

山东省城市人口-城区面积的异速生长特征探讨

刘继生¹, 陈彦光²

(1. 东北师范大学地理系, 吉林 长春 130024; 2. 北京大学环境学院地理科学中心, 北京 100871)

摘要:基于不同的城市定义标准,对山东省城市体系的城市人口和城区面积进行分析,发现只有地级市明确地服从异速生长定律,而县级市的关系则不够明朗。研究表明,山东省城市人口-城区面积异速生长的标度因子均小于1,而且定义的城区越小则标度因子越大。由此可见,山东省城市体系的城区扩展速度整体上比较合理,不过在中小城市郊区地带的土地利用比大城市郊区地带要浪费一些。山东城市人口-城区面积异速生长关系的状态不是很好,这暗示城市体系的发展存在许多不协调的因素,借助数学模型变换揭示了其中结构退化的实质所在。文章指出,只有通过自组织方式在城市之间形成一种自下而上式竞争-合作关系,才能进一步完善城市体系的时空结构。

关键词:城市体系;异速生长;城市人-地关系;分维;山东省

中图分类号: K928 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-0690(2005)02-0135-07

异速生长分析(allometric analysis)在城市地理学有着非常重要的应用,主要用于探讨城市体系各要素之间或者要素与整体之间的标度特征^[1],研究最多的方向是城市人口-城区面积关系(urban area-population relationship),这种幂指数关系的研究不仅具有理论意义,而且具有明确的应用价值。实际上,异速生长原本是一个生物学概念,最早将这种分析方法引入人文地理学的可能是 Naroll,他曾与系统理论的创始人 Bertalanffy 合作研究城、乡人口变化的对数线性关系^[1,2]。此后这种方法主要用于城市人口-城区面积非线性分析,产生了大量的研究成果。1973年美国的《城市与区域规划学(Ekistics)》杂志曾经发表过研究专辑。1977年,Lo等基于卫星图片,借助异速生长分析方法预测中国城市人口增长^[3],其准确程度曾令中国著名地理学家李旭旦先生感到惊叹:“美国曾有人用类推法,利用了中国解放初期发表的七年城市人口统计,根据其城区面积的逐步扩大(用卫星图像量算)与人口增长的比例关系,建立模型,推算出今日中国城市人口数字,其正确程度达90%以上。”^[4]这里所谓的“比例关系”,其实就是城市人口-城区面积异速生长关系。1978年,周一星将

Lo的文章译成中文,在北京大学地理系的内部资料上印发,可惜没有引起广泛注意。

近年来,由于分形城市研究的崛起,城市人口-城区面积异速生长分析引发了新的理论探讨热情。城市用地形态已被证明具有分形结构^[5,6],城市系统的异速生长与分形演化具有密切的数理关系^[7-10]。研究发现,异速生长定律不仅适用于城市人口-城区面积测度关系,对区域城市体系的产出测度也具有有良好的拟合效果^[7]。分形是大自然的优化结构,分形体能够最有效的利用空间^[11,12]。基于分形思想和异速生长方法研究城市和城市体系,对中国城市及区域空间优化和建设规划都具有深远的学术价值和现实意义。国外地理界在异速生长方面开展了大量的研究工作,成果层出不穷;比较而言,国内地理界对这个领域仍旧相当陌生。尽管目前国内也开展了有关实证探讨,但分析数据主要是基于城市非农业人口^[10],人口测度与城区面积测度没有有效地对应起来。为了进一步发展基于异速生长分析的分形城市理论,同时为了解决城镇战略规划中的有关实践问题,有必要开展更多的探索工作。因此,本文以山东省为研究区,探讨城市人口-城区面积的异速生长特征。

收稿日期:2004-04-22; 修订日期:2004-08-13

基金项目:国家自然科学基金资助项目(40371039)的部分内容。

作者简介:刘继生(1955-),男,吉林东丰人,博士生导师,教授,主要从事地理分形和地理系统空间复杂性研究。E-mail:liujis362@nenu.edu.cn.

1 异速生长定律与模型

所谓异速生长 (allometric growth), 指的是系统的某个局部与整体的几何测度关系: 一个局部的相对增长率与系统或其另外一个局部的相对增长率具有恒定的比值。表为数学方程形式即是^[1]

$$\frac{1}{y} \frac{dy}{dt} = b \frac{1}{x} \frac{dx}{dt} \quad (1)$$

式中, y 为局部或子系统的某种测定, x 为系统整体的某种测度 (也可以是相对于 y 而言的另一个局部或子系统的某种测度), 参数 b 为标度因子, 又称异速生长系数 (相对增长率的比值)。当一个系统的两个相关的测度满足式 (1), 我们就说该系统服从异速生长定律 (the law of allometric growth)。经过数学变换可将上式化为幂指数形式, 即有

$$y = ax^b \quad (2)$$

式中, a 为比例系数。在一定条件下, 上式可能半退化为对数关系

$$y = a \ln x + b \quad (3)$$

或者指数关系

$$y = ae^{bx} \quad (4)$$

甚至全退化为线性关系

$$y = ax + b \quad (5)$$

我们知道, 线性关系是一种可加和关系, 而整体性公理意味着优化的系统局部是不可加和的, 从而越接近线性关系, 系统的结构越退化或者越不进化。对于作为系统的城市, 以城市人口为一种要素, 城市用地为另一种要素, 以规模 (P) 为人口测度, 以面积 (A) 为用地测度, 根据式 (2), 可将城市人口 - 城区面积异速生长关系表作

$$A = aP^b \quad (6)$$

异速生长分析的关键是考察参数 b 的数值。过去人们认为, 城区面积的维数为 2, 根据几何测度关系, 如果人口的维数为 2, 则有 $b = 1$; 如果人口的维数为 3, 则有 $b = 2/3 = 0.667$ 。然而实测的 b 值多在 $2/3 \sim 1$ 之间, 平均为 0.85 左右^[1]。究其原因, 在于城市面积的维数应该与城市形态的维数对应, 而城市形态的平均维数约为 1.7 左右^[7], 人口的空间分布维数则可视作 2, 从而理论上应有 $b = 1.7/2 = 0.85$ ^[8]。 b 值的本质与分维有关, 一般建议如下关系: $b = 2/D$, 这里 D 为人口分布的分维。实际上, 这种认识混淆了不同地理空间的维数概念。在理论上, 应该有 $b = D_a/D_p$, 这里 D_a 和 D_p 分

别城市形态和城市人口分布在广义空间 (如相空间) 中的维数, 而非现实空间中的维数, 故不可采用实际空间维数的测算方法^[13] 进行估计, 有关问题需要专门探讨。现在我们感兴趣的是标度因子的实际地理意义。实测的 b 值既可大于 1, 也可小于 $2/3$ 。当 $b > 1$ 时, 为正异速生长, 此时城市用地扩展的相对速度大于城市人口增长的相对速度; 当 $b = 1$ 时, 为同速生长, 此时城市用地扩展的相对速度等于城市人口增长的相对速度; 当 $b < 1$ 时, 为负异速生长, 此时城市用地扩展的相对速度小于城市人口增长的相对速度^[1]。显然, 第一种情况是不合理的, 那意味着城市越大, 城市人均用地面积越大, 而大城市高层建筑较多, 人口用地原本集约才算正常^[1]。下面对山东省的城市人口与城区面积进行具体分析。

2 数据处理结果

研究区范围为山东省域, 变量采用城区面积和城区内总人口——基于 2000 年的第五次人口普查数据。由于城市形态的无表达性 (non-scaling), 一个城区没有特征长度^[7,8]。因此, 我们无法精确地给出城市的精确的边界^[14]。有鉴于此, 西方发达国家如美国对城市进行了多种定义, 其中之一是城市化地区 (urbanized area, UA), 其边界被定义为人口密度为 400 人/km²; 其中之二是都市区 (metropolitan area, MA), 目前主要用大都市区统计区 (MSA) 进行表征^[15,16]。中国人口统计部门目前对城市没有统一的定义, 现有的城区也不是一个可比的观念。考虑到城市没有特征长度这个事实, 我们可以根据具体情况对山东城市进行定义: 基于目前的城区范围, 将人口密度大于某个数值的区的总和视为“城区”, 城区面积即为人口密度大于临界值的区的面积之和, 城市人口便是进入“城区”的各个区的人口之和。可见, 本文定义的城区可能要比山东官方认定的城区范围要小。这种定义的优点是较之行政意义的城区更具有可比性, 缺点是由于中国目前的区、县面积较大, 城市定义结果的方差依然很大, 从而对城市人口和城区面积数据的准确性有相当的影响。数据虽然有一定的误差, 但可以明确地反映基本趋势和异速规律。为了城区定义取得较好的效果, 我们尝试比较使用不同的尺度标准。

第一个尺度标准是东营市主城区东营区的人

口密度,约为 489 人/km²。凡大于这个密度的区计入城区(不考虑县)。这样我们定义的东营市的城区就不包括河口区(人口密度约为 123 人/km²),济南市的城区不包括后来的长清区(人口密度约为 429 人/km²),其余依此类推。根据这个标准,有 17 个地级市、21 个县级市进入分析体系。

第二个尺度标准是滨州市主城区的滨州区的人口密度,约为 571 人/km²。根据这个标准,整个东营市都不予考虑了,枣庄的峄城区(人口密度约为 541 人/km²)、台儿庄区(人口密度约为 514 人/km²)、山亭区(人口密度约为 436 人/km²)都不计入枣庄市,其余依此类推。根据这个标准,有 16 个地级市、9 个县级市进入分析体系(数据见表 1)。

表 1 基于不同密度标准的山东城市人口和城区面积数据(2000 年)

Table 1 5th census data of the urban area and population based on different threshold values (2000)

类型	城市	人口	面积	人口	面积
地级市	济南	2986227	2119	2986227	2119
	青岛	2707406	1351	2707406	1351
	淄博	2805924	2961	2805924	2961
	枣庄	1541053	2049	927938	882
	东营	564632	1155	-	-
	烟台	1222023	1054	867100	427
	潍坊	1017900	752	1017900	752
	青州	892902	1569	1046843	906
	济宁	1046843	906	613573	347
	威海	605443	731	605443	731
	日照	1139227	1915	1139227	1915
	莱芜	1232302	2239	234666	329
	临沂	1929377	1749	996789	1749
	德州	550933	539	550933	539
	聊城	947853	1245	947853	1245
	滨州	595430	1042	595430	1042
	菏泽	1276391	1415	1276391	1415
县级市	从略	21 个		9 个	

资料来源:根据山东省人口普查办公室编《山东省 2000 年人口普查资料(上、中、下)》(中国统计出版社,2002)的有关数据整理或计算得到。

有了完整的数据资料,就可以借助回归分析技术估计山东城市人口-城区面积的模型及其参数。每一套数据的处理都分为三种情况:一是将全部地级市和县级市放在一起进行回归,二是对地级市进行单独回归,三是对县级市进行单独回归。结果发现:当将全部城市数据放在一起回归时,不管采取那种临界值,均以对数模型拟合效果最好(图 1);当对地级市进行单独回归时,则不管采取那种临界

值,均以幂指数模型拟合效果最好;而对县级市进行单独回归时,出现不同的情况:以东营主城区密度为界则幂指数模型最好,以滨州主城区密度为界时,则对数模型拟合效果最好(参见表 2)。从统计学的意义上讲,上述模型的拟合优度在显著性水平为 $\alpha = 0.01$,即置信度为 99% 的情况下都可以通过检验。

3 异速生长特征分析

从理论上讲,一个城市体系中各个城市的人口和面积只要满足几何测度关系,则一定具有异速生长特征^[8],从而服从为如同式(2)所示的幂指数模型。山东省城市人口-城区面积的异速生长主要表现在地级市层次上,在县级市方面则不明确,主要原因是人口统计学的:异速生长分析要求动态的城市人口和城区面积概念,只有以建成区或者城市化地区为基础才能构成动态数据系列;而中国的城市人口和土地利用面积统计和普查都是粗略的,县级市的范围包括整个行政辖区,城区面积是一个静态概念。城区面积的静态性映射到城市体系中,必然出现是幂指数关系的退化。为了给出严格的逻辑论证结果,不妨借助简单的模型分析。在式(1)中,令 $x = P$ 表示城市人口, $y = A$ 表示城区面积,并且假定 $dA \propto A_0$,即假定城区面积是一个静态变量,则式(1)可以分解为

$$\frac{1}{A_0} \frac{dA}{dt} = b \frac{1}{P} \frac{dP}{dt} \quad (7)$$

式中, A_0 为常量。显然,消去时间变量,积分可得

$$A = A_0 b \ln P + C \quad (8)$$

上式正是式(3)形式,这里 C 为积分常数。可见异速生长关系退化为对数关系的原因在于城区面积变量的静态性质。表 2 中县级市的城区人口也会出现幂指数关系,原因可能在于城市演化与城市体系的结果并不完全对称,或者样本较少,回归的结果不是十分稳定。当我们将县级市与地级市合并考察时,其静态性引发的退化特征立即会表现出来了。因此之故,全体数据回归的结果体现为对数关系,而不是幂指数式的几何测度关系。在国外学者的有关研究中,也有城市人口-城区面积关系退化为对数的情况^[1],不过这种情况比较少见(表 3)。

从模型拟合优度看来,以滨州主城区密度为界较之以东营主城区密度为界拟合效果好些(对比图 1a 与 b)。这意味着,以 600 人/km² 左右为人口

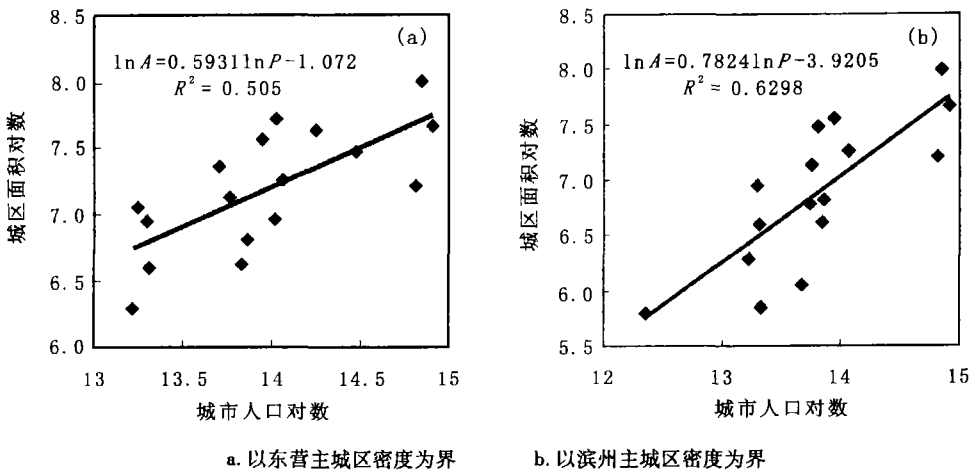


图 1 山东城市人口 - 城区密度的双对数坐标图

Fig. 1 Log-log plots of urbanized area-population relationships of the Shandong

表 2 山东城市人口 - 城区面积关系几种可能模型的回归系数和相关系数

Table 2 Calculated parameter values of four models based on two thresholds for three cases

城市范围	模型形式	以东营主城区密度为界			以滨州主城区密度为界		
		a	b	相关系数	a	b	相关系数
全部(包括地级和县级)	线性函数	0.001	863.991	0.612	0.001	467.471	0.746
	对数函数	824.715	9921.072	0.687	875.131	5.00E-07	0.781
	指数函数	909.543	4.00E-07	0.571	574.396	0.000	0.675
	幂函数	0.443	0.582	0.669	0.023	0.780	0.776
地级市	线性函数	0.001	710.382	0.679	0.001	369.168	0.772
	对数函数	830.758	10151.186	0.709	853.422	6E-09	0.775
	指数函数	794.602	4.00E-07	0.702	495.642	6.00E-07	0.722
	幂函数	0.342	0.591	0.711	0.020	0.782	0.794
县级市	线性函数	0.001	427.857	0.738	0.001	235.349	0.851
	对数函数	1157.762	14365.785	0.794	1124.493	9.00E-07	0.900
	指数函数	646.02	8.00E-07	0.735	509.170	0.000	0.846
	幂函数	0.011	0.861	0.796	0.003	0.933	0.898

密度临界值比以 500 人/km² 左右为人口密度临界值更为可取。因为城市生长具有一定的规律,规律的表现水平取决于城市或城市体系的发展程度和城市人口统计的质量。既然山东城市体系的发育水平一定,则模型拟合效果必然反映城区范围界定的质量。相对于国外的有关研究,山东城市人口 - 城区面积的异速生长模型拟合效果不太理想(表 3),原因可能主要在于数据的精度。如果能够取得街道(对城区而言)和乡镇(对郊区而言)级的人口普查资料,就可以减小城区范围数据序列的方差,从而给出更为准确、更加可比的结果,那时模型的拟合效果理当上升;否则,就表明山东城市体系的进化程度的确有限。当然,上述两种原因可能兼而有之。

从模型参数看来,山东省城市人口 - 城区面积

的异速生长系数在 0.6 ~ 0.8 之间,这是比较合理的数值,这表明山东城市体系为负异速生长:越往大城市,人均占用土地越少,即越是大城市越往高层建筑发展,这是城市生长的普遍法则。但是,在 1953 年前后,中国的城市却不是这种情况,那是城市人口 - 城区面积标度因子大于 1,为正异速生长关系(表 3)。可见建国之初,中国的城市用地是比较浪费的。而今天,至少山东的城市发展趋于正常状态。根据表 3 中给出的参数容易算出,6 个国家的 9 种情况平均结果为 $b = 0.848$,接近于理论上的标准数值(0.85)。山东省若以 0.85 为标度因子的上限,则许多大城市的人均用地面积还可以适当提高。

作为补充和对比,让我们考察一下市区非农业人口(F)和城市建成区面积(S)的数理关系,这样

表3 世界上一些国家的城市人口-城区
面积异速生长模型

Table 3 Allometric equation for urbanized land area (or radius)
and population size in some countries

国家或地区	年份	模型	相关系数
英格兰和 威尔士	1958 年以前	$R = 0.04140P^{0.3750}$	0.870
美国	1950	$A = 0.00126P^{0.8600}$	0.927
	1960	$A = 0.00151P^{0.8757}$	0.922
日本	1960	$A = 0.00028P^{0.9140}$	0.976
	1960	$A = 0.00850P^{0.6640}$	0.976
瑞典	1960	$A = 1.30000P^{0.6640}$	0.883
	1965	$A = 1.44000P^{0.6500}$	0.889
加拿大	1960	$R = 0.02920P^{0.4370}$	0.987
	加拿大城市	$A = 0.87 \ln P - 0.42$	-
中国	1953	$A = 0.000013P^{1.3800}$	-
	2000(以东营为界)	$A = 0.34234P^{0.5913}$	0.711
山东 (地级市)	2000(以滨州为界)	$A = 0.01983P^{0.7824}$	0.794

资料来源:Y. Lee(1989), 其中只有山东 1999 年的模型为本文作者建立。

注:①表中 R 为城区面积 A 的等效半径,对于以 R 为因变量的模型,将幂指数乘以 2 即得标度因子 b 值,如英格兰和威尔士的标度因子为 $b = 0.375 \times 2 = 0.75$;②不同学者基于不同数据给出的模型参数稍有差异,如瑞典 1960 年的情况;③中国的模型为 C. P. Lo 和 R. Welch 于 1977 年估算得出。

可以囊括 2000 年全部山东的 47 个城市样本。根据城市的无标度性^[7],城区范围只能基于统一标准定义,而不可能进行客观界定。那么,如果定义建成区为城区范围,则建成区面积与建成区中的常

住人口数量也应该满足异速生长关系。遗憾的是,我们至今无法查到建成区人口数据。考虑到市区非农业人口主要居住在建成区中,不妨用市区非农业人口与建成区面积进行估计。根据“五普”的市区非农业人口和《中国城市年鉴》(2001 年版)的建成区面积数据进行拟合。发现整体上服从异速生长关系,数学模型可以表作

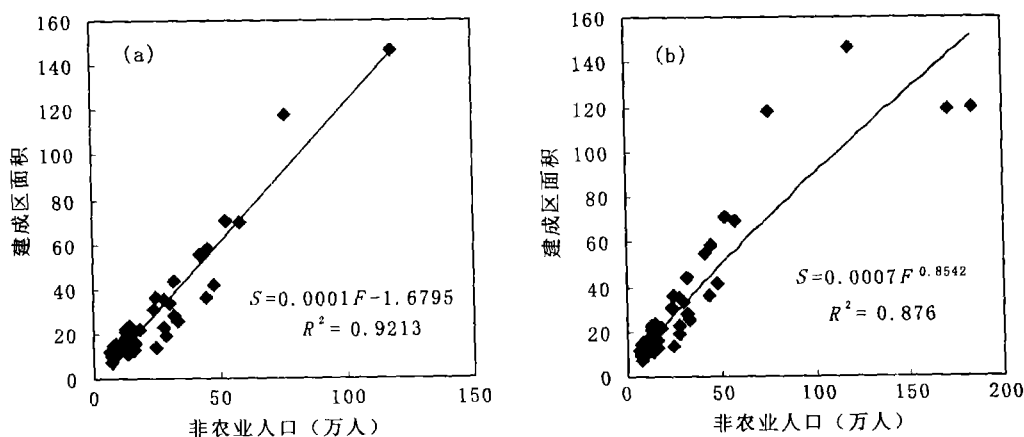
$$S = 0.0007F^{0.8542} \quad (9)$$

式中, F 为市区非农业人口, S 为建成区面积,回归相关系数为 0.936,标度因子为 0.854,接近标准值(见图 2a)。

然而,观察图 2a 中的点列分布,济南、青岛似乎是两个特别的“异常值”。剔除济、青两个数据点,拟合结果为线性模型(参见图 2b),即有

$$S = 0.0001F - 1.6795 \quad (10)$$

回归相关系数为 0.96。由此可见,非农业人口-建成区面积数据点列的主体为线性关系。实际上,在许多情况下,非农业人口与建成区面积的关系都有退化迹象,这可能与非农业人口的统计地域范围与建成区的地域范围存在龃龉有关——从地理学研究的角度看来,有必要普查建成区的人口数量,但实际工作可能非常困难。将式(9)与表 2、3 中的有关山东的幂指数进行比较可以看到,随着城区定义范围的缩小,标度因子 b 值有增大趋势。这意味着,在山东省中小城市郊区地带的土地利用比大城市郊区地带的土地利用要浪费一些。



a. 全体数据:异速生长关系 b. 去掉济南和青岛:线性关系

图2 市区非农业人口和建成区面积的关系图式

Fig. 2 Relationships between built-up area and non-agricultural population on Log-log plots

(a. Allometric relationship for whole data; b. Linear relationship for partial data)

Note: In the second case, the largest two cities, Jinan and Qingdao are excluded.

4 结 论

西方城市地理学的理论研究现在已经围绕自组织系统思想形成了包括“分形城市(fractal cities)”在内的七大前沿领域^[17],在这七大前沿领域中,城市地理学的物理化倾向已经非常明显,因此较少涉及城市社会或经济问题的讨论。异速生长显然现已列入分形城市研究的范畴^[7],故本文研究的角度依然是分形思想。的确,任何一篇学术论文都应该有一个考察问题的角度,这篇文章也不例外。正如我们过去所作、而且今后将一如既往地那样,我们没有打算在城市社会和经济问题方面浪费笔墨——谁有兴趣,可以做拓展性探讨。

正如前言所述,异速生长分析在城市系统发展预测方面具有重要的应用价值。不仅如此,它在因果解释和系统分析方面也是一个重要的原理^[18]。与国内既往研究的最大不同在于:本文采用的是人口普查数据而非统计数据,而且基于不同的门槛值使得城市人口和城区面积数据在空间上完全对应起来。基于城市形态的无标度思想,采用移动性门槛值是本文的方法性创新;对城市用地分维关系退化的模型解释是本文的理论性发现。其他方面的贡献容易看出,限于篇幅,不拟赘述。现将本文的主要结论总结如下:

第一,山东省城市人口-城区面积服从异速生长定律,基于不同城区定义标度因子变化于0.6~0.85之间,估计基于城市化地区的标度因子在0.8左右,这是比较正常的异速生长系数,它暗示山东城市体系的人口分布和土地利用总体上还算合理,而且大城市的城市用地还可以适当放宽尺度。

第二,山东城市人口-城区面积异速生长关系的状态不是很好,这表明城市体系的发展有许多不协调的因素。其中异速关系退化的关键在于某个要素(如城市用地)的发展受到不适当的管制,而未能与人口增长之间形成必要的协调。可能还有其它方面的因素,如果能够通过进一步的研究找出这些影响因素,对改善山东城市体系的结构和功能将会大有裨益。

第三,城市和城市体系都是自组织系统^[17],异速生长规律是城市体系自组织研究的一种时空秩序。只有在城市之间形成一种自下而上的竞争-合作式自组织关系,才能进一步完善城市的演化机制——自组织是根治对城市生长非正常管制的

二法门。

参考文献:

- [1] Lee Y. An allometric analysis of the US urban system: 1960 - 1980 [J]. *Environment & Planning A*, 1989, 21(4): 463 - 476.
- [2] Naroll R S, von Bertalanffy L. The principle of allometry in biology and the social sciences [J]. *Ekistics*, 1973, 36(215): 244 - 252.
- [3] Lo CP, Welch R. Chinese urban population estimates [J]. *Annals of the Association of American Geographers*, 1977, 67: 246 - 253.
- [4] 李旭旦. 现代地理学的几个问题[J]. *地理知识*, 1979, (9): 1 ~ 5.
- [5] White R, Engelen G, Uljee I. The use of constrained cellular automata for high-resolution modeling of urban-land dynamics [J]. *Environment and Planning B: Planning and Design*, 1997, 24: 323 - 343.
- [6] 陈彦光, 刘继生. 城市土地利用结构和形态的定量描述: 从信息熵到分维[J]. *地理研究*, 2001, 20(2): 146 ~ 152.
- [7] Batty M, Longley PA. *Fractal Cities: A Geometry of Form and Function* [M]. London: Academic Press, Harcourt Brace & Company, Publishers, 1994.
- [8] 陈彦光, 许秋红. 区域城市人口-面积异速生长关系的分形几何模型[J]. *信阳师范学院学报(自然科学版)*, 1999, 12(2): 60 ~ 64.
- [9] 刘继生, 陈彦光. 长春地区城镇体系时空关联的异速生长分析: 1949 ~ 1988 [J]. *人文地理*, 2000, 15(3): 6 ~ 12.
- [10] 陈彦光, 周一星. 基于RS数据的城市系统异速生长分析和城镇化水平预测模型: 基本理论与应用方法[J]. *北京大学学报(自然科学版)*, 2001, 37(6): 819 ~ 826.
- [11] 林鸿溢, 李映雪. 分形论——奇异性探索[M]. 北京: 北京理工大学出版社, 1992.
- [12] Rigon R, Rodriguez-Iturbe I, Rinaldo A. Feasible optimality implies Hack's law [J]. *Water Resources Research*, 1998, 34(11): 3181 - 3189.
- [13] 刘继生, 陈彦光. 城镇体系空间结构的分形维数及其测算方法[J]. *地理研究*, 1999, 18(2): 171 ~ 178.
- [14] Benguigui L, Czamanski D, Marinov M, Portugali Y. When and where is a city fractal? [J]. *Environment and Planning: Planning and Design*, 2000, 27: 507 - 519.
- [15] Rubenstein J M. *An Introduction to Human Geography (Fourth Edition)* [M]. New York: Macmillan Publishing Company, 1994.
- [16] 周一星. *城市地理学* [M]. 北京: 商务印书馆, 1995.
- [17] Portugali J. *Self-Organization and the City* [M]. Berlin: Springer-Verlag, 2000.
- [18] 陈彦光, 刘继生. 城市系统的异速生长关系与位序-规模法则——对Steindl模型的修正与发展[J]. *地理科学*, 2001, 21(4): 412 ~ 416.

An Allometric Analysis of the Shandong Urban System Using Ideas from Fractals

LIU Ji-Sheng¹, CHEN Yan-Guang²

(1. College of urban and Environmental Sciences, Northeast Normal University, Changchun, Jilin 130024;

2. Department of Geography, Peking University, Beijing 100871)

Abstract: In this paper, the relationship between urban population size and land area of urbanized area of Shandong Province, PRC, in 2000 by is analyzed means of the fifth Census data. Without an accepted definition of urbanized area in China, we define the urbanized area by means of variable thresholds and two lower limit values are adopted: one is about 500 person/km², and the other is around 600 persons/km², taking into consideration the scale invariance of urban form. The system of cities is divided into three cases: first, larger cities without the towns of counties; second, the towns based only on counties; third, whole cities including both larger and smaller ones. Four simple functions in common use are tested: ① linear, $A = a + bP$; ② exponential, $A = a \exp(bP)$; ③ logarithmic, $A = a + b \ln P$, and ④ power, $A = aP^b$. Where A represents the urbanized area, P denotes the population in the corresponding urbanized area, both a and b are parameters regarded as constants under given conditions.

Among the four functions, the power, which is most widely used in the literature on fractal and self-organized criticality, fits best for both the data based on different thresholds without considering the counties. However, if the smaller cities based on counties are taken into account, the results make a difference and then the logarithmic one fits better than the power. This implies that only the larger cities in Shandong Province conform to the law of allometric growth. The cause that the smaller ones fail to obey the law can be explained demographically: the data are not based on cities strictly but on districts for administrative purposes. The scaling factor of allometric model, b , is computed such as $b = 0.711$ and $b = 0.794$ for different thresholds, negative allometry results implying that A increases at a slower rate than P . In addition, the data based on non-agricultural population and built-up area are also fitted into the power function, which gives the allometric coefficient as $b = 0.854 < 1$, a negative allometry result still.

Although the statistical results of the allometric equations in some cases are not satisfactory, we can still draw a clear conclusion that the Shandong urban system is rational state where the urban area-population relationships are concerned. The suggestion is made that self-organizing theories can be employed to optimize the urban system in the studied area.

Sometimes the allometric relationships regress from the power to the logarithmic one, just as it does in Shandong systems of cities. This phenomenon is interpreted theoretically in the light of mathematical transformation. As a matter of fact, if we suppose that the growth rate of urbanized area is restricted without reason, the allometric equation will inevitably change into the reverse-exponential relationships.

Key words: urban systems; allometric growth; urban land-human relationships; fractal; Shandong Province