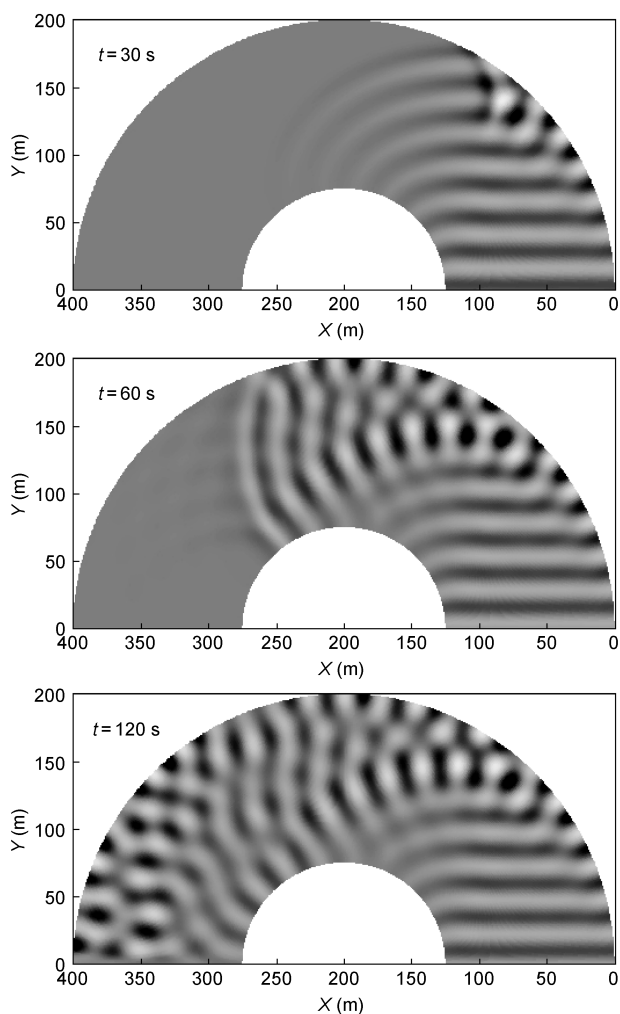


图 2 半圆形水槽^[18]的计算网格

计算中采用的网格密度是该图所示的 4 倍

本文采用的是时变双曲型缓坡方程, 这使得我们在计算中可以得到波浪沿水槽传播的整个过程. 图 3 所示分别为波浪入射 $t=30, 60$ 和 120 s 的瞬时相对波面分布图. 从图 3 中可以看出, 入射波开始时基本上沿直线推进, 但是随着渠道的弯曲, 在内墙附近开始出现波浪的绕射现象; 随着波浪的传播, $t=60$ s 图 3 中显示外墙的反射作用明显加强, 对波面的分布产生很大的扰动. 入射大约 120 s 后, 波浪充满整个水槽; 从 $t=120$ s 图中易发现, 波浪在 $30^\circ \sim 90^\circ$ 之间的弯角处, 反射波和衍射波产生强烈的叠加现象, 传过 90° 之后, 波面重新变得规则. 在出口附近的外边界, 反射作用再次加强, 使得此处的波面分布较内墙处显得很规整.

图 4 和 5 比较了某时刻沿外墙和内墙的相对波面分布, 以及沿 35° 和 60° 径向的相对波高分布的数值解和解析解^[18]. 整体上, 本文结果与理论解吻合良好. 这表明本文建立的数值模型是准确的. 此外, 相比于 Dalrymple 等人^[18]的解析模型, 本文的模型可以清晰地表达波浪传播变形的时间历程, 而求解比 Shi 等人^[7]

图 3 波面在半圆形水槽^[18]中随时间变化图

建立的曲线坐标系下的 Boussinesq 模型要高效的多. 特别是双曲型缓坡方程求解相对简单的特点在该算例中得到了充分体现; 利用本文的计算方法和笔者

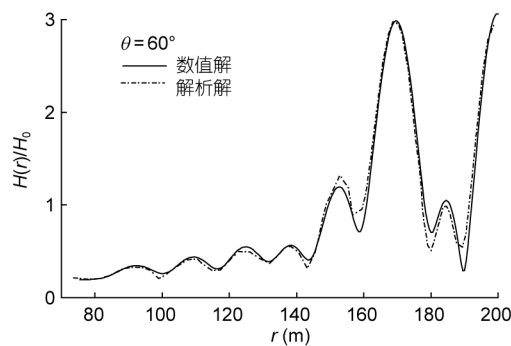
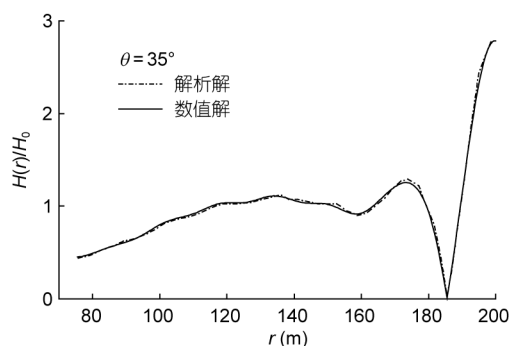
的计算机(Pentium IV: 2.42 GHz CPU, 512 MB RAM), 只需要大约 800 步循环便可以得到理想的数值结果, 整个过程持续 5 min 左右. 考虑到良好的计算效果, 曲线坐标系下的数值模型可以用来模拟具有曲折边界的大范围实际海域的波浪分布.

2.2 波流模型的验证

在近岸海域, 伴随着波浪的破碎和波高的衰减, 形成的海岸水域流体流动的现象, 称为近岸波生流. 波生流普遍存在于破碎区内和破碎区附近, 产生的同时往往伴随着波浪增减水, 即破碎带附近平均水面的升降变化. 波生流可分为沿岸流(Longshore Current)和离岸流(Rip Current); 沿岸流是因为波浪斜向入射平直海岸引起的, 流向一般平行于岸线; 离岸流又被称为裂流, 是壅高于岸边的水体通过破碎带回流海洋的现象, 裂流呈条状, 持续时间短、流速快, 流向几乎与海岸垂直^[1,19].

Hamm^[20]实验研究了波浪在凹型槽斜坡地形上的传播、破碎及波生流的分布, 随后, Sørensen 等人^[21]采用 Boussinesq 方程对该实验模型进行了数值验证. 凹型槽实验所用的水槽大小为 30 m×30 m, 是在 1:30 均匀斜坡上开挖一个凹型水槽形成的, 物理地形如图 6 所示. 水深变化由以下表达式给出,

$$h(x, y) = \begin{cases} 0.5, & x \leq 7, \\ -0.1 + \frac{25-x}{30} \left[1 + 3 \exp\left(-\frac{25-x}{3}\right) \right] \times \cos^{10}\left(\frac{\pi(15-y)}{30}\right), & 7 < x \leq 25, \\ -0.1 + \frac{25-x}{30}, & x > 25. \end{cases}$$

图 4 沿 35°和 60°径向相对波高分布数值解和解析解^[18]比较图

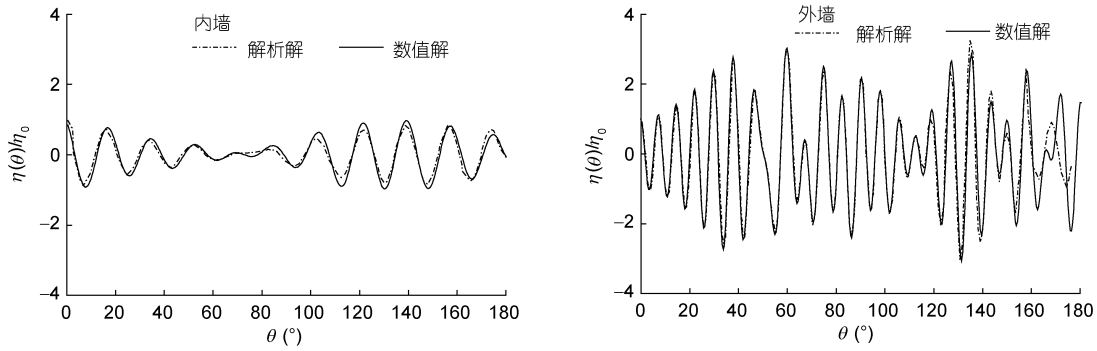


图 5 沿外墙和内墙相对波面分布数值解和解析解比较图^[18]

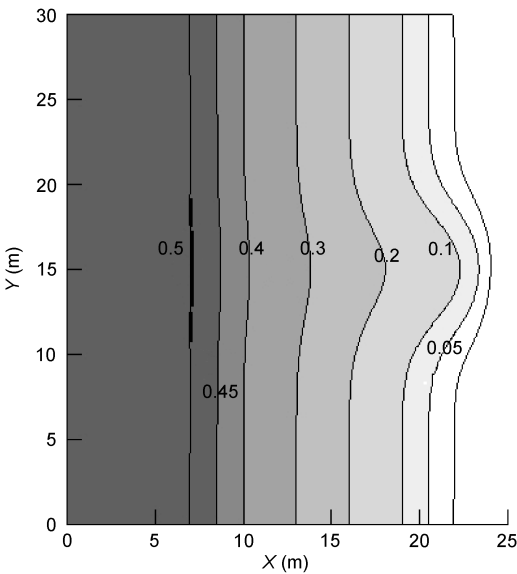


图 6 凹型水槽水深分布图(单位: m)

Hamm^[20]的实验考虑了多种入射波, 为了和 Sørensen 等人^[21]的 Boussinesq 数值解形成对比, 本文也选取入射波高 0.07 m, 周期为 1.25 s 的规则波情况. 在波浪数值计算中, 将整个计算区域划分成 200×300

个单元, 如图 7 所示; 时间步长取 0.1 s. 大约经过 200 次的迭代过程, 程序就达到稳定. 图 8 给出了沿 y 等于 15 m 的中线处和 y 等于 5 m 处的波高计算结果

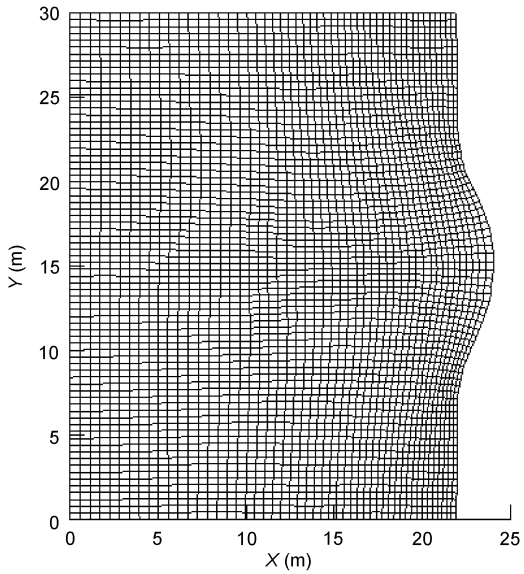


图 7 凹型水槽的计算网格

计算中采用的网格密度是该图所示网格的 4 倍

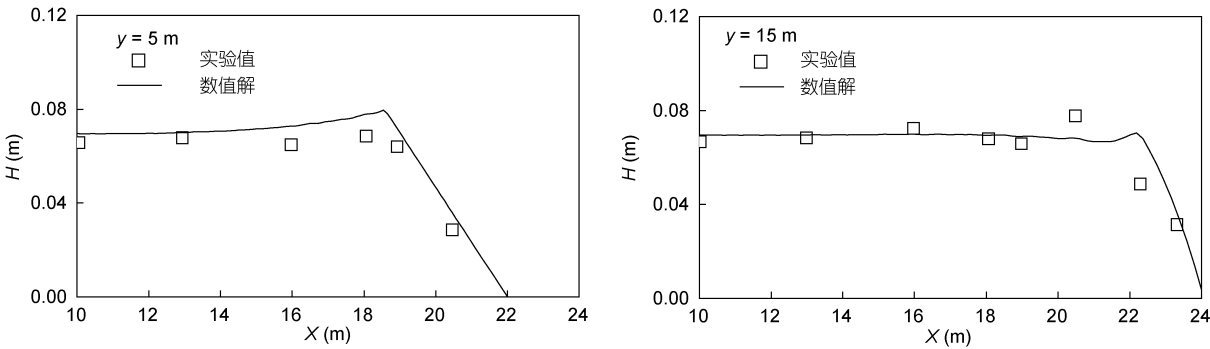


图 8 横向波高变化数值解和实测值^[20]的比较图

和实验值比较图^[20], 可以看出两者的吻合良好; 波高随着水深的变浅逐渐升高, 达到一定程度即破碎.

在波生流数值计算中, 采用与波浪计算相同的网格; 但是时间步长取 0.05 s, 以实现对流场更加精确的模拟, 并根据实验选择恒定的底摩擦系数 c_f . 由于波面升高在横向和沿岸分布的不均匀性, 导致平均水面升高梯度的产生, 如图 9 和 10 所示. 这个梯度是波生沿岸流产生的直接原因, 波浪在两侧较中线先行破碎, 从两侧生成的波生流流向中线附近汇合, 并在沿凹槽处形成裂流; 因为波流相互作用和地形的对称性, 在凹槽两侧产生对称的两个环流场, 图 11 为这两个环流场中一个. 图 9 和 11 还比较了本文计算结果和 Sørensen 等人^[21]采用 Boussinesq 方程得到的数值结果, 可以看出两者比较一致. 图 12 给出了沿中线处的裂流流速变化结果和 Hamm^[20]实测结果

的比较, 两者吻合较好. 这表明本文的数值模型是准确可靠的.

3 结论

本文在正交曲线坐标系下建立了基于双曲型缓坡方程的近岸波浪和波生流数值模型; 运用独立的波浪模型计算波浪场, 并为曲线坐标系下浅水方程提供辐射应力等驱动力计算波生流场; 波浪模型和波流场模型在相同的任意曲线网格中, 运用高效的 ADI 有限差分法离散求解. 本文对波浪在半圆形水槽中传播运动和波浪在凹型水槽中破碎生成流场两个模型实验进行了数值模拟; 数值结果分别和解析解、实验值以及已发表的数值结果吻合较好. 结合数值结果的验证表明, 本文的波浪数值模型可以高效

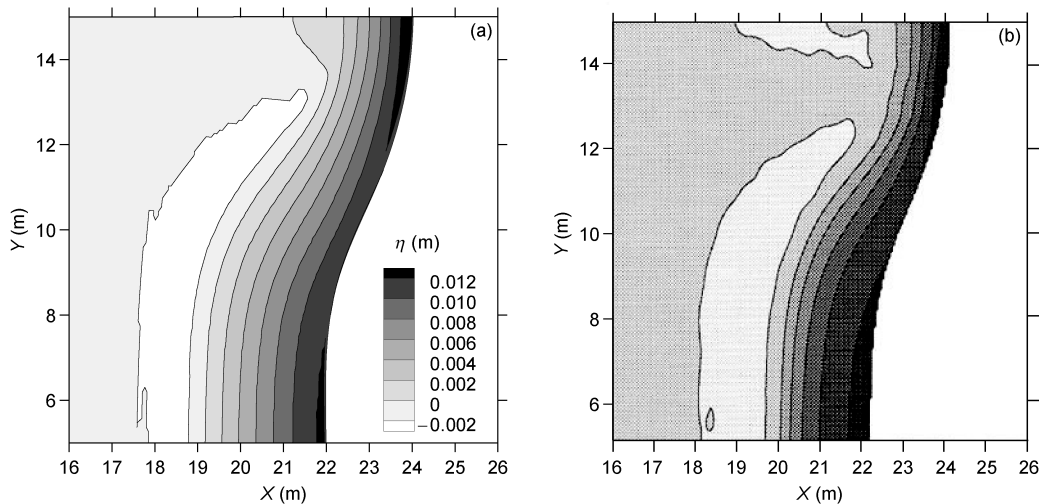


图 9 平均水面变化等高线比较图

(a) 本文数值解; (b) Sørensen^[21]数值解

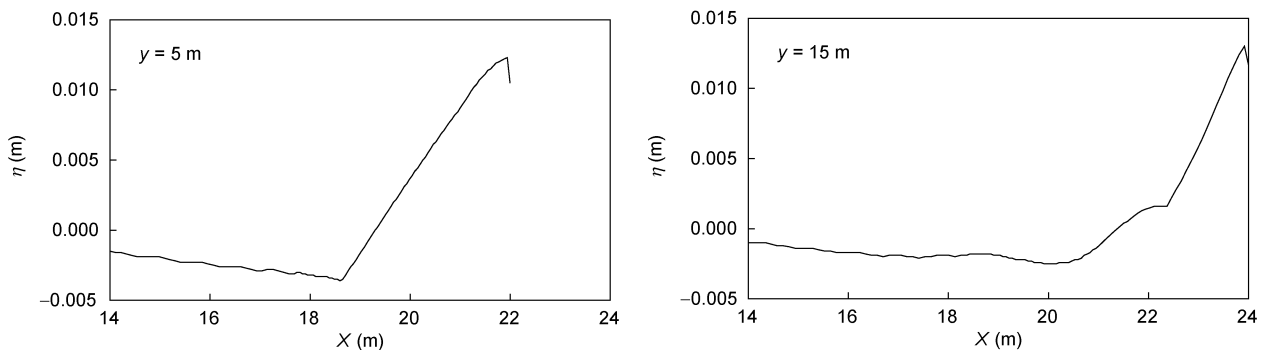


图 10 横向断面平均水面变化图

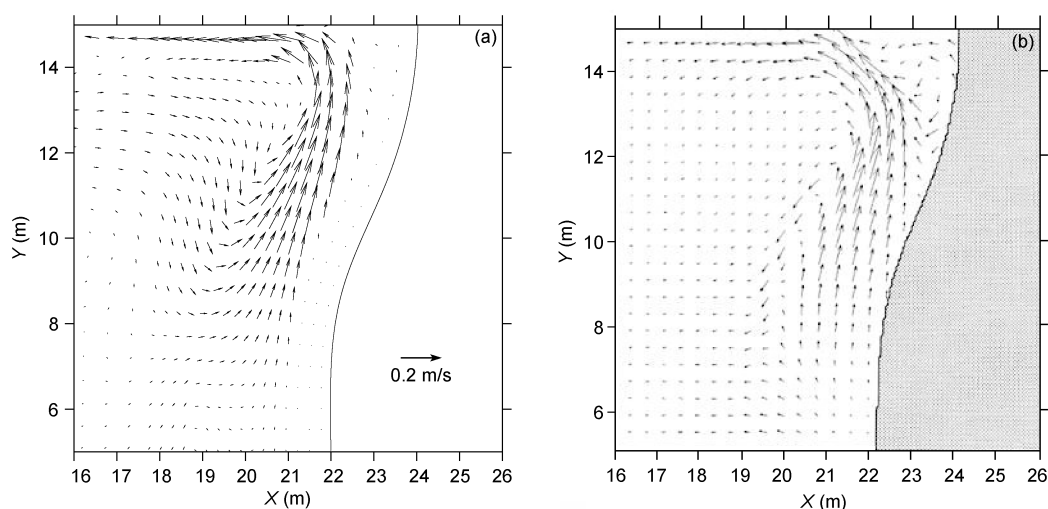


图 11 深度平均流速分布比较图

(a) 本文数值解; (b) Sørensen 数值解^[21]

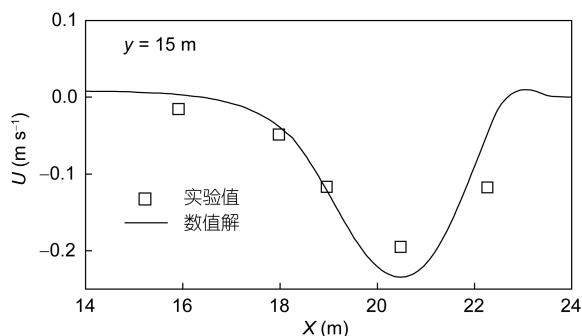


图 12 凹型槽中线处裂流流速数值解和实验值^[20]的比较

地考虑波浪反射、折射和绕射等效应共同作用下的波浪传播; 相比于 Dalrymple 等人^[18]的解析模型, 本文的数值模型可以清晰地表达波浪传播变形的时间历程; 而在求解方面比 Shi 等人^[7]建立的曲线坐标系下

的 Boussinesq 模型更加高效. 此外, 耦合的波生流数值模型, 计算精度较好, 真实地反应了波浪在近岸区破碎生成的沿岸流和裂流的分布, 以及波浪增减水的情况. 本文建立的数值模型, 可以提高模拟具有曲线等不规则边界近岸海域中波流场分布的精度, 并减少计算量.

正交曲线变换能够实现对一般曲折边界的数值模拟, 但是当地形特别复杂多变时, 生成正交曲线网格就比较困难. 所以本文的模型需要改进成非正交曲线坐标下的数值模型, 实现对边界更加适应的拟合. 此外, 原始的 Copeland 双曲型缓坡方程近年来得到了广泛的应用和发展, 考虑了计算速度、陡坡、非线性项、不规则波等各类条件, 本文的控制方程若能融合这些发展, 势必更好地实现描述近岸波浪和波流场的目的.

参考文献

- 1 邹志利. 海岸动力学. 北京: 人民交通出版社, 2009
- 2 陶建华. 水波的数值模拟. 天津: 天津大学出版社, 2005
- 3 Longuet-Higgins M S, Stewart R W. Radiation stress in water waves: a physical discussion with application. Deep Sea Res, 1964, 11(5): 529-562
- 4 Copeland G J M. A practical alternative to the Mild-Slope wave equation. Coast Eng, 1985, 9: 125-149
- 5 Zheng Y H, Shen Y M, Qiu D H. New numerical scheme for simulation of hyperbolic mild-slope equation. China Ocean Eng, 2001, 15(2): 185-194
- 6 Tang J, Shen Y M, Qiu D H. Numerical study of pollutant movement in waves and wave-induced longshore currents in surf zone. Acta Oceanol Sin, 2008, 27(1): 122-131

- 7 Shi F Y, Dalrymple R A, Kirby J T, et al. A fully nonlinear Boussinesq model in generalized curvilinear coordinates. *Coast Eng*, 2001, 42: 337–358
- 8 Spaulding M L. A vertically averaged circulation model using boundary-fitted coordinates. *J Phys Oceanogr*, 1984, 14: 973–982
- 9 Kirby J T. Parabolic wave computations in non-orthogonal coordinate systems. *J Waterw Port C-ASCE*, 1988, 114(6): 673–685
- 10 Kirby J T, Dalrymple R A, Kaku H. Parabolic approximations for water waves in conformal coordinate systems. *Coast Eng*, 1994, 23: 185–213
- 11 Shi F Y, Kirby J T. Curvilinear parabolic approximation for surface wave transformation with wave-current interaction. *J Comput Phys*, 2005, 204: 562–586
- 12 Zhang H S, Zhu L S, You Y X. A numerical model for wave propagation in curvilinear coordinates. *Coast Eng*, 2005, 52: 513–533
- 13 Yoon S B, Cho Y, Lee C. Effects of breaking-induced currents on refraction-diffraction of irregular waves over submerged shoal. *Ocean Eng*, 2004, 31: 633–652
- 14 Choi J, Lim C, Lee J, et al. Evolution of waves and currents over a submerged laboratory shoal. *Coast Eng*, 2009, 56: 297–312
- 15 Oliveira F S B F. Improvement on open boundaries on a time dependent numerical model of wave propagation in the nearshore region. *Ocean Eng* 2001, 28: 95–115
- 16 Lu Y, Zuo L, Shao X, et al. A 2D mathematical model for sediment transport by waves and tidal currents. *China Ocean Eng*, 2005, 19(4): 571–586
- 17 唐军. 近岸波浪场的缓坡模型数值模拟及波流场中污染物输运的研究. 博士学位论文. 大连: 大连理工大学, 2005
- 18 Dalrymple R A, Kirby J T, Martin P A. Spectral methods for forward-propagating water waves in conformally-mapped channels. *Appl Ocean Res*, 1994, 16: 249–266
- 19 Peregrine D H. Surf zone currents. *Theor Comp Fluid Dyn*, 1998, 10: 295–309
- 20 Hamm L. Directional nearshore wave propagation over a rip channel: An experiment. In: *Proc 23rd Int Conf Coastal Eng*, Venice, Italy, 1992. 226–239
- 21 Sørensen O R, Schäffer H A, Madsen P A. Surf zone dynamics simulated by a Boussinesq type model. III. Wave-induced horizontal nearshore circulations. *Coast Eng*, 1998, 33: 155–176

Numerical simulation of nearshore waves and wave-induced currents based on mild-slope equation in curvilinear coordinates

TONG FeiFei, SHEN YongMing* & CUI Lei

State Key Laboratory of Coastal and Offshore Engineering, Dalian University of Technology, Dalian 116023, China

In order to correctly simulate water waves and wave-induced currents in areas with curved boundary and other irregular coastlines, this paper presented a combined numerical system in orthogonal curvilinear coordinates. The hyperbolic mild-slope equation, which is known as an efficient tool for nearshore wave field taking into account the wave reflection, refraction and diffraction effects, was employed as the wave model. The shallow water equations including radiation stresses were employed as the current model in curvilinear coordinates. The wave model was actually used as a driver-model to provide radiation stresses, the gradient of which generate the wave-induced current. The coupled models were numerically solved separately by ADI finite difference scheme in the same curvilinear grids. Two cases of numerical validation of a circular channel and a rip channel showed that the established numerical model was accurate and efficient, and had the potential to be applied to complicated domains with varied boundaries, such as estuaries and harbors in actual engineering.

curvilinear coordinates, mild-slope equation, shallow water equation, water wave, wave-induced current, radiation stress, rip current

PACS: 02.60.Ed, 47.10.Ad, 92.40.Cy, 92.10.Sx

doi: 10.1360/132010-586