

“欧氏几何”是怎样产生的？

吉林师范大学《自然辩证法》读书班数学组

“欧氏几何”，一般地是指初等几何，它是生产实践和科学技术中一种最基本的数学工具，是中小学数学课程的基本内容之一。“欧氏几何”是怎样产生的？是劳动人民在生产实践中创造的，还是欧几里得等个别数学家“天才发明”的？这是唯物史观和唯心史观长期争论的一个问题。以马克思主义哲学作指导，认真研究“欧氏几何”的历史，从中考察一下科学与生产的关系，数学家与群众的关系，将有助于我们在工作中坚持辩证唯物论的反映论，批判唯心论的“先验论”。

一

恩格斯指出：“科学的发生和发展一开始就是由生产决定的。”几何学和其他科学一样，是在劳动人民认识自然、改造自然的生产实践中产生和发展起来的。可是，以孔丘为代表的儒家，认为数学是从“天”上掉下来的。孔丘曾大谈什么“河图”之类的“瑞应”，说有龙马遵照天意从河里跳出来，背上驮着一个八卦图。（《论衡·问孔篇》）《周易·系辞传》也说“河出图、洛出书，圣人则之”，是说八卦图是圣人从河图、洛书中取法来的。而南宋的理学家朱熹则进一步宣称数学发端于“河图”、“洛书”。（《易本义》）有些数学家受其影响，说：“龙马负图，而数肇端。”（《算法统宗》）孔老二的忠实信徒林彪，也认为数学是少数“天才”创造的，胡说什么几何学是古希腊的欧几里得“发明的”。有些数学家受唯心论的影响，也错误地认为“欧氏几何”是“一位希腊天才的完美的创造物”^[1]。中国、埃及、巴比伦、希腊以及印度等国，都是几何学的主要发源地，这些国家几何学形成的历史事实，无情地批驳了林彪、孔老二的唯心论的“天才论”和“天命观”。

在我国，从出土的文物可以看出，在原始社会中，只有当进入新石器时代，从打猎捕渔到农牧业，从仅仅采集食物到真正生产的转化时期，人们才对空间形式有些了解，从而在生产实践中逐步形成了图形的概念。如出土的新石器时代的石斧、石铲，上面凿有整齐的圆形孔^[2]；1921年在河南渑池出土的仰韶文化彩陶器（公元前6000年左右），上面画有规则的几何条纹；1954到1957年在西安半坡村由考古发掘的夏代以前的原始部落遗址，有圆形和正方形的房屋基地^[3]；从殷墟掘得的车轴其饰物有五边形递至九边形^[4]；殷甲骨文有规字作“𠄎”，象手执规画圆，矩字作“𠄎”，象曲尺形，说明殷代已经有了画方圆的工具规矩^[4]；传说夏禹治水的时候，就“左准绳，右规矩”（《史记·夏本记》）进行测绘。殷商甲骨文中“口”、“田”和“𠄎”等字^[5]，这些方块就是田，说明在殷商已在土地测量中将田地分成若干小方块。殷商后期制造的钟鼎，不但形状美观，而且上面画有各种几何图案。这些事实说明，当时劳动人民已经初步形成了一些图形的概念。可见，“形的概念也完全是从外部世界得来的，而不是在头脑中由纯粹的思维产生出来的。”当农牧业、手工业生产有了新的发展，人们为了进一步解决生产中的问题时，需要探

讨各种图形的性质和它们之间的联系,经过“去粗取精、去伪存真、由此及彼、由表及里”的分析、概括,逐步发现几何图形的规律性。到了周朝已经形成了较多的几何知识。据我国较早的天文数学书《周髀算经》记载:劳动人民在长期使用规矩的实践中,发现直角三角形(矩)与方、圆间的关系,从而总结出“合矩以为方,环矩以为圆”(《算经十书》)的定理。在测量土地和推算天文历法中,发现勾股形(直角三角形)三边的关系:“勾广三、股修四、径隅五”等勾股定理的特例。以后概括为:“勾股各自乘,并而开方除之,得(弦)”(同上),这就是所谓勾股定理。后来的《九章算术注》中又利用“弦图”对勾股定理作了精确的证明。我国另一部较早的数学书《九章算术》还系统地总结了我国上古至先秦两汉时代劳动人民在生产实践中积累起来的数学知识。其中第一章“方田”主要是关于田亩面积的计算;第五章“商功”比较系统地整理了劳动人民在丈量土地、修筑堤坝、建造房屋和测量容积等过程中创造出来的丰富的几何知识,作了比较系统的整理,提出了各种面积和体积的计算公式。而且,魏晋时期的《九章算术注》一书中,采用群众在实践中创造的分、合、移、补的方法,证明了上述的面积体积公式,这些公式和证明方法与现在的基本相同。这些事实说明,几何学以至于**“数学是从人的需要中产生的:是从丈量土地和测量容积,从计算时间和制造器皿产生的。”**

在埃及、巴比伦和希腊,几何知识也是由于制造器皿、测量土地、土木建筑以及天文测量等的需要而产生和发展起来的。从出土文物发现,前王朝时期(公元前4000—3500年)的埃及陶器上就有整齐对称的几何花纹^[6]。古代埃及尼罗河经常泛滥,劳动人民为了计算尼罗河水的涨落期的需要,产生了埃及的天文学。而**“天文学只有借助于数学才能发展。因此也开始了数学的研究。”**埃及劳动人民在观测天象以及建筑高大的金字塔等实践中,逐步地创造了几何知识。在最早记载埃及数学知识的《阿梅斯》纸草书中,记载有计算耕地面积、谷仓容积以及建造金字塔等几何问题,其中有计算矩形、三角形和梯形面积的经验公式,圆面积等于边为其直径 $\frac{8}{9}$ 的正方形面积的近似公式等(这实际已经认为圆周率等于 $3.16\cdots$)^[7]。在巴比伦由出土的文物知道,在美索不达米亚原始时期的艺术品上有三角形的图案^[6],特别是由于底格里斯和幼发拉底两河流域的美索不达米亚平原,土地肥沃,农业发展很快,需要天文学。巴比伦的劳动人民在生产实践中结合天文观测也创造了不少几何知识。例如,在公元前两千年左右,他们在长期观察中发现太阳在黄道上约360天走一周,因而他们分黄道为360等分,规定太阳每天走过的弧为一度,也就是将圆周分成360度,又将每度分成60分,每分分为60秒^[7],等等。到了公元前六世纪,埃及和巴比伦的几何知识传到希腊。那时希腊已经是奴隶社会,生产有了很大发展,使希腊几何学发展到一个新的时期。希腊的欧几里得正是在这一时期写出了《几何原本》。由于这个缘故,后世一般把初等几何称为“欧氏几何”,一直延续到现在。

毛主席指出:**“人的认识,主要地依赖于物质的生产活动,逐渐地了解自然的现象、自然的性质、自然的规律性、人和自然的关系。”**几何学是人们对现实世界空间关系的一种认识。这种认识主要地依赖于劳动人民的生产活动。中国、埃及、巴比伦和希腊等国几何学的历史,充分地说明几何学来源于生产实践,是劳动人民在长期的实践中创造的。古希腊的欧几里得只是对希腊以及埃及、巴比伦劳动人民在实践中创造出来的丰富的几何知识,在前人总结的基础上,作了进一步的加工整理,写出了《几何原本》。可见几何学是劳动人民在生产实践中创造的,而绝不是欧几里得头脑里固有的,也不象某些数学家所说的那样是欧几里得的“天才创造物”,更不是圣人从什么“龙马”驮出来的图上取出来的。对于孔老二的“河图”之类的谬论,东汉的法家王充早在其著作《论衡·问孔篇》中就进行过批判,指出“河图”之类的说法毫无根据,

是“不思其本,而望其末”,荒谬绝伦,孔老二的“天神议论”,均属“误不诎也”,必须彻底戳穿。

二

任何科学理论都是实践经验的总结,都是劳动群众的创造,都是集体智慧的结晶。在古希腊,到了公元前五世纪左右,由于生产的飞快发展,奴隶们创造和积累了十分丰富的几何知识,**“有系统地依据材料的内在联系把这些材料加以整理的必要,就简直成为无可避免的。”**几何学就是广大自然科学工作者对劳动人民创造和积累的几何知识进行系统整理和概括而形成的。古希腊的唯物主义者泰勒斯(公元前 624—547 年)本人就是几何学家,最早把埃及和巴比伦的几何知识传入希腊,他曾用相似理论测量过埃及金字塔的高度,**“他确定了一年是 365 天,据说他曾预言过一次日蚀。”**泰勒斯的学生阿那克西曼德对几何学也作了不少工作,特别是在几何测绘方面,**“制造过日晷、一种海陆地图和各种天文仪器。”**他们曾总结出半圆的圆周角为直角、三角形合同等定理^[7]。著名的唯物主义者德莫克利特(约公元前 460—360 年);是《原子论》首创者之一,他提出的“几何原子”的概念,具有积分思想的萌芽,从这个思想出发,他计算了柱体和锥体体积^[6]。天文学家欧道克斯(公元前 410—356 年)曾结合天文观测和机械应用对几何学进行深入的研究,他第一次用“取尽法”研究了比例论,并提出归谬法,解决了柱体体积和与锥体体积的关系的重要定理^[7]。希波克拉底(约公元前 470—440 年)在欧几里得以前就写出《几何原本》作为教科书使用^[8],其内容比较联系实际,并使用了逻辑推理方法。被恩格斯称为古希腊“思想家”的亚里士多德(公元前 384—322 年),他对辩证法比较精密地研究过,并对各个知识领域进行探讨,从中概括了思维的形式和规律,系统地提出形式逻辑。此外,毕达哥拉斯、柏拉图及其门徒对几何知识也作过一些整理。

这样,到了公元前三世纪,欧几里得在泰勒斯、德莫克利特、希波克拉底以及毕达哥拉斯、柏拉图等人的工作基础上,运用了亚里士多德提供的逻辑方法,对广大劳动人民创造和积累的丰富几何知识,做进一步整理和概括,加以系统化,写出了《几何原本》。这本书共有十三卷,其中第五、第六卷是关于比例和相似形的理论,主要是泰勒斯和欧道克斯整理的内容;第三卷是关于圆的理论,基本上是希波克拉底整理的内容;第一、二、四卷是关于平行线、三角形、四边形、多边形、勾股定理;第十一、十二、十三卷是立体几何,这些主要是毕达哥拉斯和柏拉图等人整理的内容;第七—十卷是用几何方法研究算术,其中无理数的一部分是提艾提德整理的成果,其余部分才主要是欧几里得整理完成的^[7]。

以上事实说明,如果没有劳动人民长期创造积累的丰富几何知识作前提,没有前人的整理概括作为基础,没有前人提供的逻辑方法,欧几里得是不可能写出《几何原本》的。就是说,《几何原本》是集体智慧的结晶,是历史发展的必然产物。可见“欧氏几何”是由欧几里得大体整理完成的,而不是由他个人“发明的”。

那么,欧氏《几何原本》对中国的几何学影响又是怎样的呢?按照林彪的“几何学是欧几里得发明的”逻辑,只能推出“中国几何学是从古希腊欧几里得那里传过来的”这一谬论。林彪就曾大肆吹捧古代希腊文化是“影响全世界上二千多年来的思想,成为二千年来世界思想的根源”^[9]。我国有的数学工作者也受唯心论和洋奴哲学的影响,说什么希腊欧几里得《几何原本》是“几何学的唯一圣典”,是“几何学的正宗”。这也无非是说,只是因为希腊的欧几里得发明了几何学,传到了中国,中国才有了几何学。果真如此吗?否。事实上,早在欧几里得《几何原

本》传到我国以前,我国劳动人民就在长期生产实践中创造和积累了丰富的几何知识,并对这些几何知识进行了总结和概括,形成了我国独特风格的几何学。战国时期的《墨经》总结了劳动人民创造的几何知识,并达到较高的水平。《墨经》一书结合光学、天文学实际研究,运用形式逻辑总结了几何方面的一些原理和方法。其中不仅有定义、公理、定理,而且有无限大、极限和集合论的思想。例如书中说:“平,同高也”,指平行的两直线或两平面间的距离处处相等;“同长,以正相尽也”,指同长的线段可以相叠合;“中,同长也”,指线段中点到两端距离相等;“圆,一中同长也”,指圆有一个中心,中心到圆周上的点都等远;“体,分于兼也”,是说个体是全体的一部分;“穹,或有前,不容尺也”,指有限的区间可以量过,实际上是一百年后的所谓“阿基米德”公理;“尽,莫不然也”,指无穷大的区域无所不包;“非半不斲,则不动,说在端”,指当线段被分割时,若累次平分,无限继续下去,就可以达到固定的端点,这是极限的思想;“纆,间虚也”、“盈,莫不有也”,指空集不含元素,真集一定含有元素。这是集合论的思想。《墨经》中几何学的一个主要特点是紧密联系实际。例如,用几何方法来解决几何光学中的一些重要问题等,而且论述正确,思想深刻,逻辑性强,在这些方面也不亚于以后的欧几里得《几何原本》。

在先秦两汉时期,奴隶制瓦解和封建制建立,我国社会生产力得到了空前的发展,有力地推动了几何学的发展。当时,法家革新、进步的政治路线和唯物主义自然观也促进了生产和几何学的进步。在先秦和汉唐时期完成的我国《算经十书》,从唐到宋元一直曾被作为数学教科书。其中《周髀算经》、《九章算术》、《五曹算经》、《海岛算经》和《辑古算经》,都有丰富的几何内容,不仅内容紧密结合当时生产实际,而且在题材和观点上与法家有所联系。《九章算术》中的“方田”章,主要是反映“井田制”破坏以后,发展生产和按亩收税而需要的土地面积计算,其中一亩为“二百四十(方)步”是秦国和秦朝时的制度;其中“商功”章中的容积计算所用的单位斛为“积一尺六寸、五分寸之一”(《算经十书》),是根据秦孝公变法时的“商鞅量”规定的。金文记载:“十八年齐遣大夫众来聘,冬十二月乙酉,大良造鞅爰积十六尊五分尊(之)一为升”^[10]。秦孝公十八年是公元前344年,大良造是商鞅的官级,相当于国相兼将军,“尊”字是“寸”字,当作“立方寸”解。《周髀算经》等书中有关天文历法的几何计算,也是与法家的主张“天行有常”、“地有常数”、“制天命而用之”(《荀子·天论》)的自然观,以及推行耕战政策需要制定历法分不开的。如《周髀算经》序言曰:虽天大地广、但“可以玄象课其进退”,“可以晷仪验其长短”,“故能弥纶天地之道,有以见天地之赜。”(《算经十书》)这些唯物主义的观点,指导着该书的作者和注者能采取积极的态度去总结我国劳动人民在研究天文历法方面的几何学成果。其中不仅有著名的勾股定理,而且记载了三千多年前我国劳动人民就发现“周三径一”,即 $\pi \doteq 3$ 。魏晋时期的《九章算术注》,用割圆方法,即用圆的内接正六边形使它的边数倍增的方法,求得圆周率 $\pi = 3.141\dots$,并指出“割之弥细,所失弥少,割之又割,以至不可割,则与圆周合体而无所失矣”(同上)。这实际就是恩格斯指出的:“纯粹的量的分割是有一个极限的,到了这个极限它就转化为质的差别”的辩证法性质。到了南北朝,伟大的、进步科学家祖冲之(约公元429—500年),在研究天文改革历法中,敢于对儒家主张的历法是“古人制章”、“万世不易”的复古守旧的观点作斗争,坚持改革历法,编成《大明历》,驳正了当时采用的元嘉历的错误;而且为了天文、历法推算的需要研究了圆周率,应用割圆术方法得出了圆周率精确到 $3.1415926 < \pi < 3.1415927$,并求出圆周率的近似分数:约率 $\pi \doteq 22/7$,密率 $\pi \doteq 355/113$ (《隋书·律历志》)。后者,比德国鄂图(Otto)于公元1573年得出同样分数早一千多年。有的外国数学史家主张把圆周率称为祖冲之率。祖冲之和他的儿子祖日恒在总结前人经验的基础上,提出关于体积的一般原理:“缘幂

势既同,则积不容异”,“幂”指的是截面面积,“势”指的是高,意思是说,“等高处的截面面积相等的两个几何体,体积相等”(《算经十书》),后来人们称为“祖日恒原理”。意大利人卡瓦列利(Cavalieri 约公元 1598—1647 年)在一千年后才提出了这个原理。这个原理实际上已经有了积分思想。祖日恒原理现在被国内外中学几何教科书用来作为解决体积理论的基础。到公元七世纪,唐朝的数学著作《辑古算经》中,又进一步应用代数的高次方程来解决体积问题,巧妙地解决了不规则形状的台、堤、河道的体积计算。

北宋时代王安石变法的助手、进步思想家沈括(约公元 1031—1095 年),在积极参加王安石变法的过程中,也进行了大量的科学研究活动,他重视劳动人民在发展科学技术上的作用,他认为自然科学知识包括数学在内是“百工、群有司、市井、田野之人”创造的,并非“尽出于圣人。”(《梦溪笔谈》)他总结和研究过各种自然科学,对几何学也进行过研究,提出了“会圆术”和“隙积术”(弧、弦和高等级数求和的计算方法)。南宋的秦九韶,重视实践,认为“数术之传,以实为体”,他著有《数书九章》(1247 年),其中有不少几何方面的内容,如已知三角形的三边计算三角形面积的公式(即黑隆公式)等。同时代的革新派李冶(冶)认为数学规律是客观存在的,是可以认识的,他所著的《测圆海镜》共有一百七十个用代数方程解决测量的问题。

由上述可见,早在欧氏《几何原本》于公元 1607 年由明朝的徐光启译成中文(前六卷)开始流传于我国以前,我国已形成了自己的、内容极为丰富的、理论联系实际、形数统一的几何理论、方法。这说明,中国的几何学不是从希腊的欧几里得那里传来的,希腊的《几何原本》不是中国几何学的“根源”,不是什么“几何学的正宗”。这怎么能说几何学是希腊欧几里得发明的呢?毛主席曾批评有些人“言必称希腊,对于自己的祖宗,则对不住,忘记了。”我国几何学的历史事实给那些言必称希腊、崇洋媚外的林彪之流当头一棒。

从“欧氏几何”的产生和发展的历史事实中,可以看出,几何学是千百万劳动人民包括我国和世界各国劳动人民在长期的生产实践中创造和发展起来的,而不是欧几里得等个别数学家头脑的“天才发明”。数学家只是在群众创造和前人工作的基础上进行了整理和加工。数学家们的工作我们要给以应有的肯定,但是绝不能因此就否定劳动人民对数学发展的伟大作用。毛主席指出:“人民,只有人民,才是创造世界历史的动力。”劳动人民创造了人类的物质财富,也创造了人类的科学文化。劳动群众是世界历史的创造者,也是几何学历史的创造者。林彪这个孔老二的忠实信徒,肆意颠倒几何学的历史,宣扬唯心论的“天才论”和洋奴哲学,是为了给其修正主义路线制造“科学根据”,复辟资本主义。我们要站在路线斗争的高度,以辩证唯物论为武器,彻底批臭林彪、孔老二的唯心论的“天才论”和“天命观”,肃清它在数学和自然科学领域里的影响,自觉地用马克思主义统帅数学和自然科学的教学和研究工作,更好地为社会主义革命和建设服务,为巩固无产阶级专政服务。

参 考 资 料

- [1] 亚历山大洛夫,数学概论(中译本),1958,中国科学技术出版社。
- [2] 李俨,中国古代数学史料,1954,中国科学图书仪器公司出版。
- [3] 钱宝琮,中国数学史,1964,科学出版社。
- [4] 李俨,中国算学史,1955,商务。
- [5] 郭沫若,奴隶制时代,参见[2],第10页。
- [6] 斯特洛伊克,数学简史(中译本),1956,科学出版社。
- [7] 清水英一等著,数学史新讲,昭和15年,东京贤文馆藏版。
- [8] 梅荣照,数学通报,1962,1。
- [9] 转引自《人民日报》,1974年12月5日。
- [10] 郭沫若,两周金文辞大系,参见[2],第5页。