



随机波浪作用下圆沉箱防波堤的动力分析模型

钟晓红^{①*} 周锡初^② 张伟^② 肖仕宝^③

(①山东交通学院土木工程系, 济南 250000; ②天津大学建筑工程学院, 天津 300072;
③中交第四航务工程勘察设计院有限公司, 广州 510230)

摘要 首次将随机波浪荷载应用于圆沉箱防波堤的动力分析, 并将其动力运动过程分为摇摆和摇摆-滑移运动两种运动模态。引入了控制侧向滑移的阻滑板-阻尼器系统, 提出了一种新的摇摆-滑移动力分析模型, 建立了相应的运动方程。根据圆沉箱结构的特点提出了附加质量等动力参数的计算公式以及新的地基刚度系数转换关系。利用 Fortran 语言环境编写程序, 按此动力模型和方法对工程实例进行计算, 计算结果表明了本模型和方法对随机波浪荷载作用下圆沉箱防波堤动力响应的数值求解的可行性和有效性。

关键词 圆沉箱 防波堤 随机波浪 动力响应 数值模拟

防波堤主要承受波浪、潮、流以及地震等动荷载的作用, 其中波浪是其主要控制荷载, 其受力状态、工作机理或是破坏形式都具有十分明显的随机动力学特性。传统的拟静力设计方法是不完备的, 因此采用在随机波浪荷载作用下, 进行波浪—防波堤—地基相互作用的瞬态动力特性的研究十分必要。特别是随着港口经济的发展, 港口建设日益向深水化、大型化方向发展, 深水恶劣的海洋环境对防波堤设计理论和计算方法提出了新的、更高的要求, 建立新的更为科学、合理的防波堤动力设计理论和计算方法是必然趋势, 由此近年来防波堤的动力分析引起了人们的普遍关注。

现阶段的防波堤动力响应研究主要集中在矩形沉箱防波堤在冲击波作用下的动力响应分析。早在 1965 年日本 Hayashi^[1] 曾提出过简单的矩形沉箱防波堤动力计算平面弹簧模型, 把地基等效为一个弹簧, 而沉箱被弹簧所支撑, 并假设沉箱的底部没有水平运动。1994 年 Oumeraci 和 Kortenhaus^[2] 提出了矩形防波堤动力分析弹簧-阻尼平面模型。王元战^[3] 将矩形沉箱防波堤考虑为一个能产生滑移、弹性振动和绕前趾和后踵摇摆运动的刚性体, 用弹簧-阻尼器系统模拟地基作用。本文主要针对圆沉箱防波堤在随机波浪荷载作用下的动力响应进行研究, 提出了

收稿日期: 2006-01-01; 接受日期: 2006-12-18
国家自然科学基金(批准号: 59909005)和教育部博士点基金(批准号: 20020056030)资助项目
* E-mail: zhongxh1123@sina.com.cn

一种新的摇摆-滑移动力模型, 并根据圆沉箱结构的特点提出了附加质量等动力参数的计算公式及新的地基刚度系数转换关系, 最后以某港防波堤工程中的圆沉箱岛堤为例进行计算分析, 并与规范中的拟静态设计方法作了比较, 从中得到了一些有益的结果.

1 圆沉箱防波堤的动力计算模型

圆沉箱防波堤无论其截面形状、边界条件或沿防波堤轴向的波浪荷载分布均与矩形沉箱结构防波堤不同. 为此, 建立圆沉箱防波堤的动力模型将以整个圆沉箱作为研究对象, 作用于筒体的波浪荷载将以合力形式作用在其中心线上. 其动力计算模型如图 1 所示, 针对非刚性体基床的特点, 采用弹簧-阻尼器模拟地基的摇摆效应, 并在侧向用阻滑板-阻尼器模拟结构的水平滑移效应.

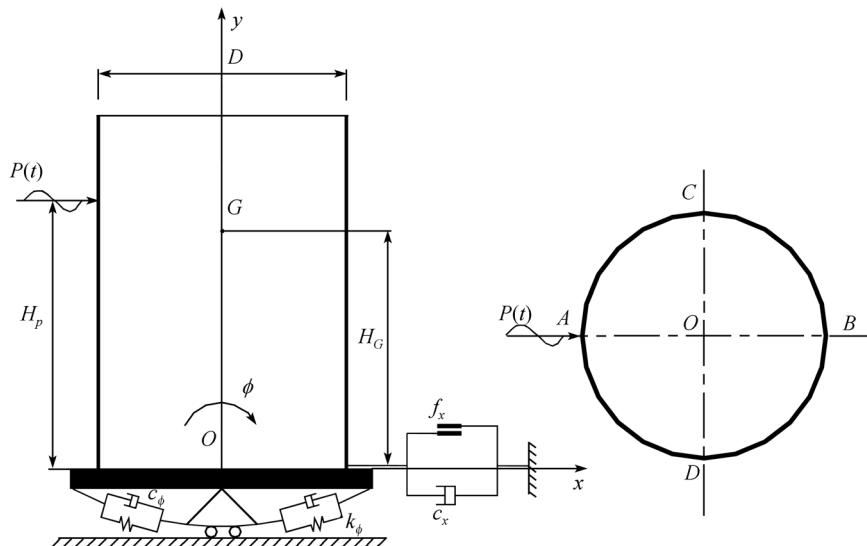


图 1 圆沉箱防波堤的动力计算模型

结合沉箱结构沿基底滑移的滑移力与静摩阻力间的关系, 圆沉箱可出现如下两种运动模态: (i) 当水平滑移力(波浪力和惯性力)小于防波堤系统静摩阻力时, 圆沉箱滑移效应由如图 1 中的静摩阻力系统 f_x (阻滑板)和阻尼系统 c_x 组合作用, 圆沉箱不产生任何滑移, 筒体只产生以筒底纵向轴线 CD 为中心的摇摆运动, 此时为摇摆运动模态; (ii) 当水平滑移力大于静摩阻力时, 阻滑板失效, 基床水平抗力达到极限, 作用在圆沉箱底的水平力等于基底的静摩阻力, 圆沉箱产生水平位移, 结构系统出现摇摆-滑移运动模态. 沉箱与抛石基床间静摩阻力系数 f_x 一般取为 0.5~0.55.

2 圆沉箱防波堤动力系统的运动方程及其求解

多自由度结构动力系统的运动方程为

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F}(t), \quad (1)$$

式中 \mathbf{M} , \mathbf{C} 和 \mathbf{K} 分别为结构动力系统的质量矩阵、阻尼矩阵和刚度矩阵; \mathbf{u} , $\dot{\mathbf{u}}$ 和 $\ddot{\mathbf{u}}$ 分别为结构动力系统的位移、速度和加速度向量; $\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}}$ 称为惯性力, $\mathbf{C}\dot{\mathbf{u}}$ 称为阻尼力, $\mathbf{K}\mathbf{u}$ 称为弹性力,

$F(t)$ 为结构动力系统所受随时间变化的外力.

在随机波浪力作用下, 圆沉箱的水平滑移力为

$$F_s(t) = P(t) - m_x \ddot{x}(t) - H_G m_\varphi \ddot{\varphi}(t), \quad (2)$$

式中 m_x 和 m_φ 分别为圆沉箱结构系统滑移运动和摇摆运动的总有效质量; H_G 为结构重心到基床顶面的垂直距离; $\ddot{x}(t)$ 和 $\ddot{\varphi}(t)$ 分别为滑移运动和摇摆运动加速度; $P(t)$ 为作用在圆沉箱上的随机波浪力.

上述圆沉箱结构防波堤系统的两种运动模态其运动方程可分别表述如下:

1) 摆摆运动模态

当水平滑移力小于圆沉箱结构系统的静摩阻力时, 即

$$|F_s(t)| < f_x(mg - P_u(t)) \quad (3)$$

时, 圆沉箱无滑移, 只存在摇摆运动, 亦即以筒底纵向轴线 CD 为中心的转动, 由于摇摆角很小, 摆摆运动造成的筒底水平位移可忽略不计, 此时圆沉箱结构的动力系统属单自由度问题, 运动方程可以表述为

$$J_{CD} \ddot{\varphi}(t) + c_\varphi \dot{\varphi}(t) + k_\varphi \varphi(t) = M(t). \quad (4)$$

上述各式中: f_x 为圆沉箱结构系统的静摩阻力系数; c_φ 和 k_φ 分别为圆沉箱结构系统的转动阻尼系数和转动刚度; $\varphi(t)$ 和 $\dot{\varphi}(t)$ 分别为圆沉箱结构系统的转角位移和转角速度; J_{CD} 为圆沉箱结构系统相对筒底纵向轴线 CD 的转动惯量; $M(t)$ 为作用在圆沉箱上的随机波浪力所产生的相对筒底中心的外力矩(包括浮托力的作用).

2) 摆摆-滑移运动模态

当水平滑移力大于圆沉箱结构系统的静摩阻力, 即

$$|F_s(t)| \geq f_x(mg - P_u(t)) \quad (5)$$

时, 圆沉箱在摇摆运动的同时还存在滑移运动, 此时圆沉箱动力系统为双自由度结构体系, 其运动方程为

$$\begin{cases} m_x \ddot{x}(t) + H_G m_\varphi \ddot{\varphi}(t) + c_x \dot{x}(t) = P(t) - f_x(mg - P_u(t)), \\ H_G m_x \ddot{x}(t) + J_{CD} \ddot{\varphi}(t) + c_\varphi \dot{\varphi}(t) + k_\varphi \varphi(t) = M(t), \end{cases} \quad (6)$$

式中 c_x 和 k_x 分别为圆沉箱结构系统滑移运动的阻尼系数和水平刚度; $x(t)$ 和 $\dot{x}(t)$ 分别为圆沉箱结构系统滑移运动的位移和速度. 此时由方程(6)计算出的水平位移较大, 防波堤已滑移破坏.

以上圆沉箱结构各运动模态的运动方程可采用一般的模态叠加法或直接积分法求解. 由于方程组自由度较少, 采用四阶 Runge-Kutta 方法将更为简便. 由此可计算出在随机波浪荷载作用下圆沉箱结构防波堤位移、速度、加速度的动力响应, 圆沉箱水平滑移力的时程曲线也可由方程(2)求得.

3 圆沉箱防波堤动力系统中的动力参数

上述运动方程的求解, 关键在于结构系统动力参数的取用, 主要包括结构动力系统的各有效质量、刚度系数和阻尼系数.

3.1 有效质量

一般说来, 圆沉箱结构防波堤系统的有效质量包括 3 个部分, 即圆沉箱结构质量、附加土质量和附加水质量.

3.1.1 附加水质量

防波堤在波浪荷载作用下产生的动力效应必将影响附近水体的运动. 在计算结构物的动力响应时, 必须包括这部分水体的质量, 即附加水质量, 它在很大程度上依赖于水下物体的几何形状.

根据二维势流理论 [2] 可计算出圆形截面物体不同运动模态下的附加水质量的计算公式为

$$m_{wx} = 0.369 \rho_w d_w^2 D \quad (\text{滑移运动模态}), \quad (7)$$

$$m_{w\varphi} = 0.148 \rho_w d_w^2 D \quad (\text{摇摆运动模态}), \quad (8)$$

式中 ρ_w 为水体的密度; d_w 为距筒底的水深; D 为圆沉箱直径.

3.1.2 附加土质量及其转动惯量

(i) 摆摆运动

利用弹性半空间理论可得到低频率强迫力作用下刚性圆盘揆摆运动时的附加土体转动惯量 J_a [4], 并可推出其揆摆运动时的附加土体有效系数 α , 由此可获得揆摆运动时的附加土体有效质量 $m_{a\varphi}$, 分别如下所示:

$$J_a = 0.64 \rho_a \left(\frac{D}{2} \right)^5 / (1 - \nu_0), \quad (9)$$

$$\alpha = \frac{0.764}{1 - \nu_0},$$

$$m_{a\varphi} = \frac{0.509}{1 - \nu_0} \pi \rho_a \left(\frac{D}{2} \right)^3, \quad (10)$$

式中 ρ_a 为基床土体水下饱和密度; ν_0 为地基土体的 Poisson 比.

由上所述, 圆沉箱揆摆运动的总有效质量 m_φ 和绕筒底纵向轴线 CD 的总转动惯量 J_{CD} 分别为

$$m_\varphi = m_s + m_{w\varphi} + m_{a\varphi}, \quad (11)$$

$$J_{CD} = J_s + J_w + J_a, \quad (12)$$

式中 m_s 为圆沉箱结构系统的有效质量; J_s 为圆沉箱结构系统的转动惯量; J_w 为附加水体的转动惯量, $J_w = m_{w\varphi} (0.44H^2 + 0.69D^2)$, 其中 H 为圆沉箱水下高度; J_a 为圆沉箱结构在揆摆运动时的附加土体转动惯量.

(ii) 滑移运动

滑移运动对地基土的扰动是由于上部结构与基床间的滑移力超过静摩阻力造成的, 防波堤滑移运动对基床的扰动土体的有效质量与防波堤与基床间的摩阻力成正比, 摩阻力越大, 基床扰动土体越多. 在低频率强迫力作用下刚性圆盘滑移运动时的附加土质量为 [4]

$$m_{ax} = 0.095 \rho_a D^3 / (2 - \nu_0), \quad (13)$$

则圆沉箱防波堤系统滑移运动总有效质量为

$$m_x = m_s + m_{ax} + m_{wx}. \quad (14)$$

3.2 阻尼系数

直立式防波堤滑移运动和摇摆运动阻尼比通常取 $\xi_x = \xi_\phi = 0.1 \sim 0.15$, 相应的滑移运动和摇摆运动的阻尼系数分别为 $c_x = 2\xi_x \sqrt{m_x \cdot k_x}$ 和 $c_\phi = 2\xi_\phi \sqrt{J_{CD} \cdot k_\phi}$.

3.3 地基刚度系数

在防波堤动力分析计算中需考虑防波堤基床水平刚度系数 k_x 、垂直刚度系数 k_y 和转动刚度系数 k_ϕ . 水平刚度系数 k_x 和垂直刚度系数 k_y 分别指当基础沿水平向或沿垂向产生单位位移时整个基础底面上所受的地基反力的合力. 而转动刚度系数 k_ϕ ^[5] 是指当基础发生单位转角时, 基础底面所受竖向反力合成的一力偶.

应用地基刚度系数的概念, 各地基刚度系数可分别表述如下^[5]:

$$k_x = k'_x A, \quad k_y = k'_y A, \quad k_\phi = k'_\phi I, \quad (15)$$

式中 A 为基础与地基的接触面积; I 为基础与地基的接触面积对转动中心轴的二阶矩; 地基各单位刚度系数 k'_x , k'_y 和 k'_ϕ 是土壤和基础特性的函数, k'_x 和 k'_y 分别为当基础沿水平向或竖向产生单位位移时单位基础底面上所受的地基反力, k'_ϕ 为基础与地基的接触面积相对转动中心轴的单位二阶矩对应地基反力偶.

现阶段计算地基单位面积垂直刚度系数 k'_y 的公式较多, 针对圆沉箱防波堤可采用 Vessic 公式计算^[6]

$$k'_y = \chi \frac{E_0}{(1 - \nu_0^2)D}, \quad (16)$$

式中 χ 为与地基土体特性和基础尺寸和特性有关的基底特征系数,

$$\chi = 0.65 \sqrt[12]{\frac{E_0 D^4}{(1 - \nu_0^2) E_h J}},$$

针对圆柱体一般取 $\chi = 0.4 \sim 0.9$ ^[6], E_0 为地基土体变形模量, E_h 为沉箱底的弹性模量, J 为沉箱底面相对转动中心轴的惯性矩. 单位面积水平刚度系数按实验结果一般可取 $k'_x = 0.5 k'_y$ ^[4,7].

现假定地基为弹性地基, 同时在基础受力后仍保持与地基接触的原则, 由此可推导出单位转动刚度系数 k'_ϕ 与垂直刚度系数 k'_y 之间的关系. 对于圆形基础如图 2 所示, 基础绕 y 轴转动一小角度 ϕ 时, 基础底面所受地基竖向反力形成一力偶, 对圆面积积分并由 k_ϕ 的概念得

$$k_\phi \phi = 4 \int_0^R \int_0^{\pi/2} k'_y (r \cos \theta \tan \phi) r \cos \theta r dr d\theta, \quad (17)$$

经计算得

$$k_\phi = k'_y \frac{\tan \phi}{\phi} \frac{\pi R^4}{4}. \quad (18)$$

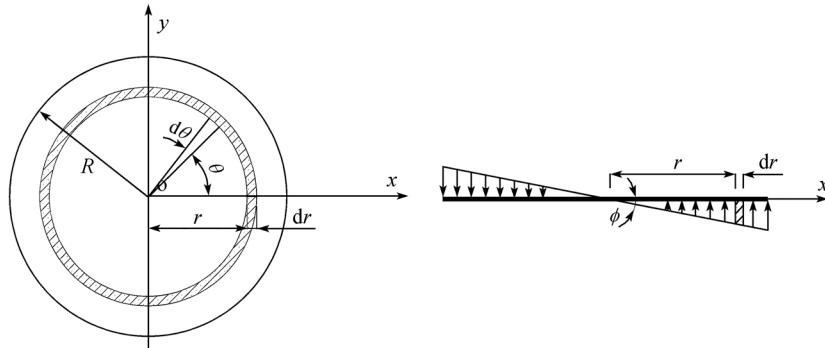


图 2 圆形基础转动断面图

因防波堤转动角度一般不允许超过 1.15° ^[8], 其值很小, 因此 $\tan \phi \approx \phi$, 又因圆形基础

$$k_\phi = k'_\phi I = k'_\phi \frac{\pi R^4}{4},$$

可得

$$k'_\phi = k'_y. \quad (19)$$

同理对矩形防波堤进行推导也可获得相同结果, 即地基单位转动刚度系数 $k'_\phi = k'_y$ ^[9].

为验证此比例关系, 现取单位厚度刚体长 $B=15 \text{ m}$, 高 $H=13 \text{ m}$, 受外力矩作用下只做摇摆运动, 其随时间变化的外力矩如图 3 所示, 其运动方程为(4)式。分别按两种模型考虑, 一种地基刚度系数考虑为转动刚度系数 k_ϕ , 如图 4 所示, 取 $k'_\phi = k'_y$, 即 $k_\phi = k'_y B^3 / 12$, 采用四阶 Runge-Kutta 方法求解运动方程式(4), 获得刚体顶水平位移响应; 另一种是利用大型有限元通用软件 ANSYS, 用竖向弹簧模拟地基, 建立模型进行计算, 如图 5 所示, 单个弹簧系数取为 $k_y = k'_y B / n$, n 为模型中的弹簧个数。此两模型除地基刚度系数取法不同外, 其他参数完全相同, 理论上, 当两种模型所受外力距 $M(t)$ 相同时, 两模型计算出的结构位移响应应该是相同的。

对两模型进行计算, 其结果比较如图 6 所示。从图中可看出, 两种模型计算出的刚体顶水平位移时程几乎完全重合, 这说明 $k'_\phi = k'_y$ 是合理的。文献[7]中推荐矩形沉箱防波堤摇摆运动时取 $k'_\phi = 2k'_y$, 现取 $k'_\phi = 2k'_y$, 即 $k_\phi = 2k'_y B^3 / 12$, 其他参数不变, 采用四阶 Runge-Kutta 方法对地基转动刚度系数模型求解水平位移, 同地基竖向弹簧模型 ANSYS 计算结果比较, 如图 7 所示。从图中可看出, 取 $k'_\phi = 2k'_y$ 的计算结果与 ANSYS 计算结果相差太大, 此推荐系数针对弹性地基是不合理的。

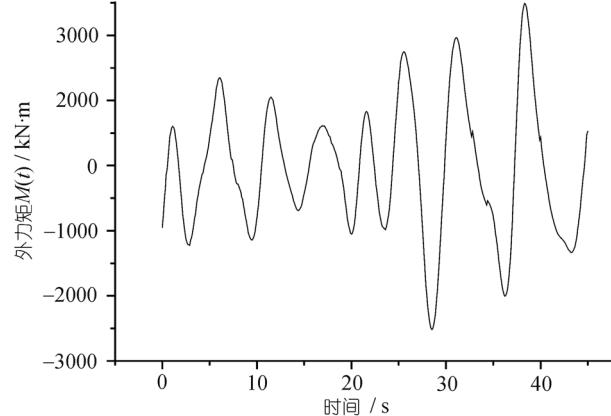


图 3 刚体所示外力矩时程曲线图

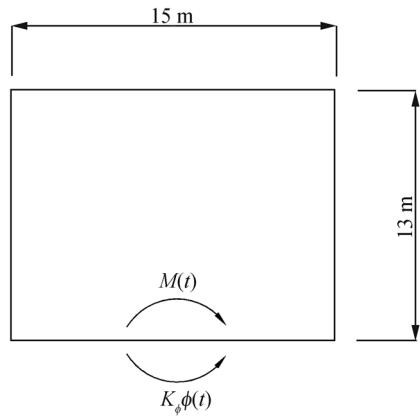


图 4 Runge-Kutta 法计算的地基转动刚度系数模型

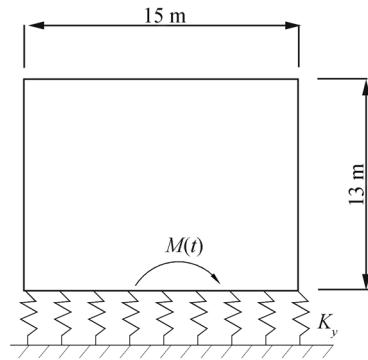
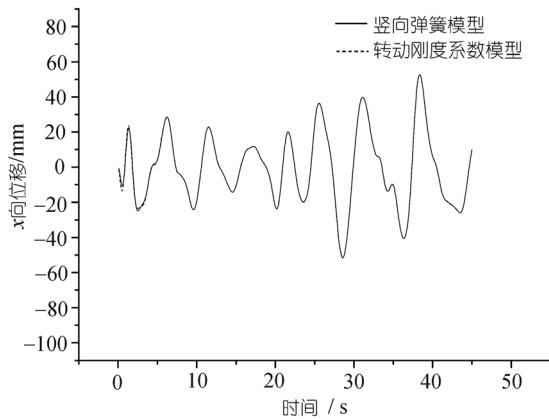
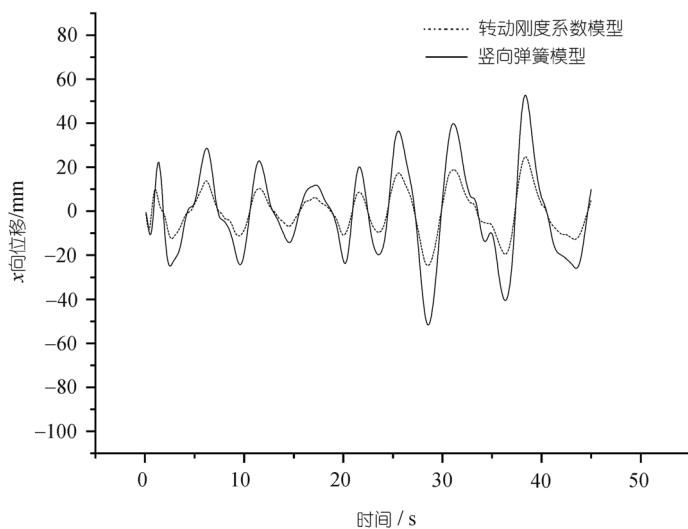


图 5 由 ANSYS 计算的地基竖向弹簧模型

图 6 $k'_\varphi = k'_y$ 地基转动刚度系数模型与地基竖向弹簧模型刚体顶水平位移动力响应比较图 7 $k'_\varphi = 2k'_y$ 地基转动刚度系数模型与地基竖向弹簧模型刚体顶水平位移动力响应比较

4 圆沉箱防波堤摇摆-滑移动力模型的响应分析

图 8 为某港圆沉箱防波堤岛堤断面图, 其结构尺寸和相关动力参数如图 8 和表 1 所示.

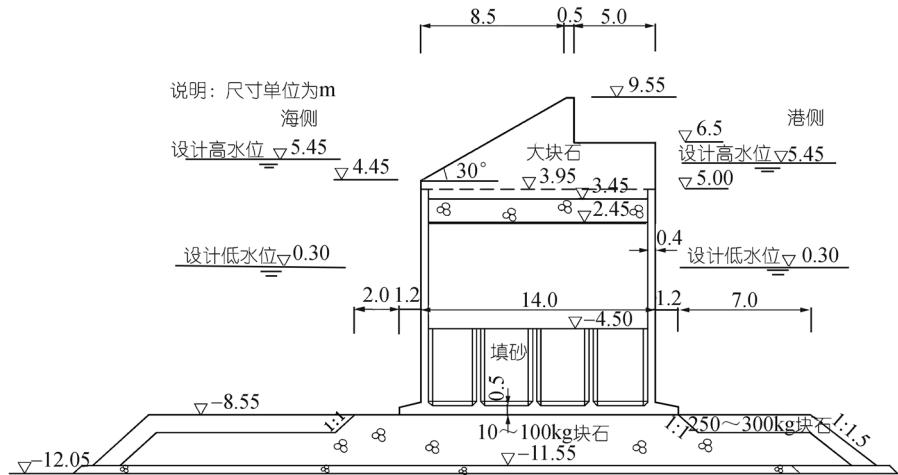


图 8 某港圆沉箱防波堤岛堤结构断面图

表 1 相关动力计算参数

有效质量/ 10^3 kg 与 转动惯量/ $10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$		阻尼与地基刚度		其他参数			
m_ϕ	5644	$k_\phi/\text{kN} \cdot \text{m} \cdot \text{rad}^{-1}$	7.9×10^6	f_x	0.52	β	0.55
J_{CD}	587387.1	$c_\phi/\text{kN} \cdot \text{s} \cdot \text{m}$	6.46×10^5	E_0/MPa	40	ξ_x, ξ_ϕ	0.15
m_x	5045.5	$c_x/\text{kN} \cdot \text{s} \cdot \text{m}^{-1}$	1.033×10^4	v_0	0.31	H_G/m	9.1

依照某港圆沉箱设计高水位+5.45 m, 50 年一遇 $H_{1\%}=5.6 \text{ m}$, $T_{1\%}=9.5 \text{ s}$ 的波浪要素, 根据大圆柱体结构上随机波浪荷载传递函数 [10], 编制计算作用于圆沉箱上的随机总波浪力时程以及相应的筒底处总外力矩时程, 分别如图 9 和 10 所示. 其最大波力如图 9 所示, 为 12004.6 kN, 与模型试验实验值 10976.9 kN 相近, 由规范拟静态方法求得最大波力为 13382.47 kN.

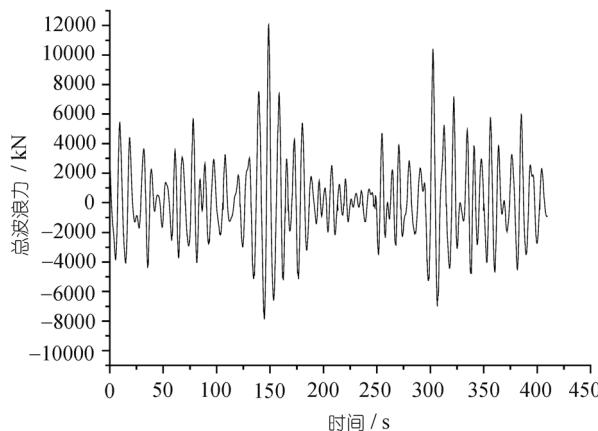


图 9 作用在圆沉箱防波堤上的总波浪力时程图

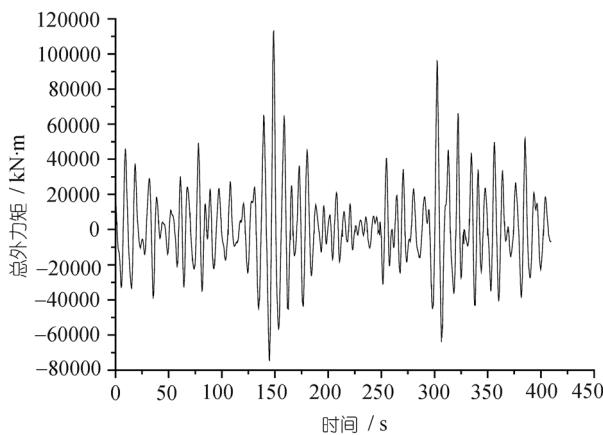


图 10 作用在圆沉箱防波堤筒底处的总外力矩时程图

由于结构尺度较大, 随机波浪荷载产生的最大滑移力未超过静摩阻力, 圆沉箱防波堤只发生摇摆运动, 通过方程的求解, 可得到相关位置的位移、转角及其速度、加速度等响应时程图, 现给出摇摆运动下的转角时程图与筒顶处的水平位移时程图, 如图 11 和 12 所示。其最大转角为 0.94° , 发生在 148.7 s 时刻。由摇摆运动产生的在筒顶处的最大水平位移为 213.6 mm; 圆沉箱前趾处的最大竖向位移为 134.7 mm, 采用规范拟静力方法的计算值为 161.64 mm, 小于港口工程技术规范最大位移要求 [11], 与已建成的此港圆沉箱防波堤实际情况甚为符合。随机波浪力属低频率荷载, 其频率范围主要在 0.1~0.2 Hz, 而防波堤结构最小自振频率通常比波浪频率大较多, 一般不会发生共振现象。

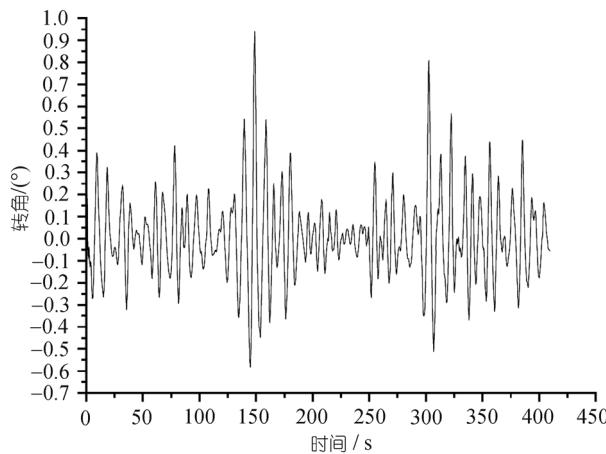


图 11 圆沉箱转角响应时程图

为了验证和模拟本模型摇摆-滑移运动模态的动力现象, 将圆沉箱直径减少到 11 m, 波浪荷载要素不变, 波浪力根据圆沉箱直径变化而变化, 在 148 s 附近, 滑移力超过了静摩阻力, 圆沉箱结构出现摇摆-滑移运动模态, 筒体水平滑移和筒顶处总水平位移响应时程如图 13 和 14 所示。圆沉箱水平滑移累计为 112.5 mm, 前趾处的最大竖向位移为 190.4 mm, 最大转角为 1.49° , 筒顶总水平位移最大达到了 445.3 mm, 由于水平滑移和筒前趾沉降过大, 超过了港口

工程技术规范中防波堤的最大位移要求, 防波堤系统破坏。

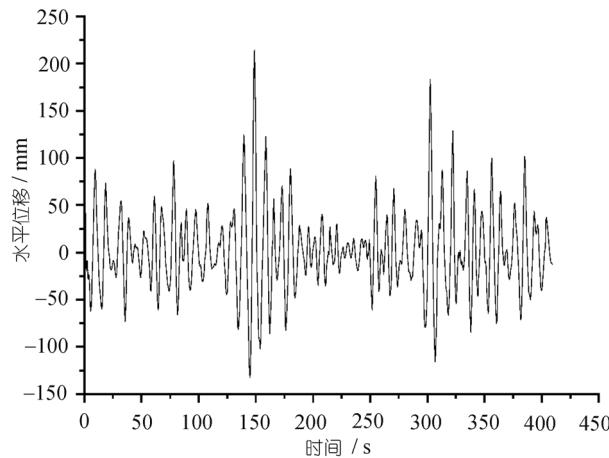


图 12 圆沉箱筒顶水平向位移响应时程图

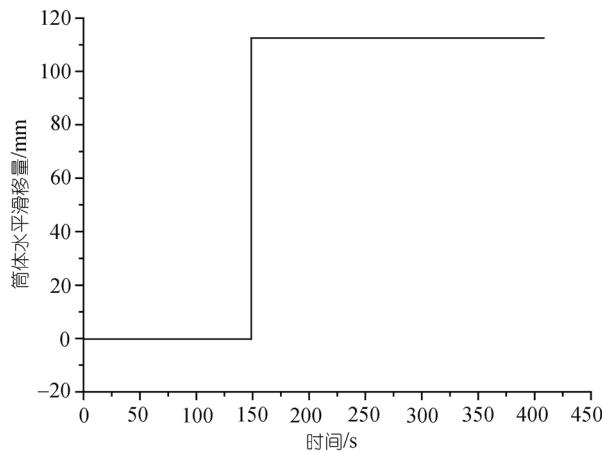


图 13 出现摇摆-滑移的圆沉箱筒体水平滑移时程图

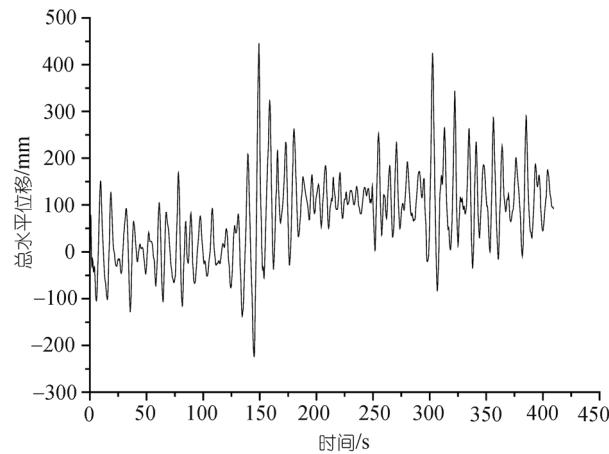


图 14 出现摇摆-滑移的圆沉箱筒顶总水平位移时程图

从以上的计算结果与分析可以看出本模型以及相应的计算方法与程序是符合防波堤的破坏规律的，与实际工作状况甚为吻合。

5 结论

(i) 本文提出了圆沉箱防波堤在随机波浪荷载作用下的瞬态动力分析模型，其动力过程可分成两种运动模态：摇摆、摇摆-滑移运动模态。同时引入了侧向阻滑板-阻尼器的模型体系，推导出了各运动模态的动力方程。同时根据圆沉箱防波堤系统的特点，提出了其附加有效质量等动力参数计算公式以及新的地基刚度系数 k'_ϕ 与 k'_y 的转换关系，为圆沉箱防波堤系统动力响应计算提供了良好的参数条件。

(ii) 本模型和方法结合大圆柱体随机波力荷载传递函数方法编制了相关计算程序，通过确定波浪要素、结构型式与尺度，可直接对随机波浪荷载作用下圆沉箱防波堤的动力响应进行数值模拟，能确定出作用在防波堤结构上的荷载和相关的水平位移、竖向位移、转角及相应速度、加速度时程响应和滑移力的时程响应。通过对实际工程的计算与验证表明，本模型能很好的反映圆沉箱防波堤系统的动力运动全过程。本模型还可以对冲击波作用下的防波堤动力响应作为随机波浪荷载的一种特殊工况进行动力分析与求解。

参 考 文 献

- 1 Hayashi T. Virtual mass and the damping factor of the breakwater during rocking, and the modification by their effect on the expression of the thrusts exerted upon breakwater by the action of breaking waves. *Coast Eng J*, 1965, 8: 105—117
- 2 Oumeraci H, Kortenhaus A. Analysis of the dynamic response of caisson breakwaters. *Coast Eng*, 1994, 22: 159—183 [[DOI](#)]
- 3 王元战. 近破波冲击作用下沉箱式防波堤振动-摇摆运动分析. 振动与冲击, 2001, 20(3): 21—25
- 4 Hallam M G, Heaf N J, Wootton L R. Dynamics of marine structures. In: Construction Industry Research and Information Assoc. London: Underwater Engineering Group, 1977. 52—135
- 5 刘昭培, 丁学成. 结构动力学. 北京: 高等教育出版社, 1989. 1—196
- 6 周锡初, 潘厚志. 基床系数法在深埋式大圆柱壳结构数值模拟中的应用与改进. 水利学报, 2001, 32(5): 62—66
- 7 Goda Y. Dynamic response of upright breakwaters to impulsive breaking wave forces. *Coast Eng*, 1994, 22: 135—158 [[DOI](#)]
- 8 钟晓红, 周锡初, 肖仕宝, 等. 随机波浪作用下大直径薄壁圆筒防波堤动力分析模型. 水利学报, 2006, 37(4): 464—470
- 9 肖仕宝, 钟晓红, 周锡初. 随机波浪作用下矩形沉箱防波堤的动力分析模型. 港工技术, 2005, (4): 1—4
- 10 钱荣. 大直径圆柱壳结构动力响应及随机波浪力数值模拟研究. 博士学位论文. 天津: 天津大学, 2004
- 11 中华人民共和国交通部. 港口工程技术规范. 北京: 人民交通出版社, 1998