计算气动声学进展与展望

李晓东^{①*}, 江旻^①, 高军辉^①, 林大楷^{①②}, 刘黎^{①③}, 李小艳^{①④}

① 北京航空航天大学, 北京 100191;

② 中国商用飞机有限责任公司北京民用飞机技术研究中心, 北京 102211;

③ 北京航天发射技术研究所, 北京 100076;

④ 中国运载火箭技术研究院研究发展中心, 北京 100076

*联系人, E-mail: lixd@buaa.edu.cn

收稿日期: 2013-04-16; 接受日期: 2013-06-07

国家重点基础研究发展计划(编号: 2007CB714604, 2012CB720202)、国家自然科学基金(批准号: 10972022)和高等学校学科创新引智计划资助项目(编号: B07009)

摘要 本文首先介绍了计算气动声学的起源和研究范畴, 然后对计算气动声学早期进展及应用情况进行了简要回顾, 主要围绕高精度空间时间离散格式和无反射边界条件这两个关键要素; 然后重点讨论了近五年来计算气动声学的研究热点, 包括非线性无反射边界条件、非均匀时间步长时间推进方法、适用于复杂几何边界的空间离散方法以及宽频时域阻抗边界条件; 最后对计算气动声学的未来发展进行了简略的展望.

关键词 气动声学, 计算气动声学, 高精度格式, 无反射边界条件

PACS: 43.28.-g, 43.28.+h, 43.28.Js, 47.85.Gj

doi: 10.1360/132013-184

1 计算气动声学起源与研究范畴

1952 年, Lighthill 创立了声类比理论^[1,2], 标志着气动声学学科的诞生. 此后的几十年, Lighthill 声类比理论在气动声学理论方法方面占据了绝对主导地位, 成为指导降噪设计的基本理论. 1969 年, Ffowcs Williams 和 Hawkings^[3]将 Lighthill 声类比理论推广到适用于任意运动物体固体边界发声问题, 建立了著名的 FW-H 方程, 是气动声学史上又一里程碑式的工作, 成为此后的二十年间解决螺旋桨、直升机旋翼和风扇/压气机等运动物体发声问题最有效的研究手段.

基于数值手段或者实验方式得到的流场信息并结合求解 FW-H 方程、Kirchhoff 积分等声类比理论方程的气动噪声混合计算方法在工程应用方面发挥了巨大作用. 然而由于声类比理论不能考虑流场与声场的相互作用, 为此需要发展更精确的气动声学理论方法, 从更本质的角度研究流动发声的机理.

过去数十年中, 计算流体力学(Computational Fluid Dynamics, CFD)的飞速发展和在科研领域及工程中的广泛应用, 让人们清楚地认识到了数值模拟方法的优势. 然而, 由于所面临问题的特性不同, 传

引用格式: 李晓东, 江旻, 高军辉, 等. 计算气动声学进展与展望. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2014, 44: 234–248

Li X D, Jiang M, Gao J H, et al. Progress and prospective of computational aeroacoustics (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2014, 44: 234–248, doi: 10.1360/132013-184

统的 CFD 方法无法满足气动声学问题的研究需要. 主要是因为以下几个方面的原因^[4-8].

(1) 传统 CFD 多涉及定常或是低频非定常流动问题, 而声学问题都是典型的非定常问题, 且涵盖的频率范围通常很广. 传统的 CFD 方法很难在这么宽的频率范围内准确地刻画各种波长声波的传播.

(2) 声波传播过程中频散和耗散是很低的, 且声学量相对于流动量在量级上要小得多, 这就要求数值方法本身也必须具有极低的数值频散和耗散, 以确保波以正确的声速长距离传播. 传统的 CFD 低阶方法还无法满足如此高的精度需求.

(3) 数值模拟总是在有限的区域内进行, 并且声波在传播过程中具有低耗散特性, 为使声波在计算域开放边界能够无反射的出入, 必须采用适当的无反射边界条件. 传统的 CFD 在边界条件的处理上没有如此严格的要求.

正是基于上述原因, 使得传统的 CFD 方法在处理气动声学问题时难以胜任, 而 20 世纪 80 年代中后期以来计算气动声学(Computational Aeroacoustics, CAA)的兴起则弥补了这些不足. CAA 是从更基本层次出发, 通过对气动声学问题的直接数值模拟来研究气动噪声的产生机理和传播特性, 以获得对物理本质更深刻的理解^[4]. CAA 采用的数值方法与传统的 CFD 紧密关联, 但具有更高的精度以满足气动声学问题数值模拟的需要.

2 计算气动声学早期进展与应用

CAA 的两个最重要关键技术就是高精度的时空离散格式和无反射边界条件, 这也是其区别于传统 CFD 的两个核心要素. 早期计算气动声学的研究工作主要集中在发展高精度格式和无反射边界条件.

数值频散和数值耗散是计算格式的两种主要误差来源. 波数分析理论的发展使数值离散的频散和耗散误差得以量化, 进而取代了传统 CFD 格式中泰勒截断误差的分析方法, 为 CAA 格式误差分析提供了可靠的数学基础. 在此基础上, 许多研究者发展了多种各具特色的多点高分辨率 CAA 空间离散格式, 主要包括有限差分方法(Finite Difference Method)、有限体积方法(Finite Volume Method)、谱元方法(Spectrum Volume Method)、间断有限元方法(Discontinuous Galerkin Scheme)等. Lele^[9]与 Tam 和 Webb^[10]

分别于 1992 年和 1993 年提出了高阶紧致格式(Compact Scheme)和频散相关保持格式(Dispersion-Relation-Preserving, DRP). 这两种格式在 CAA 数值模拟中得到了广泛的应用. 基于波数分析理论, 许多研究者对其他格式进行了优化, 如 Kim 和 Lee^[11]的优化紧致差分格式、Zhong^[12]的高阶迎风格式、Zhuang 和 Chen^[13]的优化迎风格式、Gaitonde 和 Shang^[14]的优化紧致有限体积格式、Lee 和 Seo^[15]的紧致谱格式等. 这些高阶高分辨率格式在声波传播及其与流体的相互作用等问题应用上体现出了优势, 相对于传统的 CFD 低阶格式, 高阶格式能显著减少每个波长所需的网格点数, 从而减少计算量, 而且保证了声波经过长时间和长距离的传播之后, 在相位上的偏差和幅值上的衰减都非常小.

研究发现采用高精度格式离散后的偏微分方程, 除了支持原偏微分方程的解之外, 还支持一些短波长的高频数值伪波. 针对高阶中心差分格式内在的无耗散特性, Tam 等人^[10]提出了采用选择性的人工黏性来滤掉格式不能分辨的高频寄生波的方法, 以保持计算的稳定. Bogey 和 Berland 等人^[16,17]发展出一种选择性滤波技术以吸收和抑制数值伪波.

由于声波传播是与时间精确相关的物理问题, 要保证离散的偏微分方程与原偏微分方程具有相同的频散和耗散特性以获得高精度的时间解, 时间离散也需要低频散、低耗散的高精度格式. Tam 和 Webb 采用波数分析方法对 Adams-Bashforth 格式^[10]进行了优化, 使其具有低的频散和耗散特性, 以及较好的稳定性. Hu 等人^[18]对显式龙格库塔(Runge-Kutta, RK)格式进行了优化分析, 给出了具有四阶精度的低频散低耗散的龙格库塔格时间推进格式(Low-Dissipation and Low-Dispersion Runge-Kutta Scheme, LDDRK). 与标准的 RK 格式相比, LDDRK 格式可以采用更大的时间步长. 随后 Stanescu 和 Habashi^[19]在此基础上推导出了两层存储形式的 LDDRK (2N-Storage LDDRK)格式, 与之前的格式相比, 它在保持高精度、高效率的同时, 占用更少的内存. 最近, Calvo 等人^[20]和 Berland 等人^[21]先后提出了一种新的具有四阶精度的基于低频散低耗散优化的六阶 RK 格式. 新的优化格式相对于 LDDRK 格式能够在更宽的频率范围内保持稳定的低频散、低耗散误差.

格式的高精度并不能完全保证计算结果的高精度. 由于计算能力的限制, 绝大部分的计算只能在有

限的计算域内完成, 边界处非物理的反射波会影响计算结果的准确性, 严重的情况下会导致完全错误的结果. 然而几乎很难做到边界处完全无反射, 只能通过各种努力尽量减小边界处的反射. 目前的无反射边界条件大致可分为三类: 摄动边界条件、特征变量边界条件和吸收边界条件.

Tam 和 Webb^[10]通过对线化 Euler 方程进行傅立叶-拉普拉斯变换求出了熵波、涡波和声波的摄动解, 从而推导出了适合线化 Euler 方程的辐射和出流无反射边界条件; 随后 Tam 和 Dong^[22]把它推广到弱非线性形式, 使其能够处理边界处具有弱非均匀流动的非线性问题. 摄动边界条件由于采用了渐近假设, 只有当声源距离边界足够远时, 才能取得比较好的效果. Thompson^[23,24]通过对 Euler 方程作特征变量分析, 提出了适用于 Euler 方程的基于特征变量的无反射边界条件; Poinso 和 Lele^[25]则进一步把这种边界条件推广到适用于 Navier-Stokes 方程. 由于基于特征变量的无反射边界条件对边界处的波作一维假设, 因而在波斜入射边界的情况下精度较差. 吸收边界条件的基本出发点是在靠近边界处设立一个缓冲区, 缓慢修改内场主控方程, 得到在边界上具有吸收效果的边界方程, 如牛顿阻尼(Newtonian Cooling)边界条件. 但牛顿阻尼边界条件没有严格的理论推导, 通常需要较宽的吸收区, 且吸收效果的好坏严重依赖于使用者的经验.

伴随着 CAA 基本理论方法的建立, CAA 被开始用来研究在包含背景流动的复杂几何管道中声传播问题, 如航空发动机风扇管道噪声^[26-28], 并逐渐扩展到如超音喷流啸音^[29-31]、空腔流激振荡发声^[32]等非线性发声现象. 发展了包括直接数值模拟(Direct Numerical Simulation, DNS)、大涡模拟(Large Eddy Simulation, LES)和非定常雷诺平均模拟(Unsteady Reynolds-Averaged Navier-Stokes Equation, URANS)在内的不同层次的湍流模拟策略. 如 Li 和 Gao^[29,30]采用非定常雷诺平均方法精确预测了超音喷流啸音的频率和幅值. Bogey 和 Bailly^[33,34]发展了一种基于显式滤波技术的大涡模拟方法, 对喷流噪声开展了高精度计算气动声学研究. Tam 和 Ju^[35]采用直接数值模拟方法准确计算了翼型自噪声中的纯音分量. Wang 等人^[36]对这些工作进行了比较详细的综述, 在此不再重复. 然而当研究者开始运用 CAA 处理实际工程问题时仍面临诸多困难. 因为真实的气动声学

问题都是典型的多尺度流动发声问题, 通常包含很宽的频率范围和涉及复杂的几何结构以及强烈的非线性流动, 要解决此类传统方法无能为力的问题必须在计算气动声学方法方面有进一步的突破, 如发展高质量的非线性无反射边界条件、高效的时间推进方法、适用于复杂几何边界的离散方法等.

3 计算气动声学近五年来的研究热点

近五年来, 在非线性无反射边界条件, 高效时间推进方法, 适用于复杂几何边界离散方法和宽频域阻抗边界条件等方面的进展提高了 CAA 处理复杂气动声学问题的能力.

3.1 非线性无反射边界条件

基于完全耦合层(Perfectly Matched Layer, PML)技术的边界条件是一种吸收型的无反射边界条件, 基本原理是在计算域的开放边界处添加一个类似于缓冲区或海绵区的 PML 区域, 用于吸收从内场传出的数值解, 使其达到无反射的目的^[37]. PML 无反射边界条件最早由 Berenger^[38]于 1994 年在求解 Maxwell 方程时提出, 用于开放边界处吸收电磁波. Hu^[39]首先将 Berenger 的 PML 技术应用于均匀流条件下的线化 Euler 方程来求解气动声学问题. 随后越来越多的研究者致力于进一步拓展 PML 边界条件的适用范围并改善其性能^[40-43]. 随着 CAA 研究的物理问题的复杂程度提高, 迫切需要建立适用于非线性 NS 方程的 PML 边界条件. 近五年来, Hu 等人先后给出了适用于 NS 方程的守恒型^[44]和非守恒型^[45]的非线性 PML 边界条件.

采用 PML 技术得到稳定的吸收边界条件, 其关键就在于要保证主控方程支持的物理波具有相同方向的群速度和相速度^[37,42]. 而对于流体力学中像 NS 方程这样的主控方程而言, 所支持的物理波具有不同的群速度和相速度. 因此为获得稳定的 PML 边界条件, 需要对主控方程进行适当的时空变换, 让它具有一致的群速度和相速度. Hu 等人^[44]提出了推导 PML 方程所需的三步法:

- (1) 将主控方程进行的适当的时空变换;
- (2) 在频域内对方程进行 PML 变换;
- (3) 通过傅里叶反变换将方程变回到原来的时空空间内.

基于三步法, 笛卡儿坐标系下适用于守恒型可压缩 NS 方程的完全耦合层边界条件如下^[44]:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \frac{\partial [\mathbf{F}_i - \bar{\mathbf{F}}_i]}{\partial x_i} + \sigma_i \mathbf{q}_i + \beta \sigma_i [\mathbf{F}_i - \bar{\mathbf{F}}_i] = 0, \\ \frac{\partial \mathbf{q}_i}{\partial t} + \delta_{ij} \left(\sigma_i \mathbf{q}_i + \frac{\partial [\mathbf{F}_i - \bar{\mathbf{F}}_i]}{\partial x_i} \right) + \delta_{il} (\beta \sigma_l [\mathbf{F}_l - \bar{\mathbf{F}}_l]) = 0, \\ \frac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial t} + \delta_{ij} \sigma_i \mathbf{r}_j = \frac{\partial [\mathbf{G} - \bar{\mathbf{G}}]}{\partial x_i} + \delta_{il} (\beta \sigma_l [\mathbf{G} - \bar{\mathbf{G}}]). \end{cases} \quad (1)$$

其中

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u_1 \\ \rho u_2 \\ \rho u_3 \\ \rho e \end{bmatrix}, \quad \mathbf{F}_i = \begin{bmatrix} \rho u_i \\ \rho u_i u_i - \tau_{1i} + \delta_{1i} p \\ \rho u_i u_i - \tau_{2i} + \delta_{2i} p \\ \rho u_i u_i - \tau_{3i} + \delta_{3i} p \\ (\rho e + p) u_i - u_j \tau_{ij} + q_i \end{bmatrix}, \quad \mathbf{G} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ T \end{bmatrix}. \quad (2)$$

方程(1)中上标“-”代表伪平均流物理量, σ_i 为 PML 区域吸收系数, 参数 β 通过伪平均流的速度型来确定, 辅助变量 $\mathbf{q}_i$ 和 $\mathbf{r}_i$ 只需要在 PML 域中引入, 具体定义详见文献[44].

为了测试无反射边界条件的精度, 对均匀流动条件下自由空间中的声波和涡波传播问题进行了模拟, 并比较了不同强度的入射声波和涡波在靠近边界处产生的最大反射误差. 图 1 和图 2 分别给出了采用非线性 PML 条件(守恒型^[44]和非守恒型形式^[45]), 线性 PML 条件^[39], Thompson 的特征变量边界条件^[24]和 Tam 和 Dong 的摄动边界条件^[22]时的测试结果. 结果表明, 采用守恒型和非守恒型非线性 PML 边界条件产生的最大反射误差在量级上相当, 而在较强非线性入射波条件下这两种形式的反射误差都比线性 PML 和其他边界条件的反射误差要低 1~2 个数量级.

正是由于非线性 PML 边界条件所展现出的显著优势, 使其不仅在计算气动声学^[46]和计算流体力学^[47]获得了应用, 而且应用范围已经拓宽到天体物理学^[48]和计算机图形学^[49]等多学科领域.

3.2 非均匀时间步积分方法

在数值模拟多尺度流动发声问题时, 如飞机增压装置绕流噪声等, 声源区域的流场和声场结构往往需要很稠密的网格点来刻画, 而在远离声源的声传播区域则可以采用较稀疏的网格. 由于显式时间

图 1 不同强度涡波入射条件下不同边界条件产生的最大反射误差

Figure 1 Maximum reflection error, for different boundary conditions, as a function of vortex strength.

图 2 不同强度声波入射条件下不同边界条件产生的最大反射误差

Figure 2 Maximum reflection error, for different boundary conditions, as a function of sound wave strength.

推进格式稳定性条件的限制, 每个区域所能采用的最大时间步长与网格特征尺度成正比. 网格越密的地方, 所允许采用的时间步长越小. 因此, 从声近场网格最稠密的区域到声远场网格最稀疏的区域, 由稳定性条件所决定的最大时间步长可能会相差好几个数量级. 而在时间推进过程中, 为了保证计算稳定性和时间相关性, 往往采用由整个计算域中最小网格尺度所决定的时间步长作为整场时间推进的步长. 显然这样的时间推进方法会导致巨大的计算量.

为克服这一困难, 不少研究者在多时间步长推进方法方面开展了研究工作, Tam 和 Kurbatskii^[32]于

2000年在优化 Adams-Bashforth 格式基础上提出了一种多块网格的多时间步长推进方法. 随后 Tam 和 Ju^[35]和 Garrec 等人^[50]将这一方法延伸到了曲线坐标系下. 然而, 这些方法都需要相邻网格块的网格尺寸比相同. 对于复杂几何边界问题, 这将增加重叠网格生成的难度. 为此, 发展具有普适性的、高精度的多时间步长推进方法, 不仅可以很大程度地减少计算量提高计算效率, 而且也能在处理复杂几何边界问题时降低重叠网格生成难度.

最近, Liu 等人^[51,52]针对 CAA 和 CFD 中常用的有限元和有限差分格式, 发展了非均匀时间步长显式龙格库塔积分方法. Lin 等人^[53]基于优化的时间插值格式, 发展了非均匀步长 Adams-Bashforth 方法. 上述两种方法均能适应相邻网格块的网格尺寸以任意比例变化的情形, 这将显著降低在处理复杂几何边界问题时的网格生成难度.

3.2.1 非均匀时间步长显式龙格库塔积分方法

Liu 等人^[51]从龙格库塔方法基本数学形式出发, 发展了一种适用于间断伽辽金(Discontinuous Galerkin, DG)有限元方法的非均匀多时间步长龙格库塔积分方法, 并进一步扩展应用于有限差分格式^[52]. 该方法简述如下.

我们考虑如图3所示的一维非均匀网格. 图中点划线表示网格块的分界线, 左边是格点均匀分布的粗网格, 右边则为细网格. 在图示非均匀网格上进行时间积分, 且粗/细网格块上分别采用满足局部稳定性条件的时间步长 Δt_c 和 Δt_f , 满足

$$\Delta t_c = 2\Delta t_f. \quad (3)$$

图4 二维单圆柱声散射分块非结构网格

(a) 全局, (b) 局部

Figure 4 The unstructured grid in simulation of sound scattering by 2D single cylinder. (a) Whole domain; (b) local grid around cylinder.

假设一维非均匀网格在 t_n 时刻的解已知, 为得到 t_{n+1} 时刻的解, 粗网格只需进行一次积分, 而细网格则需要两次积分. 上述积分过程中, 中间时间层 $t_{n+1/2}$ 上只需要计算细网格上的解, t_{n+1} 时间层上则需要分别得到粗/细网格上的解. 具体到粗/细网格交界相邻的网格单元上的积分, 表现为粗网格单元上的时间积分的计算需要相邻细网格单元在相同时间层上解的信息; 同样, 细网格单元上的时间积分的计算也都需要相邻粗网格单元的相应信息. 所以, 当粗/细网格单元采用不同时间积分步长时, 为了保证每一步积分过程中粗/细网格间信息的正确传递以及整场积分精度, 相邻粗/细网格单元上的时间积分需要耦合进行. 详细的耦合关系推导见文献[51].

采用第二届 CAA Workshop^[54]的标准问题之一二维单圆柱声散射问题进行了验证. 空间离散采用五阶精度的 DG 方法, 时间离散采用 4 阶精度的 LDDRK 非均匀时间步长积分格式. 计算域被划分为三角形网格如图4所示. 网格尺度沿圆柱径向逐渐增大. 图5给出了压力等值线和三个观察点的压力-时间曲线与解析结果对比, 两者吻合很好.

图3 非均匀网格的非均匀时间步长积分示意图

Figure 3 Schematic diagram of a non-uniform time integration on a non-uniform grids.

图 5 瞬态单圆柱散射声场和观察点压力-时间曲线

(a) 瞬态散射声场, (b) 观察点压力-时间曲线

Figure 5 The instantaneous scattering sound field and the sound pressure at measurement points as a function of time. (a) Instantaneous scattering sound field; (b) time history of sound pressure at measurement points.

最近, 德国宇航研究院(DLR)的声学数值模拟软件 DISCO 也采用了上述非均匀时间步长积分方法, 在模拟飞机增升装置气动噪声问题时计算效率提升达到 5 倍以上^[55].

3.3.2 基于优化时间插值的多时间步长推进方法

Lin 等人^[53]发展了一种适用于有限差分格式的多时间步长推进方法, 该方法和 Adams-Bashforth 格式相结合, 通过引入优化的时间插值格式, 可以实现高精度的多时间步长推进. 具体实现过程简述如下.

假设在网格交界面的网格分别为粗网格和细网格, 记为网格 1 和网格 2, 如图 6 所示. 网格 1 和网格 2 中稳定的最大时间步长分别为 ΔT_1 和 ΔT_2 , T_1 和 T_2 分别代表网格 1 和 2 的当前时间层. 通过比较 T_1 和 T_2 来确定哪块网格先进行时间推进, 需要考虑以下三种情况.

$T_1 = T_2$, 网格 1 和网格 2 之间都将进行数值解的时间和空间插值和数据的传输.

$T_1 > T_2$, 网格 1 内场的数值解将通过时间和空间插值以及数据交换传递到网格 2 边界, 然后网格 2 将以 ΔT_2 为时间步长推进.

$T_1 < T_2$, 网格 2 内场的数值解将通过时间和空间插值以及数据交换传递到网格 1 边界, 然后网格 1 将以 ΔT_1 为时间步长推进.

从上面的分析可以看到这种方法简单易行, 而且相邻网格块的网格大小不需要满足特定的比例, 这将很大程度地降低网格生成的难度. 此方法的关

图 6 时间推进与数据交换

Figure 6 Schematic diagram of time integration and data exchange.

键是需要高精度的时间插值格式, 为此采用了 Tam 和 Webb^[10]提出的优化方法用于时间插值格式的优化, 具体推导过程见文献[53].

选取压力波脉冲传播问题对非均匀时间步长 Adams-Bashforth 方法进行了校核, 求解的方程为二维线性 Euler 方程. 计算使用的重叠网格如图 7 所示, 整个计算域被分成了四个区域, 每个区域采用相同尺度的均匀网格. 相邻区域网格大小比例不是一个固定值, 从计算域的中心到外围大小比例为 $\Delta_1 : \Delta_2 : \Delta_3 : \Delta_4 = 1 : 2 : 5 : 16$. 在计算过程中, 不同的网格块中采用相同的 CFL 数, 各区域采用的时间步长之比等于网格尺寸之比. 图 8 给出了瞬态压力等值线分布和 x 轴压力分布曲线. 可以看出压力脉冲能够很顺利地传递, 没有看到明显的数值振荡

图7 分区重叠网格拓扑结构图($\Delta_1:\Delta_2:\Delta_3:\Delta_4=1:2:5:16$)

(a) 全局, (b) 局部

Figure 7 Schematic diagram of the topological structure of the overset grids ($\Delta_1:\Delta_2:\Delta_3:\Delta_4=1:2:5:16$). (a) Whole domain; (b) local grid.

图8 瞬态压力等值线和 x 轴线压力分布曲线

(a) 瞬态压力等值线, (b) x 轴线压力分布曲线

Figure 8 The instantaneous sound field and the sound pressure along x -axis. (a) Instantaneous sound field; (b) sound pressure along x -axis.

现象, 沿 x 轴的压力分布数值解和精确解也符合得很好.

最近, 该方法已被用于翼型自噪声直接数值模拟中^[56], 与单时间步长的 Adams-Bashforth 推进方法相比, 采用非均匀时间步长 Adams-Bashforth 方法在计算效率提升超过 70%.

3.3 适于复杂几何边界的空间离散方法

尽管优化过的高阶差分格式在计算气动声学应用上取得了成功, 但是其缺点也显而易见, 它严重依赖网格的质量^[57], 并且稳定性大大低于低阶格式. 这些缺陷严重限制了其在一些具有复杂几何边界的流动发声问题(如民用飞机的高升力装置、起落架、直

升机的旋翼等)上的应用, 极大地阻碍了计算气动声学方法的进一步推广. 为了提高处理复杂几何边界问题的能力, 目前采取的措施主要有两种: 一是采用多块重叠网格(Overset Grid)^[58,59]技术, 重叠网格间采用高精度插值方法传递信息; 二是采用非结构网格(Unstructured Grid)方法. 重叠网格技术的确大大提高了结构化网格处理复杂几何结构的能力. 然而重叠网格的生成及重叠信息的前期处理是一项非常复杂繁琐的工作. NASA AMES 的研究组^[60]经过近 30 年的发展, 才逐渐形成一套完善的重叠网格处理工具 PEGASUS 和低阶 CFD 求解器 Overflow. 美国怀特-帕特森空军基地实验室的 Rizzetta 等人^[61]基于 PEGASUS 软件, 发展了一套重叠网格的高阶有限差

分求解器 FDL3DI. 根据作者的经验^[30], 由于高阶格式模板格点数多, 为了保证格式精度, 重叠网格的重叠区域和格点数也远大于低阶格式. 这在增大计算量的同时, 大大增加了重叠信息前处理的复杂度以及网格间信息传递的难度, 并且大量插值计算也降低了求解器的效率. 浸入式边界方法(Immersed Boundary Method, IB)^[62]也是近些年得到快速发展的一种适合于复杂几何边界的方法, 其在中低雷诺数流动的数值模拟, 尤其是运动物体, 如模拟昆虫飞行等方面取得了成功. 然而这种方法在中高雷诺数流动的数值模拟上遇到了困难, 由于 IB 方法的网格线与边界层通常并不平行, 而且其在边界处的精度通常只能达到二阶, 在准确分辨薄湍流边界层上存在一定的挑战^[62]. 因此该方法目前在较高雷诺数复杂流动发声问题的数值模拟应用中并不多见.

对于非结构网格目前最常用的方法之一是有限体积法(Finite Volume Method, FVM). 然而, 由于在非结构网格上构造高阶格式存在诸多困难. 目前常用的有限体积法精度基本都在二阶. 传统有限元方法(Finite Element Method, FEM)^[63]在复杂几何边界问题上具有非常好的适用性和灵活性, 与有限体积法不同的是, 有限元法在单元内构造通量, 而有限体积法需要相邻单元. 但是由于高阶有限元方法需要求解大规模的稀疏矩阵, 这也使得高阶有限元方法难以在工程问题中得到广泛应用. 为了弥补这种缺陷, 有不少研究者发展了各种基于非结构网格的高精度方法, 如间断有限元方法^[64-67](Discontinuous Galerkin Method, DG)、谱体积方法^[68](Spectral Volume, SV)等. 但是, 由于这些方法算法繁复、计算量大、相对不成熟, 目前还鲜少看到其在具有复杂几何边界的真实工程问题上的应用. 因此, 快速高效、且能有效处理复杂几何边界的高精度计算气动声学方法是目前基础与工程应用的迫切需求.

最近, Gao 等人^[69]发展了优化的高精度谱差分方法和高阶差分格式的结构网格块界面间通量重构方法^[70], 前者适用于非结构网格, 后者适用于结构网格, 但显著降低了应用重叠网格技术带来的网格生成和前处理的难题, 这两项研究工作很大程度上提高了 CAA 处理复杂几何边界问题的能力.

3.3.1 谱差分方法

谱差分方法是一种新的基于非结构网格的高精

度差分方法, 最早由 Liu 等人^[71]在 2006 年提出, Wang 等研究者^[72]把它扩展应用到 Euler 方程, Sun 等人^[73]进一步把它推广到基于六面体非结构网格的 Navier-Stokes 方程. 在一维、二维四边形(Quadrilateral)、三维六面体(Hexahedral)的情况下, 谱差分方法等同于 Kopriva^[74]提出的多域谱方法(Multi-Domain Spectral Method). 近几年来, Wang 和 Jameson 等研究者在谱差分方法的发展应用上开展了大量出色的研究工作, 从激波捕捉^[75], 动网格技术^[76], 自适应网格技术^[77]等诸多方面不断完善谱差分方法的能力, 同时把谱差分方法应用到湍流模拟^[78]、流固耦合^[79]、优化^[80]等不同领域.

Gao 等人^[69]对四阶谱差分方法在频域内进行了频散特性优化. 频散特性分析结果表明, 优化后的谱差分方法不仅具有更好的频散特性, 并且消除了采用 Chebyshev-Gauss-Lobatto 通量点引起的弱不稳定性问题. 他们采用优化后的方法对一系列计算气动声学标准算例进行了测试, 测试结果表明, 优化后的谱差分方法能够更加准确模拟声波的反射、传播等现象, 提高了谱差分方法的声学模拟能力. 图 9(a)中是采用四阶优化的谱差分方法数值模拟得到的圆柱声散射压力场云图, 图中三个监测点的压力信号随时间的变化曲线如图 9(b)所示, 从图中可以看到, 优化格式提高了谱差分方法的精度, 其结果相比原方法与解析解符合得更好.

3.3.2 适用于高阶差分格式的网格块界面通量重构方法

采用高阶有限差分格式进行数值模拟时, 为了提高其处理复杂几何结构的能力, 通常采用重叠网格技术(Overlap Grid). 重叠网格技术的确提高了有限差分方法处理复杂几何边界的能力. 但是重叠网格的生成和前处理非常困难. 重叠网格间数据交换和插值信息很复杂, 除了 NASA Ames^[60], 目前少有能够自动处理这种信息的前处理软件. 这个缺陷阻碍了高精度方法在复杂流动的数值模拟中进一步应用.

Gao^[70]根据非结构网格的谱差分方法和通量重构方法^[81]中单元界面通量处理方法, 提出一种适用于高阶差分格式的结构网格块界面间通量重构方法. 与重叠网格技术不同的是, 该方法只要求相邻网格块间有一层网格点重叠, 而对网格块间的网格尺度, 网格光滑性和正交性没有要求. 对如图 10 所示的网

图 9 单圆柱声散射数值模拟结果

(a) 瞬时压力场, (b) 三个监测点压力脉动随时间变化

Figure 9 The numerical results of sound scattering by single cylinder. (a) Instantaneous scattering sound field; (b) time history of sound pressure at three measurement points.

格, 尽管每块网格内部都光滑连续, 但是网格块间不光滑, 直接使用高阶差分格式存在困难. 根据谱差分方法或者通量重构方法只要求单元内通量连续的思想, 放宽高阶差分格式对通量连续性要求, 使通量仅仅在网格块内连续, 网格块界面处不连续. 界面处不连续的通量可以通过 Riemann 算子求得共同通量, 以保证守恒性和稳定性. Gao^[70]的研究表明, 7 点 DRP 格式或者四阶紧致差分格式耦合界面通量重构方法是稳定的, 并且仍然保持四阶精度, 界面通量重构方法对数值模拟整体精度的影响不大. 作者把该方法应用到双圆柱声散射问题和低雷诺数圆柱绕流问题的数值模拟中, 数值结果与解析解或者其他研究者的结果很好吻合, 表明该方法对复杂几何形状的无粘或者有粘流动问题的模拟是精确有效的.

图 11 中是双圆柱声散射问题数值模拟中采用的网格分块拓扑, 计算域大小为 $-10 \leq x \leq 10$, $0 \leq y \leq 4$. 尺寸为 0.025 的均匀网格分布在外围计算域. 每个圆柱

图 10 网格块界面不连续网格示意图

Figure 10 Schematic diagram of the interface of discontinued meshes.

外有三块网格, 网格放大图如图 12 所示. 界面通量重构方法应用在每一个内场网格块边界处, 界面处采用 Rusanov^[82]算子计算共同通量.

图 13 中是数值模拟得到的瞬时压力场云图, 从图中可以看到压力场光滑, 没有出现使用界面通量重构方法而出现不连续的现象. 图 14 中是圆柱表面压力脉动均方根分布. 从图中可以看到 7 点 DRP 格式^[10]和四阶紧致差分格式^[9]的结果与解析解对比符合得很好, 这表明界面通量重构方法是准确的.

3.4 宽频时域阻抗边界条件

声衬被广泛应用于飞机发动机的消声短舱和各种工业消声器. 为了达到有效的噪声抑制效果, 需要声衬工作在一个较宽的频率范围内. 因此声衬表面声传播问题的数值模拟需要考虑宽频非线性声波的传播, 此时采用时域数值模拟方法较频域方法更具优势. 因而为了在时域数值模拟中描述声衬的宽频特性, 需要建立相应的宽频时域阻抗模型^[7]. 针对时域数值模

图 11 双圆柱声散射算例网格分块示意图

Figure 11 Mesh topology in the simulation of sound scattering by two cylinders.

图 12 圆柱周围网格

Figure 12 Schematic diagram of the mesh near the cylinder.

图 13 圆柱周围瞬时声压场分布云图

Figure 13 Instantaneous pressure field near the cylinder.

图 14 圆柱表面声压均方根数值解与解析解对比

Figure 14 Comparison of the numerical results with the analytical solutions for root-mean-square pressure on the cylinder surface.

拟的宽频阻抗模型, 需要满足两个条件: 首先需要阻抗模型表达式能够代表工程中各种类型的宽频特性声衬; 其次能够快速有效地应用于时域数值计算.

20 世纪 90 年代中期以来研究者从不同角度提出并建立了几种不同的适用于时域数值计算的阻抗模型. Tam 和 Auriault^[83]提出了一种三参数阻抗模型, 但是该模型不能够代表一般条件下的宽频阻抗特性. Özyörük 和 Long^[84]发展了一种通过 z 变换实现的宽频时域阻抗边界条件, 然而该模型在时域数值模拟应用中不能无条件满足稳定性和因果性要求. Rienstra^[85]在 Helmholtz 共振腔阻抗模型基础上, 结

合 z 变换, 发展了适于高频条件下的扩展的 Helmholtz 共振腔阻抗模型, 该模型能够满足阻抗模型所需要的一些必要条件, 但局限于周期性变化的声阻抗特性. 最近, Reymen 等人^[86]提出了一阶响应系统和二阶响应系统组合形式的宽频阻抗模型, 该模型可以采用递归算法计算时域内卷积积分, 节省了计算资源. 但是, Reymen 的模型不能够准确描述声抗线性变化或者声阻恒定不变的宽频声阻抗特性. 最近, Li 等人^[87]在质量-弹簧-阻尼三参数阻抗模型的基础上, 引入共轭复数极点-残值对有理分式组合的形式, 建立了通用且适定的宽频多极点阻抗模型, 其具体形式如下:

$$Z(\omega) = ia\omega + b + \frac{ic}{\omega} + \sum_{j=1}^J \left(\frac{C_j}{\omega - \xi_j} - \frac{C_j^*}{\omega + \xi_j^*} \right). \quad (4)$$

其中, C_j 和 ξ_j 是复数形式(*表示共轭复数); a, b, c 均为大于 0 的实数. 公式(5)中, 时间相关的量假设按照 $e^{-i\omega t}$ 的形式变化. 该宽频多极点阻抗模型综合体现了三参数模型^[83]和多极点模型的一些特征. 该模型的主要特点是采用复平面内一系列的简单极点来描述阻抗.

当采用时域数值模拟计算时, 需要把频域内的阻抗边界条件转化到时域内, 时域阻抗边界条件具体形式如下式所示:

$$p(t) = -a \frac{dv_n}{dt} + bv_n + c \int_0^t v_n(\tau) d\tau + 2 \sum_{j=1}^J \text{Im} \left[C_j \int_0^t e^{-i\xi_j \tau} v_n(t-\tau) d\tau \right]. \quad (5)$$

对于该宽频多极点时域阻抗边界条件, 采用二维半无限长阻抗管中声传播算例进行校核. 图 15 给出了多自由度宽频时域阻抗边界条件的二维验证结果, 数值解和解析解很好的吻合, 说明了该宽频时域阻抗边界条件的精确性与适用性.

4 计算气动声学前景展望

经过二十多年的发展, CAA 已成为气动声学重要的研究方向, 在分析气动噪声产生机理和传播特性方面发挥了重要的作用. 然而随着处理问题复杂程度的提高, CAA 仍需在湍流模拟、人工边界条件等方面取得突破才能满足实际工程问题的需求. 具体

图 15 (网络版彩图)宽频时域阻抗边界条件的二维验证 (a) $t=100.0$ 时刻压力分布比较: 数值解(---), 解析解(—), (b) 不同位置处解析能量谱和数值模拟得到的能量谱比较($x_0=0$ m 处: 解析谱, —; 计算谱, ○; $x_1=1.46$ m 处: 解析谱, ---; 计算谱, ●; $x_2=2.46$ m 处: 解析谱, —·—; 计算谱, △)

Figure 15 (Color online) Validation of the 2D broadband time domain impedance model. (a) Comparison of pressure distribution at $t=100.0$: numerical(---), analytical(—); (b) comparison of spectra, $x_0=0$ m: analytical(—), numerical(○); $x_1=1.46$ m: analytical(---), numerical(●); $x_2=2.46$ m: analytical(—·—), numerical(△).

情况如下.

先进的湍流模拟技术. 大部分流动噪声的产生都与湍流现象相关, 因此气动噪声数值模拟的精度, 不仅取决于所采用的计算格式, 而且也与所采用的湍流模拟策略相关. 现有的直接数值模拟和大涡模拟技术应用时都面临着计算量巨大的难题, 所以亟待发展的先进的湍流模拟技术.

更精确的人工边界条件. 随着 CAA 处理问题复杂程度的提高, 计算规模也在迅速增长, 这显然不利于 CAA 用于实际的工程问题. 因此发展更精确的人工边界条件, 可以进一步减小数值模拟时所需的计算域, 特别是在处理三维问题时, 将极大的减小计算规模, 缩短计算时间.

基于平均流场的 CAA 预测方法. 使用基于非定常流场的噪声预测方法极其耗时, 但是平均流场的计算却已相当成熟, 计算时间很短. 基于平均流场参数的(如雷诺应力等)适于复杂几何边界的预测方法, 将是 CAA 未来重要的研究方向之一.

更高效的并行计算方法. 随着 CAA 处理问题复杂程度的提高, 数值模拟的计算规模持续扩大, 并行规模已经达到上万个 CPU 物理核. 近年来, 图形处

理器(Graphic Processing Unit, GPU)性能迅速发展, CPU 提高 10 倍以上, 因此基于 GPU 和 CPU/GPU 混合并行计算方法将是接下来的一个研究热点.

致谢 本文综述到的多项研究是与德国柏林工业大学 THIELE F 教授, 美国奥多米尼大学 HU F Q 教授和佛罗里达州立大学 TAM C K W 教授合作完成的, 特此致谢.

参考文献

- 1 Lighthill M J. On sound generated aerodynamically: I. General theory. *Proc R Soc Lond A*, 1952, 211: 564–581
- 2 Lighthill M J. On sound generated aerodynamically: II. Turbulence as a source of sound. *Proc R Soc Lond A*, 1954, 211: 1–31
- 3 Ffowcs Williams J E, Hawkings D L. Sound generated by turbulence and surfaces in arbitrary motion. *Phil Trans R Soc Lond A*, 1969, 264(1151): 321–342
- 4 Tam C K W. Computational aeroacoustics: An overview of computational challenges and applications. *Int J Comput Fluid Dyn*, 2004, 18(6): 547–567
- 5 Tam C K W. Computational aeroacoustics: Issues and method. *AIAA J*, 1995, 33(10): 1788–1796
- 6 Tam C K W. Advances in numerical boundary conditions for computational aeroacoustics. *J Comput Acoust*, 1998, 6(4): 377–402
- 7 Tam C K W. *Computational Aeroacoustics, A Wave Number Approach*. London: Cambridge University Press, 2012
- 8 Lele S K. Computational aeroacoustics: A review. In: the Proceedings of 35th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition. Reno: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 1997. 0018
- 9 Lele S K. Compact finite difference scheme with spectral-like resolution. *J Comput Phys*, 1992, 103(1): 16–42
- 10 Tam C K W, Webb J C. Dispersion-relation-preserving finite difference scheme for computational acoustics. *J Comput Phys*, 1993, 107(2): 262–281
- 11 Kim J W, Lee D J. Optimized compact finite difference schemes with maximum resolution. *AIAA J*, 1996, 34(5): 887–893
- 12 Zhong X L. High-order finite-difference schemes for numerical simulation of hypersonic boundary-layer transition. *J Comput Phys*, 1998, 144(2): 662–709
- 13 Zhuang M, Chen R. Optimized upwind dispersion-relation-preserving finite difference scheme for computational aeroacoustics. *AIAA J*, 1998, 35(11): 2146–2148
- 14 Gaitonde D, Shang, J S. Optimized compact-difference-based finite-volume schemes for linear wave phenomena. *J Comput Phys*, 1997, 138(2): 617–643
- 15 Lee C, Seo Y. A new compact spectral scheme for turbulence simulation. *J Comput Phys*, 2002, 183(2): 438–469
- 16 Bogey C, Bailly C. A family of low dispersive and low dissipative explicit schemes for flow and noise computations. *J Comput Phys*, 2004, 194(1): 194–214
- 17 Berland J, Bogey C, Marsden O. High-order low dispersive and low dissipative explicit schemes for multiple-scale and boundary problems. *J Comput Phys*, 2007, 224(2): 637–662
- 18 Hu F Q, Hussaini M Y, Manthey J L. Low-dissipation and low-dispersion Runge-Kutta schemes for computational acoustics. *J Comput Phys*, 1996, 124(1): 177–191
- 19 Stanescu D, Habashi W G. 2N-Storage Low-dissipation and low-dispersion Runge-Kutta schemes for computational aeroacoustics. *J Comput Phys*, 1998, 143(2): 674–681
- 20 Calvo M, Franco J M, Rande L. A new minimum storage Runge-Kutta schemes for computational acoustics. *J Comput Phys*, 2004, 201(1): 1–12
- 21 Berland J, Bogey C, Bailly C. Low-dissipation and low-dispersion fourth-order Runge-Kutta algorithm. *Comput Fluids*, 2006, 35(10): 1459–1463
- 22 Tam C K W, Dong Z. Radiation and outflow boundary conditions for direct computation of acoustic and flow disturbances in a non-uniform mean flow. *J Comput Acoust*, 1996, 4(2): 175–201
- 23 Thompson K W. Time dependent boundary conditions for hypersonic systems. *J Comput Phys*, 1987, 68(1): 1–24
- 24 Thompson K W. Time dependent boundary conditions for hypersonic systems, II. *J Comput Phys*, 1990, 89(8): 439–461
- 25 Poinot T J, Lele S K. Boundary conditions for direct simulations of compressible viscous flows. *J Comput Phys*, 1992, 101(7): 104–129
- 26 Özyörük Y, Alpman E, Ahuja V, et al. Frequency-domain prediction of turbofan noise radiation. *J Sound Vib*, 2004, 270: 933–950
- 27 Li X D, Schemel C, Michel U, et al. Azimuthal sound mode propagation in axisymmetric flow ducts. *AIAA J*, 2004, 42(10): 2019–2027
- 28 Li X D, Richter C, Thiele F. Time-domain impedance boundary conditions for surfaces with subsonic mean flows. *J Acoust Soc Am*, 2006, 119(5): 2665–2676
- 29 Li X D, Gao J H. Numerical simulation of the generation mechanism of axisymmetric supersonic jet screech tones. *Phys Fluids*, 2005, 17(8): 085105
- 30 Li X D, Gao J H. Numerical simulation of the three dimensional screech phenomenon from a circular jet. *Phys Fluids*, 2008, 20(3): 035101
- 31 Shen H, Tam C K W. Three-dimensional numerical simulation of the jet screech phenomenon. *AIAA J*, 2002, 40(1): 33–41

- 32 Tam C K W, Kurbatskii K A. Micro fluid dynamics and acoustics of resonant liners. *AIAA J*, 2000, 38(8): 1331–1339
- 33 Boegey C, Bailly C. Large eddy simulations of transitional round jets: Influence of the Reynolds number on flow development and energy dissipation. *Phys Fluids*, 2006, 18: 065101
- 34 Boegey C, Bailly C. Large eddy simulations of round free jets using explicit filtering with/without dynamic Smagorinsky model. *Int J Heat Fluid Flow*, 2006, 27: 603–610
- 35 Tam C K W, Ju H. Numerical simulation of the generation of airfoil tones at a moderate Reynolds number. In: the Proceedings of 12th AIAA/CEAS Aeroacoustic Conference. Boston: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2006. 2502
- 36 Wang M, Freund J B, Lele S K. Computational prediction of flow-generated sound. *Annu Rev Fluid Mech*, 2006, 38: 483–512
- 37 Hu F Q. Development of PML absorbing boundary conditions for computational aeroacoustics: A progress review. *Comput Fluids*, 2008, 37: 336–348
- 38 Berenger J P. A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *J Comput Phys*, 1994, 114(2): 185–200
- 39 Hu F Q. On absorbing boundary conditions for linearized Euler equations by a perfectly matched layer. *J Comput Phys*, 1996, 129: 201–219
- 40 Abarbanel S, Gottlieb D, Hesthaven J S. Well-posed perfectly matched layers for advective acoustics. *J Comput Phys*, 1999, 154: 266–283
- 41 Appelö D, Hagstrom T, Kreiss G. Perfectly matched layers for hyperbolic systems: general formulation, well-posedness and stability. *SIAM J Appl Maths*, 2006, 67(1): 1–23
- 42 Hu F Q. A stable perfectly matched layer for linearized Euler equations in unsplit physical variables. *J Comput Phys*, 2001, 173(2): 455–480
- 43 Hu F Q. A perfectly matched layer absorbing boundary condition for linearized Euler equations with a non-uniform mean-flow. *J Comput Phys*, 2005, 208: 469–492
- 44 Hu F Q, Li X D, Lin D K. Absorbing boundary conditions for nonlinear Euler and Navier-Stokes equations based on the perfectly matched layer technique. *J Comput Phys*, 2008, 227: 4398–4424
- 45 Lin D K, Li X D, Hu F Q. Absorbing boundary condition for nonlinear Euler equations in primitive variables based on the perfectly matched layer technique. *Comput Fluids*, 2011, 40: 333–337
- 46 Wang J T, Dual J. Theoretical and numerical calculations for the time-averaged acoustic force and torque acting on a rigid cylinder of arbitrary size in a low viscosity fluid. *J Acoust Soc Am*, 2011, 129(6): 3490–3501
- 47 Touloupoulos I, Ekaterinaris J A. Artificial boundary conditions for the numerical solution of the Euler equations by the discontinuous Galerkin method. *J Comput Phys*, 2011, 230(15): 5974–5995
- 48 Hanasoge S M, Komatitsch D, Gizon L. An absorbing boundary formulation for the stratified, linearized, ideal MHD equations based on an unsplit, convolutional perfectly matched layer. *Astron Astronphys*, 2010, 522(87): 1–8
- 49 Soderstrom A, Karlsson M, Museth K. A PML-based nonreflective boundary for free surface fluid animation. *ACM T Graphic*, 2010, 29(5): 1–17
- 50 Garrec T L, Gloerfelt X, Corre C. Multi-size-mesh multi-time-step algorithm for noise computation around an airfoil in curvilinear meshes. In: the Proceedings of 12th AIAA/CEAS Aeroacoustic Conference. Boston: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2007. 3504
- 51 Liu L, Li X D, Hu F Q. Non-uniform time-step explicit Runge-Kutta discontinuous Galerkin method for computational aeroacoustics. *J Comput Phys*, 2010, 229(19): 6874–6897
- 52 Liu L, Li X D, Hu F Q. Non-uniform-time-step explicit Runge-Kutta scheme for high-order finite difference method. In: the Proceedings of 49th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition. Orlando: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2010. 3934
- 53 Lin D K, Jiang M, Li X D. A multi-time-step strategy based on an optimized time interpolation scheme for overset grids. *J Comput Acoust*, 2010, 18(2): 131–148
- 54 Tam C K W, Hardin J C. Second computational aeroacoustic (CAA) workshop on benchmark problems. Workshop on Benchmark Problems, 1996
- 55 Bauer M, Dierke J, Ewert R. On the performance of airframe noise prediction on unstructured grids. In: the Proceedings of 18th AIAA/CEAS Aeroacoustic Conference. Spings: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2012. 2148
- 56 Jiang M, Li X D, Lin D K. Numerical simulation on the airfoil self-noise at low Mach number flows. In: the Proceedings of 50th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition. Nashville: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2012. 0834
- 57 Chung Y M, Tucker P G. Accuracy of higher-order finite-difference schemes on non-uniform grids. *AIAA J*, 2003, 41(8): 1609–1611
- 58 Sherer S E, Visbal M R. Computational study of acoustic scattering from multiple bodies using a high-order overset grid approach. In: the Proceedings of 9th AIAA/CEAS Aeroacoustic Conference. Hilton Head: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2003. 3203
- 59 Tam C K W, Hu F Q. An optimized multi-dimensional interpolation scheme for computational aeroacoustics application using overset grids. In: the Proceedings of 10th AIAA/CEAS Aeroacoustic Conference. Manchester: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2004. 2812
- 60 Chan W M. Overset grid technology development at NASA Ames Research Center. *Comput Fluids*, 2009, 38: 496–503
- 61 Rizzetta D P, Visbal M R, Morgan P E. A high-order compact finite-difference scheme for large-eddy simulation of active flow control. *Prog Aerosp Sci*, 2008, 44: 397–426
- 62 Mittal R, Iaccarino G. Immersed boundary method. *Annu Rev Fluid Mech*, 2005, 37: 239–261
- 63 Hughes T J R. The Finite Element Method, Linear Static and Dynamic Finite Element Analysis. New York: Dover Publications, 1987
- 64 Cockburn B, Shu C W. TVB Runge-Kutta local projection discontinuous Galerkin finite element method for conservation laws II: general

- framework. *Math Comput*, 1989, 52: 411–435
- 65 Cockburn B, Lin S Y, Shu C W. TVB Runge-Kutta local projection discontinuous Galerkin finite element method for conservation laws III: one-dimensional systems. *J Comput Phys*, 1989, 84: 90–113
  - 66 Cockburn B, Hou S, Shu C W. TVB Runge-Kutta local projection discontinuous Galerkin finite element method for conservation laws IV: The multidimensional case. *Math Comput*, 1990, 54: 545–581
  - 67 Cockburn B, Shu C W. The Runge-Kutta discontinuous Galerkin method for conservation laws V: Multidimensional systems. *J Comput Phys*, 1998, 141: 199–224
  - 68 Wang Z J. Spectral (finite) volume method for conservation laws on unstructured grids: Basic formulation. *J Comput Phys*, 2002, 178(1): 210–251
  - 69 Gao J H, Yang Z G, Li X D. An optimized spectral difference method for CAA problems. *J Comput Phys*, 2012, 231: 4848–4866
  - 70 Gao J H. A block interface flux reconstruction method for numerical simulation with high order finite difference scheme. *J Comput Phys*, 2013, 241: 1–17
  - 71 Liu Y, Vinokur M, Wang Z J. Spectral difference method for unstructured grids I: basic formulation. *J Comput Phys*, 2006, 216: 780–801
  - 72 Wang Z J, Liu Y, May G, et al. Spectral difference method for unstructured grids II: Extension to the Euler equations. *J Sci Comput*, 2006, 32(1): 45–71
  - 73 Sun Y, Wang Z J, Liu Y. High-order multidomain spectral difference method for the Navier-Stokes equations on unstructured hexahedral grids. *Commun Comput Phys*, 2007, 2(2): 310–333
  - 74 Kopriva D A. A staggered-grid multidomain spectral method for the compressible Navier-Stokes equations. *J Comput Phys*, 1998, 143: 125–158
  - 75 Premasathan S, Liang C, Jameson A. A spectral difference method for viscous compressible flows with shocks. In: the Proceedings of 18th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference. Spings: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2009. 3785
  - 76 Ou K, Liang C, Jameson A. A high-order spectral difference method for the Navier-Stokes equations on unstructured moving deformable grids. In: the Proceedings of 49th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition. Orlando: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2010. 541
  - 77 Ou K, Jameson A. Dynamic mesh deformation for adaptive grid resolution enhancement with staggered spectral difference and finite volume mesh. In: the Proceedings of 49th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition. Orlando: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2011. 196
  - 78 Mohammad A H, Wang Z J, Liang C L. Large eddy simulation of flow over a cylinder using high-order spectral difference method. *Adv Appl Maths Mech*, 2010, 2(4): 451–466
  - 79 Ou K, Jameson A. A high-order spectral difference method for fluid-structure interaction on dynamic deforming meshes. In: the Proceedings of 28th AIAA Applied Aerodynamics Conference. Chicago: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2010. 4932
  - 80 Ou K, Jameson A. Unsteady adjoint method for the optimal control of advection and Burger's equations using high-order spectral difference method. In: the Proceedings of 49th AIAA Aerospace Sciences Meeting including the New Horizons Forum and Aerospace Exposition. Orlando: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2011. 24
  - 81 Huynh H T. A flux reconstruction approach to high-order schemes including discontinuous Galerkin methods. In: the Proceedings of 18th AIAA Computational Fluid Dynamics Conference. Spings: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2007. 4079
  - 82 Rusanov V. Calculation of interaction of non-steady shock waves with obstacles. *J Comput Maths Math Phys*, 1961(1): 261–279
  - 83 Tam C K W, Auriault L. Time domain impedance boundary for computational aeroacoustics. *AIAA J*, 1996, 34(5): 917–923
  - 84 Özyörük Y, Long Y L, Jones M G. Time-domain numerical simulation of a flow-impedance tube. *J Comput Phys*, 1998, 146(1): 29–57
  - 85 Rienstra S W. Impedance models in time Domain, including the extended Helmholtz resonator model. In: the Proceedings of 12th AIAA/CEAS Aeroacoustic Conference. Boston: American Institute of Aeronautics and Astronautics, 2006. 2686
  - 86 Reymen Y, Baelmans M, Desmet W. Efficient implementation of Tam and Auriault's time-domain impedance boundary condition. *AIAA J*, 2008, 46(9): 2368–2376
  - 87 Li X Y, Li X D, Tam C K W. An improved multi-pole broadband time domain impedance boundary condition. *AIAA J*, 2012, 50(4): 980–984

Progress and prospective of computational aeroacoustics

LI XiaoDong^{1*}, JIANG Min¹, GAO JunHui¹, LIN DaKai^{1,2}, LIU Li^{1,3} & LI XiaoYan^{1,4}

¹ Beihang University, Beijing 100191, China;

² Beijing Aeronautical Science & Technology Research Institute of COMAC, Beijing 102211, China;

³ Beijing Institute of Aerospace Launch Technology, Beijing 100076, China;

⁴ Research and Development Center, China Academy of Launch Vehicle Technology, Beijing 100076, China

The origin and research category of Computational Aeroacoustics (CAA) are introduced firstly. The early progress and applications are summarized, focusing on the two key elements of CAA, high accuracy spatial and time discretization schemes and non-reflecting boundary conditions. Furthermore, the research advances of CAA in the past five years are highlighted, including nonlinear non-reflecting boundary condition, non-uniform time integration method, space discretization method applicable for complex geometry and broadband time domain impedance boundary condition. Finally, the future prospective of CAA is presented briefly.

aeroacoustics, computational aeroacoustics, high order scheme, non-reflecting boundary condition

PACS: 43.28.-g, 43.28.+h, 43.28.Js, 47.85.Gj

doi: 10.1360/132013-184