

文章编号:1009-3087(2014)05-0073-08

基于 LBM 流固耦合算法的桥梁颤振稳定性分析

刘克同¹, 汤爱平¹, MIONKI Patrick Kirema^{1,2}

(1. 哈尔滨工业大学 土木工程学院, 黑龙江 哈尔滨 150090; 2. Faculty of Eng. Egerton Univ. Kenya, Rift Valley Egerton 536, Kenya)

摘要:为有效分析风 – 桥梁的相互作用和研究桥梁的颤振稳定性问题,发展了一种显式求解流固耦合问题的 LBM 数值模拟方法。将传统大涡模拟的亚格子涡黏性模型——动态 Smagorinsky 模型(dynamic Smagorinsky model, DSM)引入多松弛时间格式的格子玻尔兹曼方法(multiple relaxation time-lattice Boltzmann method, MRT-LBM)中,构造了一种显式运算的大涡模拟方法——MRT-LBM-DSM。采用 MRT-LBM-DSM 作为流场求解器;将结构视为弹性支撑于流场中的刚体,其运动方程采用 Runge-Kutta 法求解;利用格子玻尔兹曼方法(lattice Boltzmann method, LBM)的移动边界技术更新流固耦合面的位置,实现了流固耦合问题的松耦合分区显式求解。基于提出的 LBM 流固耦合算法,编制计算程序对 Great Belt 东桥的颤振稳定性进行分析。研究表明,由 LBM 流固耦合算法计算得到的 Great Belt 东桥颤振临界风速与试验和其他数值结论吻合良好,初步说明 LBM 流固耦合算法可以较为准确地预测颤振现象的发生。

关键词:颤振;流固耦合;格子玻尔兹曼方法;大涡模拟;颤振临界风速

中图分类号:U441.3;V211.3

文献标志码:A

Numerical Investigation for Flutter Instability of Bridge Using FSI Model Within the Lattice Boltzmann Framework

LIU Ketong¹, TANG Aiping¹, MIONKI Patrick Kirema^{1,2}

(1. School of Civil Eng. Harbin Inst. of Technol., Harbin 150090, China;

2. Faculty of Eng. Egerton Univ., Egerton 536, Kenya)

Abstract: In order to simulate wind-bridge interaction and study bridge flutter instability effectively, a lattice Boltzmann analysis of fluid-structure interaction (FSI) problems was presented. The flow around a rigid fixed bridge cross-section was modeled by large eddy simulation (LES) through incorporation of dynamic sub-grid-scale (SGS) model in multiple relaxation time lattice Boltzmann method (MRT-LBM). The time discretization of the structural dynamics was performed using Runge-Kutta method. The loosely-coupled partitioned algorithm was accomplished by updating fluid-structure interfaces via moving boundary technique of lattice Boltzmann method. In the end, the Great Belt East Bridge was investigated to study its flutter instability using self-developed codes. A good agreement was found between the simulation and the existing results regarding the critical flutter speed of Great Belt East Bridge. Moreover, the study showed that the present methodology has a well prediction for the onset of flutter instability.

Key words: flutter; fluid-structure interaction; lattice Boltzmann method; large eddy simulation; critical flutter speed

随着现代桥梁向着更大、更长的方向发展及一些低阻尼建筑材料的大量使用,结构刚度和阻尼越来越小,对风荷载的敏感性越来越强,抗风设计逐渐成为大跨度桥梁设计的控制性指标^[1]。颤振是一

种危险的发散振动,当风速达到颤振临界风速,它会导致桥梁结构发生灾难性的失稳破坏。美国 Tacoma 旧桥的风毁即为颤振所致。为了避免发生颤振灾害,桥梁设计必须进行颤振临界风速检验。最初,

收稿日期:2014-01-21

基金项目:国家国际科技合作资助项目(2011DFA21460);国家高技术研究发展计划(“863 计划”)资助项目(2008AA11Z104)

作者简介:刘克同(1982—),男,博士生。研究方向:桥梁抗风与抗震。E-mail:ketong-1982@163.com

颤振临界风速主要由风洞试验获得。近些年来,以计算流体动力学 (computational fluid dynamics, CFD) 为基础的数值风洞技术取得了长足的发展,并逐步应用于实际桥梁的抗风研究中^[2-8]。桥梁颤振临界风速的 CFD 数值模拟方法主要有 2 种,即气动导数法和直接模拟法。气动导数法首先利用 CFD 技术识别桥梁断面的气动导数,然后通过求解颤振特征值方程来获得颤振临界风速。直接模拟法采用适当的流固耦合模型来描述风与桥的相互作用,计算主梁断面在一系列风速下的位移响应,观察响应是否发散来确定颤振临界风速。由于构建高精度的流固耦合模型一直是一个难题,目前,桥梁颤振稳定性数值分析大多采用气动导数法^[2-4],直接模拟法的应用较少。但是与气动导数法相比,直接模拟法不仅可以直接获得颤振临界风速,还可以得到结构响应的时域信息,逐步受到一些学者^[5-8]的重视,如 Frandsen 等^[5]将桥梁断面看作弹性支撑于流场中的刚体,建立了基于任意拉格朗日 - 欧拉 (arbitrary Lagrangian-Eulerian, ALE) 格式有限元法 (finite element method, FEM) 的流固耦合模型(流场和固域均采用 FEM 求解),对 Great Belt 东桥主梁断面的颤振临界风速进行了流固耦合仿真。Dettmer 等^[6]采用一种无条件稳定的隐式广义 α 法离散 Navier-Stokes 方程 (N-S 方程) 的时间项,耦合 SUPG (streamline-upwind/Petrov-Galerkin) 格式的有限元和 PSPG (pressure-stabilising/Petrov-Galerkin) 格式的有限元离散 N-S 方程的空间项,采用广义 α 法求解固域结构响应,结合 ALE 网格更新技术构造了一种模拟流体 - 结构相互作用的强耦合模型,利用该模型对 Tacoma 旧桥的颤振现象进行了模拟仿真。Braun 等^[7]采用 Taylor 级数展开式对嵌入 Smagorinsky 大涡模型后的滤波 N-S 方程的时间项进行离散,采用 Galerkin 有限元对空间项进行离散,利用 Newmark 法求解结构响应,结合 ALE 技术构造了一种两步显式迭代格式的流固耦合模型,利用该模型对 Great Belt 东桥和巴西 Guamá 河大桥的颤振临界风速进行了计算。Hallak 等^[8]采用有限体积法 (finite volume method, FVM) 离散 N-S 方程,采用 Runge-Kutta 法求解结构响应,采用 ALE 技术驱动主梁断面在流场中运动,构造了基于 FVM 的流固耦合模型,利用该模型研究了桥上车辆对 Rio-Niterói 大桥气弹响应的影响。

上述这些流固耦合模型多基于 ALE 格式的 FEM 或 FVM 构建。桥梁结构的绕流场为黏性不可

压缩流动问题,对于此类问题,N-S 方程组中没有独立的压力方程,FEM 或 FVM 需反复迭代求解复杂的 Pisson 方程来获得压力场。另外,采用 ALE 技术驱动结构运动往往会造成流固耦合面附近的网格发生扭曲变形,不仅影响计算精度甚至还会导致算法无法收敛。近年来,一种介观尺度上的流场求解方法——lattice Boltzmann method (LBM) 因其便于并行运算、易于处理复杂边界且计算精度较高等优点在诸多领域^[4,9-10]得到了广泛的应用。与 FEM、FVM 等传统宏观方法相比,LBM 有独立压力方程可以显式求解黏性不可压缩流动问题、采用笛卡尔网格不存在网格畸变和网格畸变导致的算法不稳定问题。因此,采用 LBM 构建流固耦合算法可以克服 FEM 和 FVM 流固耦合模型的缺陷。桥梁结构的绕流是典型的大雷诺数流动问题,雷诺数高达 $10^5 \sim 10^8$ ^[11]。在理论上 LBM 可以对大雷诺数的湍流流动问题进行直接模拟。但受限于当前的计算条件,LBM 尚不能直接用于大雷诺数的湍流流动仿真。为了将 LBM 应用于湍流模拟,需在 LBM 中引入雷诺时均法的湍流模型或大涡模拟的亚格子涡黏性模型。为了研究大雷诺数的射流问题,Geller 等^[10]将大涡模拟的 Smagorinsky 亚格子模型嵌入到 LBM 中,构造了 LBM-Smagorinsky 大涡模拟。为克服 LBM-Smagorinsky 的缺陷^[4],作者在文献[4]中将动态 Smagorinsky 模型 (dynamic Smagorinsky model, DSM)^[12-13]引入到多松弛时间格式的格子玻尔兹曼方法 (multiple relaxation time-lattice Boltzmann method, MRT-LBM) 中,构造了另一种 LBM 大涡模拟方法——MRT-LBM-DSM,并通过对比证实了 MRT-LBM-DSM 具有比 LBM-Smagorinsky 更高的计算精度。

鉴于上述现状,为了避免出现 FEM 和 FVM 求解流场信息所遇到的网格畸变现象,规避复杂的 ALE 技术,结合作者前期研究成果^[4],采用 MRT-LBM-DSM 大涡模拟技术作为流场求解器替代求解黏性不可压缩 N-S 方程获得流场信息,利用 4 阶 Runge-Kutta 法求解桥梁主梁断面的瞬态动力学响应,构造了一种显式求解流固耦合问题的分区交替求解算法。采用该算法研究了 Great Belt 东桥主梁断面的颤振稳定性问题。

1 LBM 流固耦合算法

1.1 流场演化方程及求解

N-S 方程在宏观尺度上描述流体流动,Boltz-

mann 方程在介观尺度上描述流体流动。在小马赫数下,由 Boltzmann 方程可以推导出黏性不可压缩 N-S 方程。因此,可以采用 Boltzmann 方程代替求解复杂的 N-S 方程来描述桥梁周围流场的演化。作者采用数值稳定性和计算精度较高的二维九速度(D2Q9) MRT-LBM 作为流场求解器。MRT-LBM 的演化方程为^[14]:

$$f(x + c_k \Delta t, t + \Delta t) - f(x, t) = -\mathbf{M}^{-1} \mathbf{S} \mathbf{M} [f(x, t) - f^{eq}(x, t)] \quad (1)$$

式中: $f(\mathbf{x}, t) = (f_0(\mathbf{x}, t), f_1(\mathbf{x}, t), \dots, f_8(\mathbf{x}, t))^T$ 为 t 时刻格子点 \mathbf{x} 上的粒子分布函数; $f(\mathbf{x} + c_k \Delta t, t + \Delta t)$ 为 $t + \Delta t$ 时刻 $\mathbf{x} + c_k \Delta t$ 处粒子分布函数; \mathbf{S} 为碰撞松弛矩阵; \mathbf{M} 为映射矩阵,其形式见文献[4]; $f^{eq}(\mathbf{x}, t)$ 为粒子分布函数 $f(\mathbf{x}, t)$ 的平衡态粒子分布函数,可以表示为:

$$f_k^{eq} = \rho w_k \left(1 + \frac{3}{c^2} \mathbf{c}_k \cdot \mathbf{u} + \frac{9}{2c^4} (\mathbf{c}_k \cdot \mathbf{u})^2 - \frac{3}{2c^2} \mathbf{u} \cdot \mathbf{u} \right) \quad (2)$$

式中: $k = 0, 1, \dots, 8$; $w_0 = 4/9$; $w_{1,2,3,4} = 1/9$; $w_{5,6,7,8} = 1/36$; $c = \Delta x / \Delta t$, Δx 为相邻格子点之间的距离, Δt 为在 Δx 上粒子迁移所需时间; \mathbf{c}_k 为单位格点上粒子的速度(如图 1 所示),其大小为:

$$\mathbf{c}_k = \begin{cases} (0,0), k = 0; \\ (\cos[(k-1)\pi/2], \sin[(k-1)\pi/2])c, & k = 1, 2, 3, 4; \\ (\cos[(2k-9)\pi/4], \sin[(2k-9)\pi/4])/\sqrt{2}c, & k = 5, 6, 7, 8 \end{cases} \quad (3)$$

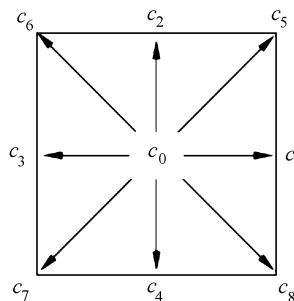


图 1 D2Q9 格子模型

Fig. 1 Lattice Boltzmann two dimensional nine velocities model(D2Q9)

粒子的密度 ρ 、速度 \mathbf{u} 可由单位格子上粒子分布函数计算得到: $\rho = \sum_0^8 f_k$, $\rho \mathbf{u} = \sum_0^8 \mathbf{c}_k f_k$ 。压力 $p = \rho c_s^2$, 其中, $c_s = c / \sqrt{3}$ 为格子声速。

式(1)可以分解为碰撞和迁移 2 个操作过

程^[14],碰撞过程为:

$$\bar{f}_k(\mathbf{x}, t) = f_k(\mathbf{x}, t) - \mathbf{M} \mathbf{M}^{-1} \mathbf{S} (\mathbf{m}(\mathbf{x}, t) - \mathbf{m}^{eq}(\mathbf{x}, t)) \quad (4)$$

迁移过程为:

$$f_k(\mathbf{x} + \mathbf{c}_k \Delta t, t + \Delta t) = \bar{f}_k(\mathbf{x}, t) \quad (5)$$

式中, $\mathbf{m}(\mathbf{x}, t) = \mathbf{M} \mathbf{f}$, 称 $\mathbf{m}(\mathbf{x}, t)$ 为粒子分布函数 \mathbf{f} 的矩空间。 $\mathbf{m}^{eq}(\mathbf{x}, t)$ 为 $\mathbf{m}(\mathbf{x}, t)$ 的平衡态粒子分布函数,其形式见文献[4]。MRT-LBM 的松弛参数由碰撞松弛矩阵 \mathbf{S} 给出:

$$\mathbf{S} = \text{diag}(s_0, s_1, s_2, s_3, s_4, s_5, s_6, s_7, s_8) \quad (6)$$

式中, diag 表示对角矩阵; s_0, s_3, s_5 可取任意值,本文取 0 ; $s_1 = 1.2$; $s_2 = s_4 = s_6 = 1.1$; s_7, s_8 由流体的运动黏性系数 v 决定, $s_7 = s_8 = 2/(6v + 1)$ 。

由雷诺数定义 $Re = UL/v$ (U 为来流流速, L 为特征长度)可知,雷诺数与来流流速,钝体结构的特征长度及流体黏性有关。受制于小马赫数和现有计算机的计算能力,调整 U 或增加 L 对应的网格数目难以达到提高雷诺数的效果^[14-15]。为了将 LBM 应用到大雷诺数的流体流动仿真中,一般将雷诺时均法的湍流模型或大涡模拟的亚格子涡黏性模型嵌入到 LBM 中。为模拟大雷诺数的桥梁绕流场,作者将 DSM 的亚格子涡黏性模型引入 MRT-LBM 中。考虑 DSM 亚格子涡黏性 v_t 后,MRT-LBM 的有效黏性 v 可以表示为:

$$v = v_0 + v_t \quad (7)$$

式中, $v_0 = \frac{UL}{Re}$ 。

在 DSM 中,亚格子涡黏性系数 v_t 为^[13]:

$$v_t = (C \bar{\Delta})^2 |\bar{S}| \quad (8)$$

式中: $\bar{\Delta}$ 为滤波尺度,取 $\bar{\Delta}$ 为 MRT-LBM 的网格尺度; $|\bar{S}|$ 为应变率张量 \bar{S}_{ij} 的模, $|\bar{S}| = \sqrt{2S_{ij}\bar{S}_{ij}}$, $\bar{S}_{ij} = (\partial \bar{u}_i / \partial x_j + \partial \bar{u}_j / \partial x_i) / 2$, 在 MRT-LBM 中, \bar{S}_{ij} 可由矩空间的局部非平衡矩获得,即: $\bar{S}_{ij} = \sum_{\alpha}^8 c_{\alpha i} c_{\alpha j} f_{\alpha}^{neq}$, $f_{\alpha}^{neq} = \mathbf{M}^{-1} (\mathbf{M} \mathbf{f} - \mathbf{m}^{eq})$; C 为 DSM 的模型参数,它是关于时间和空间的变量,可以在不同尺度的网格上通过两次滤波求得。 C 的求解,作者在文献[4] 中作了详细的介绍,此处不再赘述。

计算得到 v_t 后,MRT-LBM 的有效黏性系数 v 可由式(7)求得,将 v 带入 MRT-LBM 的演化方程即可实现 MRT-LBM-DSM 大涡模拟。MRT-LBM-DSM 大涡模拟的模拟流场的算法流程见文献[4]。

MRT-LBM-DSM 大涡模拟仅需在每一时间步长

上执行流体粒子的碰撞和迁移即可实现流体流动的模拟仿真,是一种显式计算方法。

1.2 结构控制方程及求解

如图 2 所示,将桥梁主梁断面看作具有竖向和扭转自由度弹性支撑于流场中的刚体,其运动方程为:

$$\mathbf{M}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{F}(t) \quad (9)$$

式中:结构运动的位移矢量 $\mathbf{u} = (h, \theta)^T$, h 为竖向位移分量, θ 为扭转位移分量; $\dot{\mathbf{u}}$ 为速度矢量; $\ddot{\mathbf{u}}$ 为加速度矢量; 质量矩阵 $\mathbf{M} = \text{diag}(m, I_\theta)$, m 为结构质量, I_θ 为扭转惯性矩; 阻尼矩阵 $\mathbf{C} = \text{diag}(c_h, c_\theta)$, c_h, c_θ 分别为结构的竖向阻尼和扭转阻尼; 结构刚度矩阵 $\mathbf{K} = \text{diag}(k_h, k_\theta)$, k_h, k_θ 分别为结构的竖向刚度和扭转刚度; 气动力矢量 $\mathbf{F}(t) = (F_h, M_\theta)^T$, F_h, M_θ 分别为流固耦合面上竖向气动力和扭转气动力,它们可以在每个时间步上由流场的演化获得:

$$F_h(t) = \oint_{\partial\Omega} \sigma \mathbf{n} dS, M_\theta(t) = \oint_{\partial\Omega} r \times \sigma \mathbf{n} dS \quad (10)$$

式中, σ 为作用在流固耦合面 $\partial\Omega$ 上的流体应力张量, \mathbf{n} 为流固耦合面 $\partial\Omega$ 的外法向矢量, r 为合力作用点至结构剪切中心的距离。

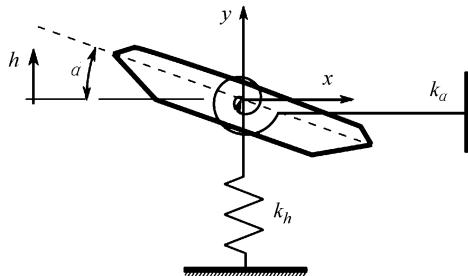


图 2 弹性支撑于流场中的主梁断面

Fig. 2 Elastic support of the bridge section on vertical and rotational springs

式(9)多采用 Newmark 法求解。由于是隐式算法, Newmark 法在每一时间步上都需对刚度矩阵求逆, 计算较复杂。Runge-Kutta 法属于显式算法, 它无须对刚度矩阵求逆, 并且被证实具有比 Newmark 法更高的计算精度^[8]。为了便于后续研究将 LBM 流固耦合算法应用到弹性体(或大变形体)的流致振动问题中, 采用 4 阶 Runge-Kutta 法求解式(9)以构造显式的 LBM 流固耦合算法。在给定初始条件 $\mathbf{u}_{t=0}$ 和 $\dot{\mathbf{u}}_{t=0}$ 后, 结构振动速度和位移的时域演化格式为:

$$\begin{cases} \dot{\mathbf{u}}_{t+1} = \dot{\mathbf{u}}_t + \frac{\Delta t}{6}(\mathbf{L} + 2\mathbf{P} + 2\mathbf{Q} + \mathbf{R}), \\ \mathbf{u}_{t+1} = \mathbf{u}_t + \Delta t \times \dot{\mathbf{u}}_t + \frac{(\Delta t)^2}{6}(\mathbf{L} + \mathbf{P} + \mathbf{Q}) \end{cases} \quad (11)$$

式中: $\mathbf{L} = \frac{\mathbf{F}(t)}{\mathbf{M}} - \frac{\mathbf{C}}{\mathbf{M}}\dot{\mathbf{u}}_t - \frac{\mathbf{K}}{\mathbf{u}}_t$,

$$\mathbf{P} = \frac{\mathbf{F}(t)}{\mathbf{M}} - \frac{\mathbf{C}}{\mathbf{M}}(\dot{\mathbf{u}}_t + \frac{\Delta t}{2}\mathbf{L}) - \frac{\mathbf{K}}{\mathbf{M}}(\mathbf{u}_t + \frac{\Delta t}{2}\dot{\mathbf{u}}_t),$$

$$\mathbf{Q} = \frac{\mathbf{F}(t)}{\mathbf{M}} - \frac{\mathbf{C}}{\mathbf{M}}(\dot{\mathbf{u}}_t + \frac{\Delta t}{2}\mathbf{P}) - \frac{\mathbf{K}}{\mathbf{M}}(\mathbf{u}_t + \frac{\Delta t}{2}\dot{\mathbf{u}}_t + \frac{(\Delta t)^2}{4}\mathbf{L}),$$

$$\mathbf{R} = \frac{\mathbf{F}(t)}{\mathbf{M}} - \frac{\mathbf{C}}{\mathbf{M}}(\dot{\mathbf{u}}_t + \frac{\Delta t}{2}\mathbf{Q}) - \frac{\mathbf{K}}{\mathbf{M}}(\mathbf{u}_t + \frac{\Delta t}{2}\dot{\mathbf{u}}_t + \frac{(\Delta t)^2}{2}\mathbf{P})。$$

虽然 Runge-Kutta 法不是绝对稳定,但是只要将时间步长 Δt 取的足够小, 就可以获得很好的收敛效果。LBM 的介观时间步长所对应的宏观时间步长非常小,一般能满足 Runge-Kutta 法的稳定性条件。

1.3 流固耦合方法

随着计算的推进, 流固耦合边界的位置在每一时间步长上都会发生变化, 需时时更新固耦合边界的位置。采用 YMLS 移动边界^[15] 实施流固耦合边界的更新。如图 3 所示, 点 \mathbf{r}_w 在壁面上, 点 \mathbf{r}_p 为固域内格子节点, 点 $\mathbf{r}_l, \mathbf{r}_{l'}, \mathbf{r}_p$ 为流域内格子节点。取 \mathbf{k} 为流体粒子射向壁面的入射方向, $\bar{\mathbf{k}}$ 为其反方向。由于 \mathbf{r}_p 在固域内, $t + \Delta t$ 时刻, 点 \mathbf{r}_p 处无流体粒子迁移, 到达点 \mathbf{r}_l 。因此, 点 \mathbf{r}_l 处的粒子分布函数 $f_{\bar{\mathbf{k}}}(\mathbf{r}_l, t + \Delta t)$ 无法直接由 LBM 算法的碰撞 - 迁移过程获得。按照 YMLS 插值格式^[15], $f_{\bar{\mathbf{k}}}(\mathbf{r}_l, t + \Delta t)$ 及 \mathbf{r}_w 处的粒子分布函数 $f_{\bar{\mathbf{k}}}(\mathbf{r}_w, t + \Delta t)$, $f_{\bar{\mathbf{k}}}(\mathbf{r}_w, t + \Delta t)$ 可以由式(12) ~ (14) 给出:

$$f_{\bar{\mathbf{k}}}(\mathbf{r}_l, t + \Delta t) = \frac{2}{(1 + \Delta_w)(2 + \Delta_w)} f_{\bar{\mathbf{k}}}(\mathbf{r}_w, t + \Delta t) + \frac{2\Delta_w}{1 + \Delta_w} f_{\bar{\mathbf{k}}}(\mathbf{r}_{l'}, t + \Delta t) - \frac{\Delta_w}{2 + \Delta_w} f_{\bar{\mathbf{k}}}(\mathbf{r}_{l'}, t + \Delta t) \quad (12)$$

$$f_{\bar{\mathbf{k}}}(\mathbf{r}_w, t + \Delta t) = (1 - \Delta_w) \bar{f}_{\bar{\mathbf{k}}}(\mathbf{r}_{l'}, t) + \Delta_w \bar{f}_{\bar{\mathbf{k}}}(\mathbf{r}_l, t) \quad (13)$$

$$f_{\bar{\mathbf{k}}}(\mathbf{r}_w, t + \Delta t) = f_{\bar{\mathbf{k}}}(\mathbf{r}_w, t + \Delta t) - 2\rho w_k \frac{\mathbf{u}_w \cdot \mathbf{c}_k}{c_s^2} \quad (14)$$

式中, $\Delta_w = |\mathbf{r}_l - \mathbf{r}_w| / |\mathbf{r}_l - \mathbf{r}_p|$, \mathbf{u}_w 为壁面的运动速度, 可以通过求解式(9)获得。

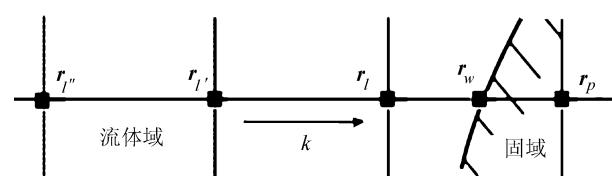


图 3 YMLS 插值格式

Fig. 3 YMLS method for the treatment at the material surface

由于结构域位置的更新, 在每一个时间步上都

有流体粒子进入或退出结构域。对于进入结构域的粒子在下一演化步上粒子分布函数置零即可(如图 4 中点 b)。为了保证流固耦合面上固域和流域物理量的守恒,由结构域进入流场的粒子在执行流场演化时需补充其分布函数。如图 4 中点 a,其 k 方向的粒子分布函数由式(12)获得, k 方向的粒子分布函数可以由其邻近点 c、d 的分布函数插值获得,即:

$$f_k(x_a, t) = 2f_k(x_d, t) - f_k(x_c, t) \quad (15)$$

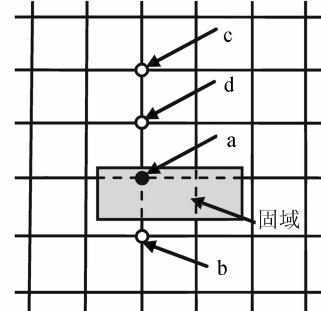
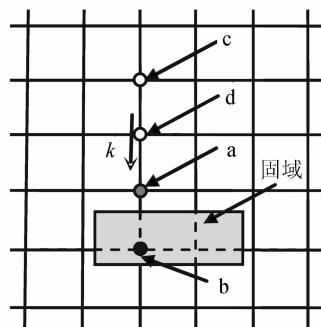
(a) t 时刻固域位置(b) $t + \Delta t$ 时刻固域位置

图 4 流固边界处理

Fig. 4 Treatment for fluid-structure interfaces

1.4 流固耦合求解流程

联立式(1)所描述的流场演化问题和式(9)所描述的结构气动弹性响应问题,构成风-桥相互作用的流固耦合问题。LBM 流固耦合算法将流固耦合场分为流体域和结构域,采用分区交替求解流场控制方程和结构运动方程求解该流固耦合问题。LBM 流固耦合算法的具体求解流程如下:

1) 初始化流场和结构域变量。

2) 由 MRT-LBM-DSM 大涡模拟执行流场演化,采集气动力。

3) 将气动力施加在结构域上,求解式(9)获得结构运动位移、速度。

4) 按式(12)~(14)更新流固耦合边界。

5) 按式(12)和(15)补充进入流场格子点的粒子分布函数。

6) 返回 2),直至满足设定的停止条件。

由于流场和结构域均可显式求解,因此,LBM 流固耦合算法在每一时间步上无需进行迭代计算,是一种显式交替求解算法。

2 数值算例分析

由于 Great Belt 东桥采用了现代大跨斜拉桥和悬索桥最常用的扁平流线型箱梁,很多学者^[2,5,7,16~17]利用风洞试验或 CFD 数值模拟对其主梁的颤振稳定性问题进行了研究。为了便于对比分析,也对 Great Belt 东桥主桥的颤振稳定性进行研究。Great Belt 东桥主梁断面的尺寸如图 5 所示^[7~16]。桥梁的结构参数为^[7~16]:主梁宽度 $B = 31$ m,单位长度质量 $M = 22\ 700$ kg/m,单位长度质量惯矩 $I_0 = 2\ 470\ 000$ kg·m²/m,竖弯固有频率 $f_h = 0.099$ Hz,扭转固有频率 $f_a = 0.272$ Hz,阻尼比 $\xi = 0.002$ 。流场参数的选取与文献[7]相同。计算域及边界条件如图 6 所示,近壁区采用细网格,细网格的分辨率为 $B/400$ 。先使结构充分绕流,作为流场的初始条件,结构动力方程的初始条件为 $\dot{u}_{t=0} = 0$ 和 $\ddot{u}_{t=0} = 0$ 。

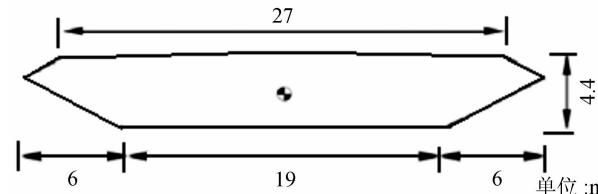


图 5 Great Belt 桥主梁几何尺寸

Fig. 5 Geometrical size of Great Belt bridge deck

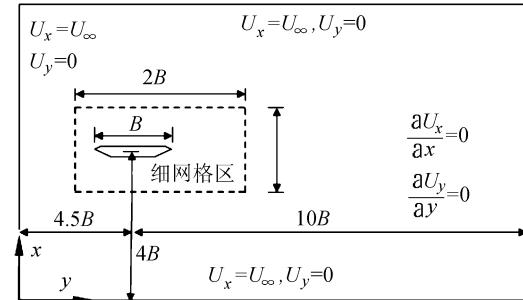


图 6 计算区域及边界条件

Fig. 6 Computational domain and boundary conditions

基于 LBM 流固耦合算法编制分析程序,计算来流风速 $U = 65, 69, 95, 69, 9741, 70$ 和 74 m/s 时 Great Belt 东桥主梁断面的风振响应。结构域求解所采用的时间积分步长如表 1 所示。

图 7 和 8 分别给出了 Great Belt 东桥主梁断面在上述不同风速下的位移时程曲线。

表 1 结构域时间积分步长

Tab. 1 Time step of the structural solver

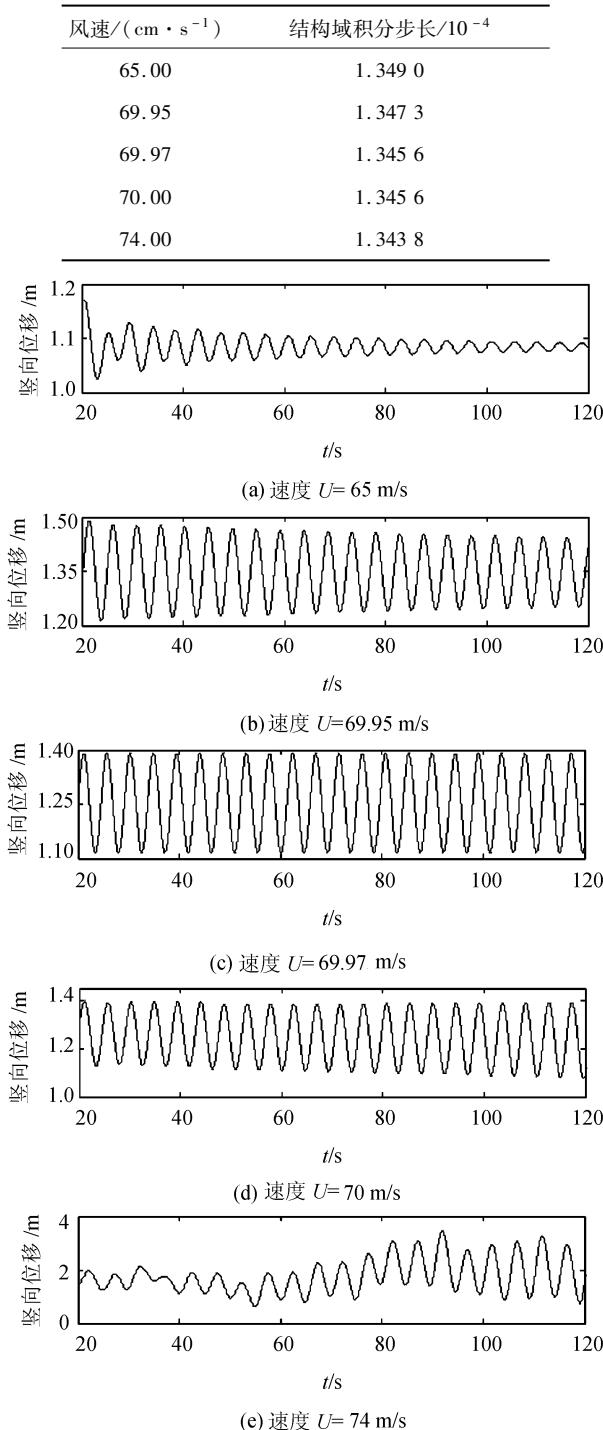


图 7 Great Belt 东桥主梁竖向位移时程

Fig. 7 Structural response of Great Belt East Bridge simulation in vertical displacements

由图 7 和 8 可以看出, 当风速小于 69.97 m/s 时, 无论是主梁振动的竖向位移还是扭转位移都随着时间的增加而逐渐减小。说明这些风速下主梁的结构阻尼可以有效地耗散掉气流输送的能量, 主梁

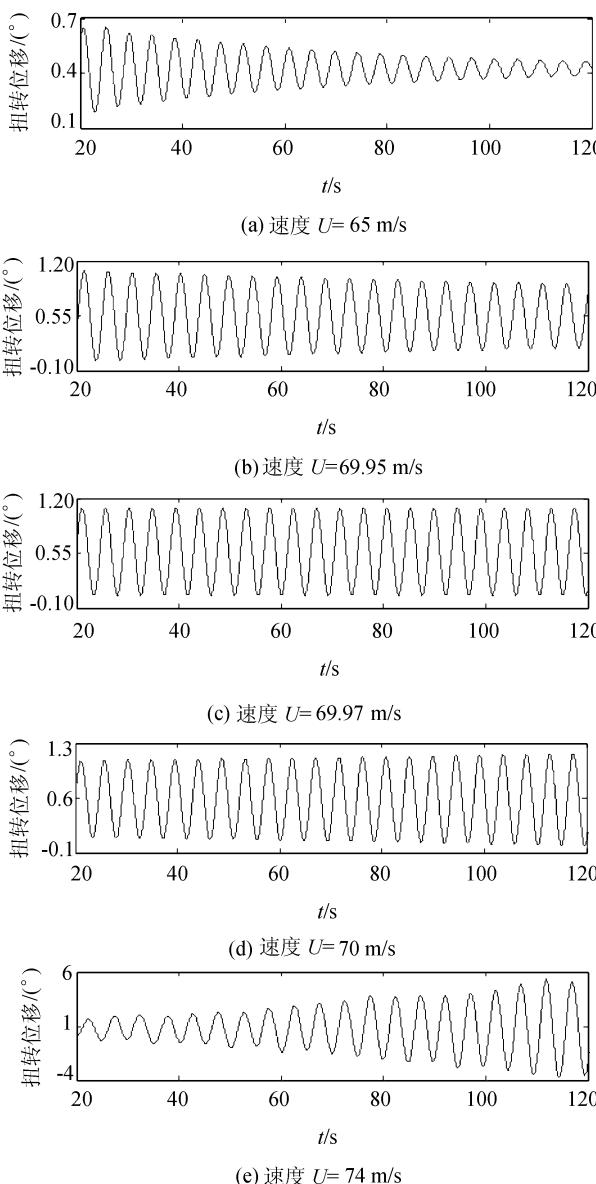


图 8 Great Belt 东桥主梁扭转位移时程

Fig. 8 Structural response of Great Belt East Bridge simulation in angular displacements

断面是安全的, 即风速小于 69.97 m/s 时主梁不会发生颤振失稳现象。当来流风速等于 69.97 m/s 时, 主梁断面的竖向和扭转位移均随着时间的增加保持幅值不变, 说明在该风速下结构阻尼刚好可以耗散掉气流的能量, 振动处于临界状态, 即颤振临界状态, 此时对应的风速即为颤振临界风速。当来流风速大于 69.97 m/s 时, 主梁断面的竖向和扭转位移均随着时间的增加而增大, 说明当风速大于颤振临界风速时, 振动系统的阻尼由正变为负值, 主梁断面不断地从气流中吸收能量, 造成主梁断面振动的振幅持续增加直至结构发生颤振破坏。

准定常气动理论认为, 弯扭耦合颤振在颤振临

界状态主梁振动的竖弯频率和扭转频率相同。对颤振临界状态主梁断面的位移时程进行傅里叶变换,得到如图 9 所示的频谱图。

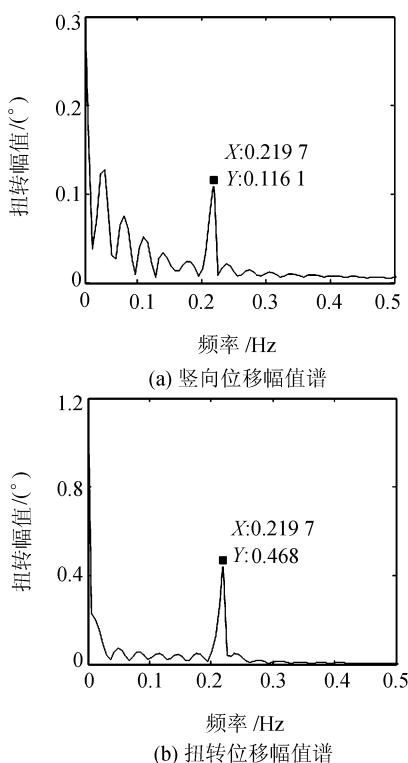


图 9 颤振临界状态主梁位移时程的幅值谱

Fig. 9 Amplitude spectrums of curves of displacement versus time history ($U = 69.9741 \text{ m/s}$)

由图 9 可以看出,在颤振临界状态,主梁振动的竖弯频率和扭转频率相等,均为 0.2197 Hz ,这说明 Great Belt 东桥发生的是弯扭耦合颤振。

表 2 给出了 Great Belt 东桥颤振临界风速的 LBM 流固耦合仿真值与前人的研究结论。

表 2 Great Belt 东桥主梁颤振临界风速

Tab. 2 Critical flutter speed of Great Belt East Bridge

方法	临界风速/($\text{m} \cdot \text{s}^{-1}$)
本文方法	69.97
FEM(Braun 等 ^[7] , 2008)	69.00
FEM(Selvam 等 ^[16] , 2002)	65.00 ~ 72.00
FEM(Frandsen ^[5] , 2004)	65.00
风洞试验(Larsen 等 ^[17] , 1997)	73.00

由表 2 可知, Selvam 等^[16]的计算方法仅能给出颤振临界风速的一个大致范围,而无法给出一个确切的计算结果。Frandsen 等^[5]虽然能够给出一个确切的计算结果,但其计算结果与试验值偏差较大。本研究的计算结果与 Braun^[7]的模拟结果相差不多,但更接近风洞试验值。与其他数值结论相比,虽然本文的计算结果略显精确,但仍比试验值小 4%。

风洞试验采用 3 维模型,而本研究计算结果由 2 维流固耦合模型计算得到。2 维计算模型只能近似计算风洞试验中 3 维主梁断面模型的风振响应,这是造成本研究仿真值与试验值存在上述误差的原因。虽然 LBM 流固耦合仿真值与试验值相比存在误差,但这一误差在尚可接受的范围内。因此,LBM 流固耦合算法的计算精度基本能够满足工程应用的需要。

3 结 论

作者采用 MRT-LBM-DSM 大涡模拟作为流场求解器耦合 Runge-Kutta 法求解结构运动方程,构造了一种处理流固耦合问题的 LBM 松耦合分区显式求解算法。以 Great Belt 东桥为例,采用该算法研究了风 - 桥梁相互作用的流固耦合问题。并对 Great Belt 东桥的颤振临界风速进行了计算。数值分析得到以下结论:

1) 采用 LBM 流固耦合算法计算得到的 Great Belt 东桥颤振临界风速与风洞试验及其他数值模拟吻合良好,说明 LBM 流固耦合模型能够较准确地预测 Great Belt 东桥颤振现象的发生。

2) Great Belt 东桥颤振临界状态主梁振动的竖弯频率和扭转频率相同,均为 0.2197 Hz ,说明 Great Belt 东桥发生的是弯扭耦合颤振。

3) Great Belt 东桥颤振临界风速较为精准的预测初步证实了 LBM 流固耦合算法的正确性和处理流固耦合问题的有效性。

参考文献:

- [1] Malik J. Sudden lateral asymmetry and torsional oscillations in the original Tacoma suspension bridge [J]. Journal of Sound and Vibration, 2013, 332(15): 3772 - 3789.
- [2] Brusiani F. On the evaluation of bridge deck flutter derivatives using RANS turbulence models [J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 2013, 119: 39 - 47.
- [3] Bai Yuguang, Sun Dongke, Lin Jiahao. Three dimensional numerical simulations of long-span bridge aerodynamics using block-iterative coupling and DES [J]. Computers & Fluids, 2010, 39(9): 1549 - 1561.
- [4] Liu Ketong, Tang Aiping, Liu Yuejun, et al. Numerical simulation for aerodynamic parameters of bridge decks using MRT-LBM-LES [J]. Journal of Sichuan University: Engi-

- neering Science Edition, 2013, 45(6): 87–95. [刘克同, 汤爱平, 刘玥君, 等. 基于 MRT-LBM 大涡模拟的桥梁气动参数数值仿真[J]. 四川大学学报: 工程科学版, 2013, 45(6): 87–95.]
- [5] Frandsen J B. Numerical bridge deck studies using finite elements. Part I: flutter[J]. Journal of Fluids and Structures, 2004, 19(2): 171–191.
- [6] Dettmer W, Peric D. A computational framework for fluid – rigid body interaction: Finite element formulation and applications[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2006, 195(13/14/15/16): 1633–1666.
- [7] Braun A L, Awruch A M. Finite element simulation of the wind action over bridge sectional models: Application to the Guamá River Bridge (Pará State, Brazil) [J]. Finite Elements in Analysis and Design, 2008, 44(3): 105–122.
- [8] Hallak P H, Pfeil M S, Oliveira S R C, et al. Aerodynamic behavior analysis of Rio-Niterói bridge by means of computational fluid dynamics [J]. Engineering Structures, 2013, 56: 935–944.
- [9] Martinez D O, Chen S. Lattice Boltzmann magnetohydrodynamics[J]. Physics of Plasmas, 1994, 1(6): 1850–1895.
- [10] Geller S, Uphoff S, Krafczyk M. Turbulent jet computations based on MRT and Cascaded Lattice Boltzmann models[J]. Computers and Mathematics with Applications, 2013, 65(12): 1956–1966.
- [11] Bruno L, Kris H. The validity of 2D numerical simulations of vertical structures around a bridge deck [J]. Mathematical and Computer Modelling, 2003, 37: 795–828.
- [12] Tu J Y. Computational Fluid Dynamics A Practical Approach[M]. New York: Elsevier Press, 2008: 65–125.
- [13] Germano M, Piomelli U, Moin P, et al. A dynamic subgrid-scale Eddy viscosity model[J]. Physics of Fluids A, 1991, 3(7): 1760–1765.
- [14] Lallemand P, Luo L S. Theory of the lattice Boltzmann method: dispersion, dissipation, isotropy, Galilean invariance, and stability[J]. Physical Review E, 2000, 61(6): 6546–6562.
- [15] Yu D, Mei R, Luo L S, et al. Viscous flow computations with the method of lattice Boltzmann equation[J]. Progress in Aerospace Sciences, 2003, 39(5): 329–367.
- [16] Selvam R P, Govindaswamy S, Bosch H. Aeroelastic analysis of bridges using FEM and moving grids[J]. Wind and Structure, 2002, 5(2): 257–266.
- [17] Larsen A, Walther J H. Aeroelastic analysis of bridge girder sections based on discrete vortex simulation[J]. Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics, 1997, 67/68: 253–265.

(编辑 黄小川)