

一种基于特征点识别的曲线离散化方法

刘丹丹¹⁾ 张树有¹⁾ 刘元开²⁾ 谭建荣¹⁾

¹⁾(浙江大学 CAD&CG 国家重点实验室, 杭州 310027) ²⁾(浙江大学现代制造工程研究所, 杭州 310027)

摘要 提出了曲线局部特征点的概念, 并根据平行线原理给出了一种快速求取特征点的算法。通过对局部特征点进行优化, 得到所需的局部特征点集, 实现了曲线的离散。该方法在离散过程中充分考虑了离散精度误差与逼近弦长对后续三角化质量的影响。实验结果表明, 由这些特征点组成的多边形可较好地逼近曲线, 算法效率较高。

关键词 局部特征点 优化 曲线离散

中图法分类号: TP391 文献标识码: A 文章编号: 1006-8961(2004)06-0755-05

A Curve Discretization Method Based on Recognition of Feature Point

LIU Dan-dan¹⁾, ZHANG Shu-you¹⁾, LIU Yuan-kai²⁾, TAN Jian-rong¹⁾

¹⁾(State Key Laboratory of CAD&CG, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

²⁾(Modern Manufacture Engineering Research Institute, Zhejiang University, Hangzhou 310027)

Abstract The curve discretization is one of the fundamental issues in triangulation of planar region and the parameter domain of curved surface. In this paper, the conception of the curve's local feature point is presented. A fast algorithm for the acquisition of the curve's local feature point is proposed, according to the theory of parallel. Through optimizing the local feature point, the needless local feature point is omitted, and the feature point set requisite is obtained. Accordingly the curve discretization is realized, making use of the curve's local feature point. In the course of curve discretization, the quality influence of the succeeding triangulation, resulted by the tolerance of the discretization precision and the length of the approximation polygon edge, is fully considered in this method. If the approximation precision is high, the curve surface crack can be avoided. If the edge of the approximation polygon is too short, too dense triangle mesh will be created, which will result in long computation time and more memory space, or the long and narrow triangle mesh will be produced, which will make the quality of triangle mesh worse. Experiments indicate that the polygon consisting of the feature points can perfectly approximate the curve, and the algorithm is highly efficient.

Keywords local feature point, optimization, curve discretizing

1 引言

平面区域内与曲面参数域内的三角化都会涉及到曲线离散化问题^[1~5]。通过曲线上点的多边形来逼近曲线时, 多边形的逼近精度高, 可以避免曲面三角化后的裂缝现象。但若逼近多边形的边长过短则会产生过于密集的三角形网格, 造成时间和空间上的浪费, 甚至会产生过于狭长的三角面片, 影响三角面片的质量, 给后续处理带来很大的麻烦。

目前常用的曲线离散化处理方法主要有等间隔法、等弦长法和等误差法^[6]。如图 1 所示, 等间隔法是在允许偏差范围内, 令各节点在 x 轴上投影间距 Δx 相等; 等弦长法是在允许偏差范围内, 令各节点间距离 ΔL 相等; 等误差法是令各节点间曲线与逼近线段的误差 δ 相等。

等间隔法的特点是便于计算机硬件实现, 运行速度较快, 但由于 Δx 固定, 使逼近弦长不均匀, 且在曲率变化较大处会产生较大的逼近误差; 等弦长法的特点是弦长均匀, 有利于提高三角化质量, 但在

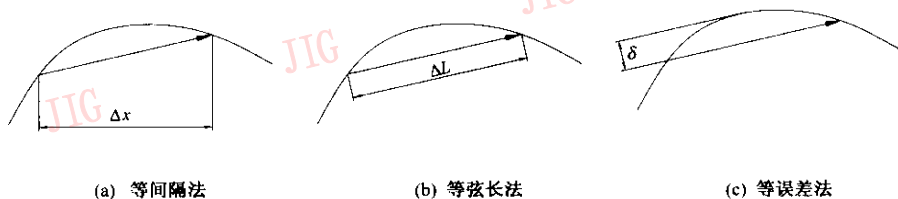


图1 曲边边界离散化处理

曲率变化较大处会产生较大的逼近误差。等间隔与等弦长法主要适用于曲率变化平缓曲线的离散化。当曲率变化较大时为了避免上述现象,实际操作中,间隔、弦长的确定是根据曲线的最小曲率半径确定的,这样在曲线边界的离散过程中产生的节点数很多。等误差法可以使直线较为均匀地逼近理想曲线,产生较少的冗余点,但是当曲线形式较为复杂时算法实现较为困难,运算速度慢,同时在曲率较高处,会使逼近线段过短,从而导致在三角化过程中,产生狭长三角形而影响三角面片的质量。

为了避免在等间隔法中由于 Δx 定值,而引起的高曲率处逼近误差过大,文献[1]应用了二分法,通过对曲线最大逼近误差的判断来动态调整步长的大小。这种方法虽然能够减少直线逼近的冗余点数和高曲率处误差过大的现象,但在高曲率处以及线段的端点处仍可能出现逼近线段过短的现象。为加快等误差法的运算速度,文献[2]应用曲线两端点间的切矢量夹角近似地表示离散误差,其虽然改善了运算速度,但当曲率变化较大时仍会产生较大的逼近误差,而且无法改善可能出现的逼近线段过短的现象。局部特征点因具有非均匀分布与反映曲线形状变化的特点,在快速求取特征点的基础上,通过局部特征点的离散线段来逼近曲线,可克服等间隔与等误差曲线离散的问题。

2 曲线局部特征点的求取

2.1 局部特征点的定义

计算机图像处理与识别经常涉及到特征点^[7,8]。特征点是数字曲线变化的关键点,它反映了物体形状的重要信息。在曲线的离散过程中,如果抓住了图形的特征点,可以使用较少的点来表达图形的完整信息。

定义 设一段曲线 $y=f(x)$, $x \in [\alpha, \beta]$, 若存在一点 $P_0(x_0, f(x_0))$, 满足到曲线端点 $A(\alpha, f(\alpha))$ 与端点 $B(\beta, f(\beta))$ 2 点所在直线的距离最大, 则称点 P_0 为曲线段 $y=f(x)$, $x \in [\alpha, \beta]$ 的局部特征点。

针对曲线的不同类型,表1列出了几种常见曲线局部特征点包含的内容。

表1 几种常见曲线的特征点内容

名称	曲线特征点模型内容
不规则曲线	曲线上的凹凸点、极值点、端点
B样条曲线	影响曲线的控制点
直线	起点, 终点
折线	折线上的拐点
椭圆	椭圆边界框顶点

2.2 局部特征点的快速求法

(1) 求函数曲线 $y=f(x)$, $x \in [\alpha, \beta]$ 的驻点, 由 $f'(x)=0$ 求得函数曲线上所有驻点 P_i 。

(2) 根据所求驻点将函数曲线简单分段逼近。

(3) 求取局部特征点, 取函数曲线中的一段 $y=f(x)$, $x \in [\alpha_i, \beta_i]$, 利用平行线法原理^[6]如图2所示, 过局部特征点的函数曲线切线斜率为

$$\begin{aligned}
 b &= \frac{f(x_T) - f(x_k)}{x_T - x_k} \\
 &= \frac{f(\alpha_i) - f(\beta_i)}{\alpha_i - \beta_i} \\
 &= f'(x_k)
 \end{aligned}$$

由上述方程求出 x_k , 得到点 P_k , $k = \{1, 2, \dots, l\}$, 其中 l 为此方程的实根数目。

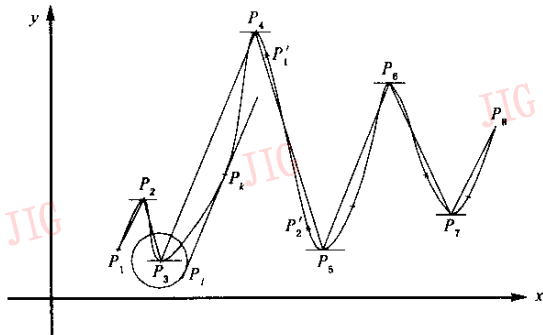


图2 特征点的快速求取

(4) 局部特征点的优化, 求 P_k 点到曲线两端点连线的距离 d_k

$$d_k = \frac{f(x_k) - f(\alpha_i) - k(x_k - \alpha_i)}{\sqrt{1 + k^2}}$$

若 $d_k > \delta$, 则将 P_k 作为局部特征点, 加入特征点集, 否则舍弃。

(5) 各特征点的连线顺序, 设第 $P_i P_{i+1}$ 段曲线内具有 m 个已优化的特征点, 那么对这 m 个特征点连同起始点按 x 坐标值进行排序, 依次连接线段, 并取代原线段 $P_i P_{i+1}$ 。

3 基于特征点的曲线离散化算法

经过局部特征点的直线段能够较好地逼近所替代的曲线段, 避免产生冗余线段和提高逼近的精度。曲线的表示方法主要有两种, 一是以曲线方程的形式加以表示, 由于曲线是连续的, 因此必须将其离散化, 如果使得曲线在离散过程中能够经过其特征点, 则可产生理想的曲线离散; 二是曲面求交产生的曲线, 一般来说, 为了满足各种不同实际工程应用的要求, 曲面的求交精度均比较高, 迭代步长很小, 因而交点是非常密集的, 如果直接在此基础上进行三角化处理, 势必产生过于密集的三角形, 因此必须对交线进行重整。

3.1 以方程形式表示的曲线离散化算法

设 $y=f(x)$ 为曲线的原始表达形式, $d_{k(i,j)}$ 为边界曲线上局部特征点 p_k 到端点 p_i 和端点 p_j 所在直线的距离, δ 为允许逼近误差, C_f 为求得的特征点点集。

递归算法的基本步骤如下:

(1) 求出曲线的所有驻点, 并将其与曲线的端点加入到特征点集 C_f 中。

(2) 利用特征点集内的点按照 x 坐标的顺序将函数曲线分段。选取每段的起始点 p_s 与终止点 p_e 。

(3) 求出 p_s 与 p_e 后, 以这 2 点做连线, 令 $p_i = p_s, p_j = p_e$, 根据平行线法原理求取局部特征点 p_k , 并求出其到直线 $p_i p_j$ 的距离 $d_{k(i,j)}$ 。

(4) 如果 $d_{k(i,j)}$ 大于 δ , 将 p_k 加入特征点集 C_f 。 p_s 、 p_k 、 p_e 将曲线又分为 2 段, 对每段曲线重复步骤 3。

(5) 如果 $d_{k(i,j)}$ 小于或等于 δ , 则对应的曲线不作任何处理, C_f 就是最终求得的特征点点集。

(6) 按照一定的顺序依次连接 C_f 内的点, 即为所求的曲线的离散。

3.2 以交点形式表示的曲线离散化算法

设 $C_n = \{p_1, p_2, p_3, \dots, p_n\}$ 是曲线上的有序点点集, p_k 到 p_i 和 p_j 所在直线的距离 $d_{k(i,j)}$ 为 C_n 内所有

点到 p_i 和 p_j 所在直线的最大距离, 允许逼近误差为 δ , C_f 为求得的特征点点集。

递归算法的基本步骤如下:

(1) 选取曲线上距离最大的 2 个点作为曲线的 2 个特征点, 并定义为起始点 p_s 和终止点 p_e , 并将这两点加入到 C_f 中。

(2) 求出 p_s 与 p_e 后, 以这两点为分界线, 将点集 C_n 分成 2 个有序点的子集 C_a, C_{n-a} , 即

$$C_n = C_a \cup C_{n-a} \cup \{p_s, p_e\}$$

对点集 C_a 计算它的 $d_{k(i,j)}$, 对点集 C_{n-a} 计算它的 $d_{k'(i,j)}$, 其中, $p_i = p_s, p_j = p_e$ 。

(3) 如果 $d_{k(i,j)}$ 大于 δ , 则 p_s, p_k, p_e 依次把 C_a 分为 2 个有序点子集, 将 p_k 加入到 C_f 中, 对每一个点集采用步骤 2; 同样如果 $d_{k'(i,j)}$ 大于 δ , 则 p_s, p_k', p_e 依次把 C_{n-a} 分为 2 个有序点子集, 将 p_k' 加入到 C_f 中, 对每一个点集也采用步骤 2。

(4) 如果 $d_{k(i,j)}$ 或 $d_{k'(i,j)}$ 小于或等于 δ , 则不作任何处理, C_f 就是最终的特征点集。

(5) 按照一定的顺序依次连接 C_f 内的点, 即为所求的曲面边界离散。

4 算法的试验结果分析与比较

针对不同算法核心部分进行时间复杂度分析, 特征点法为 $O[(n-1)^2]$, 等误差法算法为 $4O(n^2)$, 二分法算法为 $O[(n-1)^2]$, 等弦长法的算法为 $O[n]$, 由此可知特征点法的运行速度与二分法速度相当, 优于等误差法。且方程的形式较为简单, 便于利用计算机求解。表 2 列出了函数曲线 $y=x^2, x \in [-4, 7.15]$ 应用 3 种不同方法的运行结果, 其中允许的最大逼近误差 $\delta=0.2\text{mm}$ 。

表 2 计算结果

	等误差法	二分法	特征点法
最短边长	3.168 840 0e-001	2.862 990 0e-001	1.198 690e+000
最大误差	0.2	1.869 201e-001	1.767 767e-001
平均误差	0.2	8.022 597e-002	1.242 375e-001
离散点数	8	14	9
运行时间 (ms)	0.420	0.191	0.280

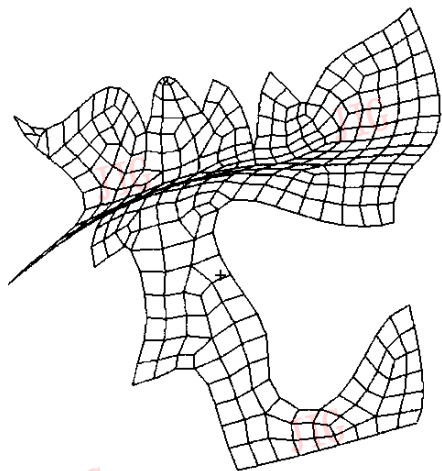
由上述比较可知, 即使在较为平缓的曲线中, 特征点法仍能保持良好的离散性能, 可避免在曲线端点以及曲率较高处产生过短的弦长。从输出点坐标以及各逼近误差看, 它的误差平均量较等误差法和二分法好, 运行速度较快, 产生的离散点数较少。试

验表明,在曲线的曲率越高,波形越多时,越能体现本算法的优越性。

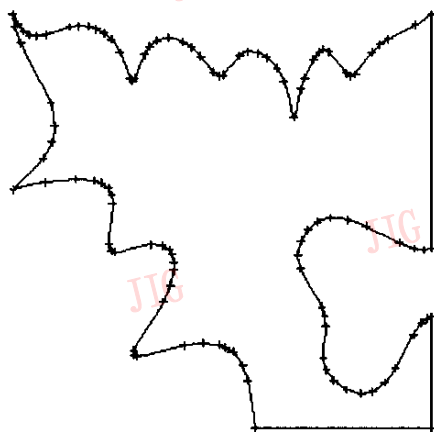
5 应用实例

采用特征点法对裁剪曲面的参数域边界曲线进

行离散的实例如图3所示,其中图3(a)为经裁剪后的NURBS曲面,图3(b)为裁剪曲面参数域内的边界曲线离散结果图。其中允许的最大逼近误差 $\delta=0.4\text{mm}$,经过离散后得到曲线离散的总点数为111,从图中可以看出离散点可以较好地反映曲线曲率的变化情况,保留了完整的图形信息。



(a) trim 曲面



(b) 参数域边界曲线离散结果

图3 应用特征点法对 trim 曲面参数域内边界曲线进行离散

6 结 论

本文解决了曲线离散过程中,在保证逼近精度的情况下,逼近弦长过短的现象。给出了一种基于曲线局部特征点识别的曲线离散化方法,该方法较好地保证了曲线的逼近精度,避免了在曲线曲率较高处和曲线端点处产生过短的逼近弦长。同时,通过局部特征点的优化,过滤不重要的局部特征点,使得曲线的离散点数减少,有利于加快后续三角化速度。该方法不仅适用于平面内函数曲线的离散而且适用于空间曲面求交产生的空间曲线的离散。但是由于本文局部特征点的快速求取是建立在平面函数曲线之上的,所以如何快速求取空间函数曲线的局部特征点,解决空间函数曲线的离散问题,将是今后研究的重点。

参 考 文 献

- 1 Piegls Leslie A, Richard Arnaud M. Tessellating trimmed NURBS surfaces[J]. Computer-Aided Design, 1995, 27(1): 16~26.
- 2 Sheng X, Hirsch B E. Triangulation of trimmed surfaces in

parametric space[J]. Computer-Aided Design, 1992, 24(8): 437~444.

- 3 Anglada Mare vigo. An improved incremental algorithm for constructing restricted delaunay triangulations[J]. Computer & Graphics, 1997, 21(2): 215~223.
- 4 高曙明,彭群生. 一种通用的 trimmed 曲面三角化算法[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 1992, 4(4): 9~15.
- 5 徐松,王剑英. 曲面的自适应三角网格剖分[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2000, 12(4): 267~271.
- 6 李克天,陈统坚,郑德涛等. 直线逼近曲线的原理及在加工凸轮中的应用[J]. 机械设计与制造, 2002, (1): 66~68.
- 7 樊宏斌,耿国华,周明全. 一种求曲线极小特征点集的算法[J]. 西北大学学报, 2002, 32(2): 166~168.
- 8 章毓晋,图象工程(下册)[M]. 北京:清华大学出版社, 2003: 166~167.



刘丹丹 1980年生,硕士研究生。主要研究方向是计算机图形学、虚拟装配、虚拟样机。



张树有 1963 年生,教授,博士生导师,1999 年于浙江大学获应用数学博士学位。主要研究领域为计算机图形学、计算机辅助设计、虚拟装配等。



谭建荣 1954 年生,教授,博士生导师,1992 年于浙江大学获应用数学博士学位。主要研究领域为产品信息学、CAX 方法学和工程图形学。



刘元开 1977 年生,2004 年于浙江大学获机械制造专业硕士学位。主要研究方向为计算机辅助设计与制造、机电一体化、工业自动化。