



论 文

远程协作实现高维量子态间的精确转换

陈立冰*, 路洪

佛山科学技术学院光电子与物理学系, 佛山 528000

*联系人, E-mail: chlibing2008@163.com

收稿日期: 2015-06-02; 接受日期: 2015-08-19

广东省自然科学基金资助项目(编号: 06029431)

摘要 利用二维远程幺正旋转, Alice 和 Cindy 远程协助 Bob 将他未知的 d 维初始量子态精确地转换为目标态。方案中, Alice 和 Cindy 分别根据她们已知的初态和目标态的概率幅和相因子联合设计一理想的正定算符值测量(POVM), 它作用于 Bob 的 $(2d-1)$ 维直和空间。可用 $2(d-1)$ 个二维远程幺正旋转实现该远程 POVM。值得注意的是, 仅需 $2(d-1)$ 个二维 Bell 态(ebit)和 $3(d-1)$ 个二维经典通信(cbit)就可精确地实现该远程态映射。给出了方案的成功概率。该方案可推广到初态和目标态的相因子信息分别被网络中 N 个不同端点的操控者共同掌握的情形。方案的简单性、精确性以及资源的有效利用等特点, 使得其在目前的实验条件下更具可行性和更加适用于大规模量子网络。

关键词 d 维量子态, 远程态转换, 正定算符值测量, 二维远程旋转

PACS: 03.67.Hk, 03.65.Ta

doi: 10.1360/SSPMA2015-00282

量子计算由于其强大的并行计算能力和可以有效地模拟量子行为的能力已成为国际学术界最为关注的领域之一。量子计算的概念最早由 Benoiff^[1]和 Feynman^[2]提出。随后, 美国科学家 Shor^[3]和 Grover^[4]分别于 1994 和 1997 年发明了量子 Shor 算法和 Grover 算法, 正是这两种重要算法的发现, 将量子计算的研究带入了高潮。目前, 量子计算已经从早期的原理性探讨向实际的物理体系发展, 并在理论和技术上取得了一系列开拓性的进展^[5-12]。迄今已在若干物理体系中实现关键的量子逻辑门并演示出量子计算的优点^[5,8,11]。例如, 2011 年, Innsbruck 大学的 Blatt 小组^[11]在线性离子阱系统中实现了 14 个量子比特的纠缠态

的制备和 64 个量子比特的分辨。这是到目前为止人类相干操控量子比特的记录。当前国际研究的焦点是寻找合适的物理体系能容易实现器件化和产品化以及能实现更多量子比特的量子计算, 这里关键的问题是提高在具有可扩展的量子体系当中相干操控的能力。这对于目前实现量子计算较有希望的几种物理体系都是很难做到的。如何有效升级量子计算的规模, 使之在计算速度上超越当前经典计算极限, 是一个巨大的挑战。在目前量子计算机的可扩展性遇到阻碍的情况下, 采用 Cirac 等人^[7]提出的分布式量子计算的方案, 是绕开这一障碍的一个很好的选择。用中等规模的量子处理器作为量子信息处理终

引用格式: 陈立冰, 路洪. 远程协作实现高维量子态间的精确转换. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2015, 45: 120301
Chen L B, Lu H. Conclusive qudit states transformation implemented by remote parters (in Chinese). Sci Sin-Phys Mech Astron, 2015, 45: 120301, doi: 10.1360/SSPMA2015-00282

端, 通过量子通信信道将不同终端联成计算工作网, 因而可以进行分布式量子计算. 分布量子计算以及量子网络的基本要求是能够耦合网络各端点的量子比特. 处在不同端点的量子比特没有直接的相互作用, 这就需要不同端点之间能在共享纠缠、局域操作和经典通信(SELOCC)辅助下实现在一个或多个端点对另一个端点的量子比特执行远程量子操作, 包括远程制备、矫正、分离、测量量子态等. 纠缠是非常宝贵的资源, 而端点间的经典通信也是影响网络速度的重要因素. 所以, 如何利用最少的 SELOCC 来完成这些任务是量子网络、乃至量子信息学中重要且基本的问题.

量子信息还具有经典信息无法比拟的另一优势是量子态存在高维形式(d 维量子态, qudit), 其编码方式可以超越二进制的模式, 一个 qudit 能存储的信息为 $\log_2 d$ 比特, 维数 d 越高, 携载信息的能力越强. 高维量子态可为量子通信和计算提供更快、更安全的信息传输和计算速度^[13–20]. 高维量子态已得到了越来越广泛的应用和研究^[13–24].

本文讨论远程协作实现 qudit 量子态间的精确转换问题. 一些人们已经研究和正在研究的量子远程操作, 包括远程态制备、远程纠缠矫正、远程态鉴别^[25–27]等, 都是远程量子态转换的特殊形式. 对远程量子态转换的研究有助于我们对量子纠缠属性和量子远程相互作用的深入理解.

1 精确地实现 d 维量子态的远程转换

假定 Alice, Bob, Cindy 在空间是分开的. Bob 的 d 维态空间 H_d 中有一 qudit B , B 最初被制备到某一量子态

$$\begin{aligned} |\psi_{\text{initial}}\rangle_B &= a_0|0\rangle_B + a_1 e^{i\alpha_1}|1\rangle_B + \dots + a_j e^{i\alpha_j}|j\rangle_B \\ &\quad + \dots + a_{d-1} e^{i\alpha_{d-1}}|d-1\rangle_B \\ &= a_0|0\rangle_B + \sum_{j=1}^{d-1} a_j e^{i\alpha_j}|j\rangle_B. \end{aligned} \quad (1)$$

Bob 的任务是将他的初态 $|\psi_{\text{initial}}\rangle_B$ 精确地转化为目标准态

$$\begin{aligned} |\psi_{\text{final}}\rangle_B &= b_0|0\rangle_B + b_1 e^{i\beta_1}|1\rangle_B + \dots + b_j e^{i\beta_j}|j\rangle_B \\ &\quad + \dots + b_{d-1} e^{i\beta_{d-1}}|d-1\rangle_B \\ &= b_0|0\rangle_B + \sum_{j=1}^{d-1} b_j e^{i\beta_j}|j\rangle_B. \end{aligned} \quad (2)$$

设除了 $\alpha_0 = \beta_0 = 0$ 外, 其余所有实系数 $\{a_j, b_j; \alpha_j, \beta_j\}$ 均非零, 满足: $\alpha_j \neq \beta_j$; $a_j \neq b_j$, $\sum_{j=0}^{d-1} a_j^2 = 1$, $\sum_{j=0}^{d-1} b_j^2 = 1$. 为便于叙述, 又设 $1 > |a_{d-1}/b_{d-1}| = \min\{|a_j/b_j|, j = 0, 1, \dots, d-1\}$. Bob 未知初态 $|\psi_{\text{initial}}\rangle_B$ 和目标态 $|\psi_{\text{final}}\rangle_B$ 的具体细节. 若 Alice 和 Cindy 分别已知初态和目标态的概率幅 $\{a_j, b_j\}$ 和相因子 $\{\alpha_j, \beta_j\}$, 她们可以联合设计一种物理上可实现的操作 ξ , 并在 SELOCC 辅助下将其作用到 qudit B 上, 远程协助 Bob 精确地实现初态 $|\psi_{\text{initial}}\rangle_B$ 到目标态 $|\psi_{\text{final}}\rangle_B$ 的转换

$$|\psi_{\text{initial}}\rangle_B \xrightarrow{\xi} |\psi_{\text{final}}\rangle_B. \quad (3)$$

要实现这种精确态映射的代价就是整个过程必须是概率实现的^[28–30]. 定性地, 操作 ξ 的成功概率不仅依赖参数 $\{a_j, b_j; \alpha_j, \beta_j\}$ 的值, 还依赖于我们实现 ξ 所使用的方法. 我们希望用最少的 SELOCC 和以最高的成功概率实现方程(3)所示的远程态映射.

1.1 在直和空间实现远程态映射

要实现方程(3)的远程态映射, 需利用远程正定算符值测量(POVM). 根据 Neumark 的理论^[29,30], 可将 Bob 的 d 维态空间 H_d 直和拓展为 $(2d-1)$ 维空间 $H_{(2d-1)} = H_d + H_a$ (H_a 为 $(d-1)$ 维辅助空间), 并通过在 $H_{(2d-1)}$ 内对初态 $|\psi_{\text{initial}}\rangle_B$ 施一适当的幺正变换 U_B 来实现子空间 H_d 中预定的 POVM (ξ). 为此, Alice 和 Cindy 需分别根据各自已知的 $\{a_j, b_j\}$ 和 $\{\alpha_j, \beta_j\}$ 联合设计一最优的 U_B . 在基 $(|0\rangle_B, \dots, |d-1\rangle_B, |d\rangle_B, \dots, |2d-2\rangle_B)$ 下, U_B 可表为

$$U_B = U(\{\alpha_j, \beta_j\})_{C \rightarrow B} U(\{a_j, b_j\})_{A \rightarrow B}, \quad (4)$$

其中, $U(\{\alpha_j, \beta_j\})_{C \rightarrow B}$ 是 Alice 根据 $\{a_j, b_j\}$ 设计的远程幺正变换

$$U(\{a_j, b_j\})_{A \rightarrow B} = \begin{pmatrix} \xi_{A \rightarrow B}^{(1)} & \xi_{A \rightarrow B}^{(2)} \\ \xi_{A \rightarrow B}^{(2)} & -\xi_{A \rightarrow B}^{(1)} \end{pmatrix},$$

$$\xi_{A \rightarrow B}^{(1)} = \text{diag} \left(\frac{a_{d-1}b_0}{b_{d-1}a_0}, \dots, \frac{a_{d-1}b_j}{b_{d-1}a_j}, \dots, \frac{a_{d-1}b_{d-2}}{b_{d-1}a_{d-2}}, 1 \right),$$

$$\xi_{A \rightarrow B}^{(2)} = \text{diag} \left(\sqrt{1 - \left(\frac{a_{d-1} b_0}{b_{d-1} a_0} \right)^2}, \dots, \sqrt{1 - \left(\frac{a_{d-1} b_j}{b_{d-1} a_j} \right)^2}, \dots, \sqrt{1 - \left(\frac{a_{d-1} b_{d-2}}{b_{d-1} a_{d-2}} \right)^2}, 0 \right); \quad (5)$$

$U(\{\alpha_j, \beta_j\})_{C \rightarrow B}$ 是 Cindy 根据 $\{\alpha_j, \beta_j\}$ 设计的远程幺正变换

$$U(\{\alpha_j, \beta_j\})_{C \rightarrow B} = \text{diag}(1, e^{-i(\alpha_1 - \beta_1)}, \dots, e^{-i(\alpha_d - \beta_d)}, \dots, e^{-i(\alpha_{d-1} - \beta_{d-1})}, 1, \dots, 1, 0). \quad (6)$$

在 SELOCC 辅助下, Alice 将作用在她节点 A 上的 $U(\{a_j, b_j\})$ (方程(5)), Cindy 将作用在她节点 C 上的 $U(\{\alpha_j, \beta_j\})$ (方程(6)) 分别隐形传送到远处 Bob 的端点 B 上, 实现远程幺正变换 U_B . U_B 作用到 Bob 的态空间 $H_{(2d-1)}$, 可实现初态 $|\psi_{\text{initial}}\rangle_B$ 和目标态 $|\psi_{\text{final}}\rangle_B$ 间的转换

$$\begin{aligned} U_B |\psi_{\text{initial}}\rangle_B &= \sqrt{P} |\psi_{\text{final}}\rangle_B + \sqrt{1-P} |\varphi^A\rangle_B \\ &= (a_{d-1}/b_{d-1})(b_0|0\rangle_B + b_1 e^{i\beta_1}|1\rangle_B + \dots \\ &\quad + b_j e^{i\beta_j}|j\rangle_B + \dots + b_{d-1} e^{i\beta_{d-1}}|d-1\rangle_B) \\ &\quad + \sqrt{1 - (a_{d-1}/b_{d-1})^2} (c_0|d\rangle_B \\ &\quad + c_1 e^{i\alpha_1}|d+1\rangle_B + \dots + c_j e^{i\alpha_j}|d+j\rangle_B + \dots \\ &\quad + c_{d-2} e^{i\alpha_{d-2}}|2d-2\rangle_B), \end{aligned} \quad (7)$$

式中,

$$c_j = \sqrt{a_j^2 b_{d-1}^2 - b_j^2 a_{d-1}^2} / \sqrt{b_{d-1}^2 - a_{d-1}^2}.$$

即, Bob 以概率 $P = (a_{d-1}/b_{d-1})^2$ 获得所需的目标态 $|\psi_{\text{final}}\rangle_B = b_0|0\rangle_B + \sum_{j=1}^{d-1} b_j e^{i\beta_j}|j\rangle_B$. 若 $|\psi_{\text{initial}}\rangle_B$ 坎缩为辅助空间 H_a 中的态

$$|\varphi^A\rangle_B = c_0|d\rangle_B + \sum_{j=1}^{d-2} c_j e^{i\alpha_j}|d+j\rangle_B, \quad (8)$$

操作失败.

1.2 利用三向量子隐形传态方法实现远程态映射

对态映射 ξ 的远程协作实现, 可以通过平庸的三向量子隐形传态方法来完成. 首先, Bob 花费 1 个 d 维的 Bell 态 $(1/\sqrt{d})(|00\rangle + |11\rangle + \dots + |(d-1)(d-1)\rangle)$

(edit) 和 2 个 d 维的经典通信(edits. 2 个 edits 相当于 d

个 cbits. 为便于比较, 本文统一用 cbit 来计量经典信息量)^[30,31] 将 $|\psi_{\text{initial}}\rangle_B$ 传给 Alice. 然后, Alice 对之实施方程(5)所示的操作 $U(\{a_j, b_j\})$, 实现态映射 $|\psi_{\text{initial}}\rangle_B \rightarrow |\psi\rangle_A = b_0|0\rangle_A + \sum_{j=1}^{d-1} b_j e^{i\alpha_j}|j\rangle_A$, 并将 $|\psi\rangle_A$ 传给 Cindy. 接着, Cindy 对之实施方程(6)所示的操作 $U(\{\alpha_j, \beta_j\})$, 实现映射 $|\psi\rangle_A \rightarrow |\psi\rangle_C = b_0|0\rangle_C + \sum_{j=1}^{d-1} b_j e^{i\beta_j}|j\rangle_C$. 最后, Cindy 将 $|\psi\rangle_C$ 传给 Bob, 即可实现方程(3)所示的 d 维量子态的精确转换. 该过程共耗费 3 个 edits 和 3d 个 cbits. 成功概率也是 $P = (a_{d-1}/b_{d-1})^2$. 在目前的实验条件下, 高维纠缠态的有效制备较为困难且成功概率不高.

1.3 利用二维远程旋转辅助实现远程态映射

为使操作成为可行, 需将方程(4)所示的 $(2d-1)$ 维幺正操作 U_B 转化为若干个二维幺正操作的先后作用. 易证, U_B 可分解为 $2(d-1)$ 个二维幺正旋转

$$\begin{aligned} U_B &= U(\{\alpha_j, \beta_j\})_{C \rightarrow B} U(\{a_j, b_j\})_{A \rightarrow B} \\ &= \prod_{j=1}^{d-1} [U_{j(d+j-1)}(\alpha_j - \beta_j)]_{C \rightarrow B} \\ &\quad \prod_{j=0}^{d-2} \left[U_{j(d+j)} \left(\frac{a_{d-1} b_j}{b_{d-1} a_j} \right) \right]_{A \rightarrow B}, \end{aligned} \quad (9)$$

其中,

$$U_{j(d+j)} \left(\frac{a_{d-1} b_j}{b_{d-1} a_j} \right) = \begin{pmatrix} \frac{a_{d-1} b_j}{a_j b_{d-1}} & -\sqrt{1 - \left(\frac{a_{d-1} b_j}{a_j b_{d-1}} \right)^2} \\ \sqrt{1 - \left(\frac{a_{d-1} b_j}{a_j b_{d-1}} \right)^2} & \frac{a_{d-1} b_j}{a_j b_{d-1}} \end{pmatrix} = U_{j(d+j)}^{A \rightarrow B}, \quad (10)$$

$$U_{j(d+j-1)}(\alpha_j - \beta_j) = \begin{pmatrix} e^{-i(\alpha_j - \beta_j)} & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = U_{j(d+j-1)}^{C \rightarrow B}. \quad (11)$$

$U_{j(d+j)} \left(\frac{a_{d-1} b_j}{b_{d-1} a_j} \right)$ 和 $U_{j(d+j-1)}(\alpha_j - \beta_j)$ 分别远程作

用于由态空间 $H_{(2d-1)}$ 中一对基矢 $|j\rangle - |d+j\rangle$ 和 $|j\rangle - |d+j-1\rangle$ 张成的二维子空间, 而余空间不变. 下面我们介绍利用二维 Bell 态辅助实现方程(7)所示的远程态映射.

(1) Alice-Bob 的操作. Alice 利用

$\left\{ \left[U_{j(d+j)} \left(a_{d-1} b_j / (b_{d-1} a_j) \right) \right]_{A \rightarrow B}, j=0, 1, \dots, d-2 \right\}$ 远程旋转 Bob 的基矢 $\{|j\rangle\}$, 使态矢 $|\psi_{\text{initial}}\rangle_B$ 的不同分量有不同的缩放

$$\{a_j |j\rangle_B\} \rightarrow \{b_j |j\rangle_B\}, \quad (12)$$

以便提出公共因子 (a_{d-1}/b_{d-1}) . 在 SELOCC 辅助下,

二维远程旋转 $\left[U_{j(d+j)} \left(\frac{a_{d-1} b_j}{b_{d-1} a_j} \right) \right]_{A \rightarrow B}$ 可快速实现. 为

此, 制备二维 Bell 态(1个 ebit)

$$|\text{Bell}\rangle_{a'_j b'_j}^{j(d+j)} = (1/\sqrt{2})(|jj\rangle + |(d+j)(d+j)\rangle)_{a'_j b'_j}, \quad (13)$$

让 Alice 拥有 qubit a'_j , Bob 拥有 b'_j . 系统的初态为 $|\psi\rangle' = |\text{Bell}\rangle_{a'_j b'_j}^{j(d+j)} (a_j |j\rangle_B)$. 首先, Bob 对粒子 B 和 b'_j 施一局域推广的 CNOT 门

$$\begin{aligned} U_{\text{GCNOT}}(b'_j; B) &= |j\rangle_{b'_j} \langle j|_{b'_j} \otimes I_B + |d+j\rangle_{b'_j} \\ &\quad \langle d+j|_{b'_j} \otimes (X^{j(d+j)})_B, \\ X^{j(d+j)} &= |d+j\rangle \langle j| + |j\rangle \langle d+j|; \end{aligned} \quad (14)$$

Alice 也同时对她的 a'_j 施局域旋转门(10). 接着, Alice 和 Bob 同时对 a'_j 和 b'_j 执行向基($|j\rangle, |d+j\rangle$)和向基($|+\rangle^{j(d+j)}, |-\rangle^{j(d+j)}$), ($|\pm\rangle^{j(d+j)} = (1/\sqrt{2})(|j\rangle \pm |d+j\rangle)$)的正交投影测量. Alice 通过经典通道将测量结果通知 Bob. 最后, Bob 根据 Alice 和他自己的测量结果($|j\rangle_{a'_j} |+\rangle_{b'_j}^{j(d+j)}, |d+j\rangle_{a'_j} |+\rangle_{b'_j}^{j(d+j)}, |j\rangle_{a'_j} |-\rangle_{b'_j}^{j(d+j)}, |d+j\rangle_{a'_j} |-\rangle_{b'_j}^{j(d+j)}$)对粒子 B 分别执行相应的操作

$$u^{j(d+j)} = (Z_B^{j(j+d)}, X_B^{j(d+j)}, I_B, Z_B^{j(j+d)} X_B^{j(d+j)}), \quad (15)$$

其中 $Z^{j(d+j)} = |j\rangle \langle j| - |d+j\rangle \langle d+j|$, 就可获得

$$\begin{aligned} a_j |j\rangle_B &\xrightarrow{\left[U_{j(d+j)} \left(\frac{a_{d-1} b_j}{b_{d-1} a_j} \right) \right]_{A \rightarrow B}} |\psi^{j(d+j)}\rangle_B \\ &= (a_{d-1} / b_{d-1}) b_j |j\rangle_B + \sqrt{1 - (a_{d-1} / b_{d-1})^2} c_j |d+j\rangle_B. \end{aligned} \quad (16)$$

该操作耗费 1 个 ebit 和 1 个 cbit 的纠缠和经典通信资源, 成功概率为 100%. 与文献[32,33]的方案相比, 经典通信从 2 个 cbits 减少为 1 个 cbit, 经典通信时间减少了 1/2. 若用文献[34]的方案, 也可耗费 1 个 ebit 和 1 个 cbit 完成该操作, 但成功概率仅为 50%. 实

现方程(16)所示演化的量子线路如图 1 所示. 图 1 中, Alice 拥有 qubit a'_j , Bob 拥有 qubit b'_j 和 qudit B. 连接 a'_j 和 b'_j 的虚线表示它们共享一 Bell 态; 双线表示经典通信. $U_{j(d+j)}^{A-B}$ 表示方程(10)所示的操作; $u^{j(d+j)}$ 表示方程(15)所示的操作. $M_{j(d+j)}^Z$ 和 $M_{j(d+j)}^X$ 分别表示向基($|j\rangle, |d+j\rangle$)和向基($|+\rangle^{j(d+j)}, |-\rangle^{j(d+j)}$)的正交投影测量.

综上, 我们可耗费 $(d-1)$ 个 ebits 和 $(d-1)$ 个 cbits 快速实现如下的远程态转换

$$\begin{aligned} |\psi_{\text{initial}}\rangle_B &\xrightarrow{\prod_{j=0}^{d-2} [U_{j(d+j)} \left(\frac{a_{d-1} b_j}{b_{d-1} a_j} \right)]_{A \rightarrow B}} |\psi_{\text{middle}}\rangle_B \\ &= (a_{d-1} / b_{d-1}) (b_0 |0\rangle_B + b_1 e^{i\alpha_1} |1\rangle_B + \dots + b_j e^{i\alpha_j} |j\rangle_B \\ &\quad + \dots + b_{d-1} e^{i\alpha_{d-1}} |d-1\rangle_B) + \sqrt{1 - (a_{d-1} / b_{d-1})^2} (c_0 |d\rangle_B \\ &\quad + c_1 e^{i\alpha_1} |d+1\rangle_B + \dots + c_j e^{i\alpha_j} |d+j\rangle_B + \dots \\ &\quad + c_{d-2} e^{i\alpha_{d-2}} |2d-2\rangle_B) \\ &= \sqrt{P} (b_0 |0\rangle_B + \sum_{j=1}^{d-1} b_j e^{i\alpha_j} |j\rangle_B) + \sqrt{1-P} |\phi^A\rangle_B. \end{aligned} \quad (17)$$

(2) Cindy-Bob 的操作. Cindy 利用 $\{[U_{j(d+j-1)}(\alpha_j - \beta_j)]_{C \rightarrow B}, j=1, 2, \dots, d-1\}$ 远程操控 Bob 的态矢 $|\psi_{\text{middle}}\rangle_B$, 使其各基矢 $\{|j\rangle\}$ 绕 Bloch 球的 Z 轴旋转 $(\alpha_j - \beta_j)$ 角^[29,30], 从而实现从态 $|\psi_{\text{middle}}\rangle_B$ 到态 $|\psi_{\text{final}}\rangle_B$ 的远程映射. 在 SELOCC 辅助下二维远程旋转门 $[U_{j(d+j-1)}(\alpha_j - \beta_j)]_{C \rightarrow B}$ 的局域实现过程简述如下. 制备方程(13)所示的纠缠态 $|\text{Bell}\rangle_{c'_j b''_j}^{j(d+j-1)}$. Cindy 拥有 c'_j , Bob 拥有 b''_j . 系统的初态为

$$|\psi\rangle'' = |\text{Bell}\rangle_{c'_j b''_j}^{j(d+j-1)} |\phi^{j(d+j-1)}\rangle_B.$$

其中,

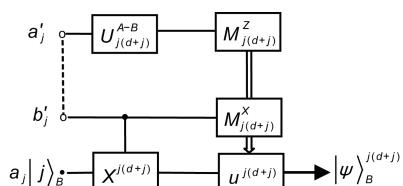


图 1 实现方程(16)所示演化的量子线路

Figure 1 A quantum circuit for Alice and Bob to implement locally the evolution of eq. (16).

$$\begin{aligned} |\varphi^{j(d+j-1)}\rangle_B &= (a_{d-1}/b_{d-1}) b_j e^{i\alpha_j} |j\rangle_B \\ &\quad + \sqrt{1-(a_{d-1}/b_{d-1})^2} c_{j-1} e^{i\alpha_{j-1}} |d+j-1\rangle_B. \end{aligned}$$

首先, Bob 对粒子(B , b_j'')施方程(14)的 CNOT 门 $U_{\text{GCNOT}}(B; b_j'')$ 并对 b_j'' 执行向基($|j\rangle$, $|d+j-1\rangle$)的正交投影测量。Bob 将测量结果通知 Cindy。接着, Cindy 根据 Bob 的测量结果 $|j\rangle_{b_j''}/|d+j-1\rangle_{b_j''}$ 对她的粒子 c_j' 执行操作 $I_{c_j'}/X_{c_j'}^{j(d+j-1)}$ 。然后, Cindy 对 c_j' 施方程(11)所示的旋转 $U_{j(d+j-1)}(\alpha_j - \beta_j)$ 并对 c_j' 执行向基($|+\rangle^{j(d+j-1)}$, $|-\rangle^{j(d+j-1)}$)的投影测量。最后, Bob 根据 Cindy 的测量结果 $|+\rangle_{c_j'}^{j(d+j-1)}/|-\rangle_{c_j'}^{j(d+j-1)}$ 对 B 执行操作 $I_B/Z_B^{j(d+j-1)}$ 即可得到

$$\begin{aligned} |\varphi^{j(d+j-1)}\rangle_B &\xrightarrow{[U_{j(d+j-1)}(\alpha_j - \beta_j)]_{C \rightarrow B}} |\phi^{j(d+j-1)}\rangle_B \\ &= (a_{d-1}/b_{d-1}) b_j e^{i\beta_j} |j\rangle_B + \sqrt{1-(a_{d-1}/b_{d-1})^2} \\ &\quad \times c_{j-1} e^{i\alpha_{j-1}} |d+j-1\rangle_B. \end{aligned} \quad (18)$$

该操作耗费 1 个 ebit 和 2 个 cbits, 成功概率为 100%。与文献[32,33,35]的结果相同。远程旋转门 $U_{j(d+j-1)}(\alpha_j - \beta_j)$ 已得到实验的验证^[35]。实现方程(18)所示演化的量子线路如图 2 所示。图 2 中, Cindy 拥有 qubit c_j' , Bob 拥有 qubit b_j'' 和 qudit B 。

综上, 我们可耗费 $(d-1)$ 个 ebits 和 $2(d-1)$ 个 cbits 实现从方程(17)所示的中间态 $|\psi_{\text{middle}}\rangle_B$ 到目标态 $|\psi_{\text{final}}\rangle_B$ 的远程态转换

$$\begin{aligned} |\psi_{\text{middle}}\rangle_B &\xrightarrow{\prod_{j=1}^{d-1} [U_{j(d+j-1)}(\alpha_j - \beta_j)]_{C \rightarrow B}} |\psi_{\text{final}}\rangle_B \\ &= (a_{d-1}/b_{d-1})(b_0 |0\rangle_B + \sum_{j=1}^{d-1} b_j e^{i\beta_j} |j\rangle_B) \\ &\quad + \sqrt{1-(a_{d-1}/b_{d-1})^2} (c_0 |d\rangle_B \\ &\quad + \sum_{j=2}^{d-1} c_{j-1} e^{i\alpha_{j-1}} |d+j-1\rangle_B). \end{aligned} \quad (19)$$

可见, 在 Bob 的直和空间 $H_{(2d-1)}$ 进行幺正操作 U_B 的过程, 反映到他的子空间 H_d 中, 就实现了方程(3)所预定的远程 POVM, 即

$$|\psi_{\text{initial}}\rangle_B \xrightarrow{\xi} |\psi_{\text{final}}\rangle_B = b_0 |0\rangle_B + \sum_{j=1}^{d-1} b_j e^{i\beta_j} |j\rangle_B.$$

该远程态映射的成功概率为 $(a_{d-1}/b_{d-1})^2$, 与利用三向量子隐形传态方法实现远程态映射的结果相

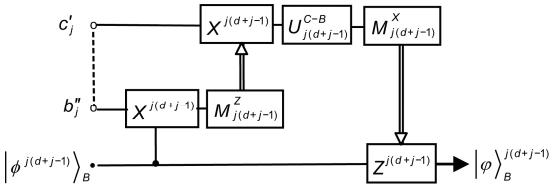


图 2 实现方程(18)所示演化的量子线路

Figure 2 A quantum circuit for Cindy and Bob to implement locally the evolution of eq. (18).

同。该过程仅耗费 $2(d-1)$ 个 ebits 和 $3(d-1)$ 个 cbits。

2 方案的推广和讨论

对上述方案, 我们做如下的推广和讨论。

(1) 若初态(1)和目标态(2)中相因子 $\{\alpha_j\}$ 和 $\{\beta_j\}$ 的信息被网络中 N 个不同端点的操控者 $\text{Cindy}_1, \dots, \text{Cindy}_n, \dots, \text{Cindy}_N$ 共享, 即 $\alpha_j = \alpha_{j1} + \dots + \alpha_{jn} + \dots + \alpha_{jN}$, $\beta_j = \beta_{j1} + \dots + \beta_{jn} + \dots + \beta_{jN}$; $\text{Cindy}_1, \dots, \text{Cindy}_n, \dots, \text{Cindy}_N$ 分别已知 $\{\alpha_{j1}, \beta_{j1}\}, \dots, \{\alpha_{jn}, \beta_{jn}\}, \dots, \{\alpha_{jN}, \beta_{jN}\}$ 。此时, 在上述方案的“Cindy-Bob 的操作”环节中, 需用一个 $(N+1)$ 体二维 GHZ 态

$$|\text{GHZ}\rangle_{c'_{j1} \dots c'_{jn} \dots c'_{jN} b_j''}^{j(d+j-1)} = (1/\sqrt{2})(|j\dots j\rangle + |(d+j-1)\dots(d+j-1)\rangle)_{c'_{j1} \dots c'_{jn} \dots c'_{jN} b_j''} \quad (20)$$

代替二体二维 Bell 态 $|\text{Bell}\rangle_{c'_j b_j''}^{j(d+j-1)}$ 进行相关的操作:

让 $\text{Cindy}_1, \dots, \text{Cindy}_n, \dots, \text{Cindy}_N$ 分别拥有 $c'_{j1}, \dots, c'_{jn}, \dots, c'_{jN}$, Bob 拥有 b_j'' 。按照文献[36]所给的方法, $\text{Cindy}_1, \dots, \text{Cindy}_n, \dots, \text{Cindy}_N$ 可在 SLOCCE 辅助下, 分别将她们的旋转门 $[U_{j(d+j-1)}(\alpha_{j1} - \beta_{j1})]_{C_1 \rightarrow B}, \dots, [U_{j(d+j-1)}(\alpha_{jn} - \beta_{jn})]_{C_n \rightarrow B}, \dots, [U_{j(d+j-1)}(\alpha_{jN} - \beta_{jN})]_{C_N \rightarrow B}$ 确定性地传送给 Bob, 实现操作

$$\begin{aligned} &[(a_{d-1}/b_{d-1}) b_j e^{i\sum_{n=1}^N \alpha_{jn}} |j\rangle_B \\ &+ \sqrt{1-(a_{d-1}/b_{d-1})^2} c_{j-1} e^{i\sum_{n=1}^N \alpha_{(j-1)n}} |d+j-1\rangle_B] \\ &\xrightarrow{[U_{j(d+j-1)}(\alpha_{jN} - \beta_{jN})]_{C_N \rightarrow B} \dots [U_{j(d+j-1)}(\alpha_{jn} - \beta_{jn})]_{C_n \rightarrow B} \dots [U_{j(d+j-1)}(\alpha_{j1} - \beta_{j1})]_{C_1 \rightarrow B}} \\ &(a_{d-1}/b_{d-1}) b_j e^{i\sum_{n=1}^N \beta_{jn}} |j\rangle_B \\ &+ \sqrt{1-(a_{d-1}/b_{d-1})^2} c_{j-1} e^{i\sum_{n=1}^N \alpha_{(j-1)n}} |d+j-1\rangle_B. \end{aligned}$$

该操作耗费 1 个($N+1$)体二维 GHZ 态和 $2N$ 个 cbits^[36]. 综上, 可用($d-1$)个($N+1$)体二维 GHZ 态和 $2N(d-1)$ 个 cbits 实现 N 个相位操控者的从中间态 $|\psi_{\text{middle}}\rangle_B = b_0|0\rangle_B + \sum_{j=1}^{j=d-1} b_j e^{i\sum_{n=1}^N \alpha_j} |j\rangle_B$ 到目标态 $|\psi_{\text{final}}\rangle_B = b_0|0\rangle_B + \sum_{j=1}^{j=d-1} b_j e^{i\sum_{n=1}^N \beta_{nj}} |j\rangle_B$ 的远程转换, 成功概率也是 $(a_{d-1}/b_{d-1})^2$.

若采用平庸的 N 向量子隐形传态方法, 即 Cindy₁ 首先对 Alice 传给她的中间态 $|\psi_{\text{middle}}\rangle_A = b_0|0\rangle_A + \sum_{j=1}^{j=d-1} b_j e^{i\sum_{n=1}^N \alpha_j} |j\rangle_A$ 施操作 ξ_{C_1} , 实现 $|\psi_{\text{middle}}\rangle_A \xrightarrow{\xi_{C_1}} |\psi\rangle_{C_1} = b_0|0\rangle_{C_1} + \sum_{j=1}^{j=d-1} b_j e^{i(\beta_{j1}+\alpha_{j2}+\dots+\alpha_{jN})} |j\rangle_{C_1}$, 并将 $|\psi\rangle_{C_1}$ 传给 Cindy₂; ...; Cindy _{n} 对 $|\psi\rangle_{C_{n-1}}$ 施操作 ξ_{C_n} , 实现

$$|\psi\rangle_{C_{n-1}} \xrightarrow{\xi_{C_n}} |\psi\rangle_{C_n} = b_0|0\rangle_{C_n} + \sum_{j=1}^{j=d-1} b_j e^{i(\beta_{j1}+\dots+\beta_{jn}+\alpha_{j(n+1)}+\dots+\alpha_{jN})} |j\rangle_{C_n},$$

并将 $|\psi\rangle_{C_n}$ 传给 Cindy _{$n+1$} ; ...; 最后, Cindy _{N} 对 $|\psi\rangle_{C_{N-1}}$ 施操作 ξ_{C_N} , 实现 $|\psi\rangle_{C_{N-1}} \xrightarrow{\xi_{C_N}} |\psi\rangle_{C_N} = b_0|0\rangle_{C_N} + \sum_{j=1}^{j=d-1} b_j e^{i\sum_{n=1}^N \beta_{jn}} |j\rangle_{C_N}$, 并将 $|\psi\rangle_{C_N}$ 传给 Bob, 这样也可实现从中间态 $|\psi_{\text{initial}}\rangle_B$ 到目标态 $|\psi_{\text{final}}\rangle_B$ 转换. 这里, $\xi_{C_n} = \text{diag}(1, e^{-i(\alpha_{1n}-\beta_{1n})}, \dots, e^{-i(\alpha_{jn}-\beta_{jn})}, \dots, e^{-i(\alpha_{(d-1)n}-\beta_{(d-1)n})})$. 该过程需耗费 N 个 edits 和 dN 个 cbits.

使用二维 GHZ 态作为量子信道可在网络中灵活引进多个相因子的操控者. 该方案可用于量子秘密共享, 量子选举, 也可用 $\{\alpha_j, \beta_j\}$ 编码多个用户共享的银行帐户密码等. 显然, N 愈大, 方案的安全性愈强. 此外, 也可利用($d-1$)个($N+1$)体二维 W 态实现上述的远程态转换, 只是该过程的成功概率仅为 $(a_{d-1}/b_{d-1})^2 (2/3)^N$. 但 W 态的纠缠稳定性优于 GHZ 态, 抗粒子丢失能力强, 对于噪声或者消相干等不良因素有着更好的抵抗性. 我们可根据实际需要选择最优的量子信道.

(2) 若 Bob 的态 $|\psi_{\text{initial}}\rangle_B$ 坎缩为

$$|\varphi^A\rangle_B = c_0|d\rangle_B + \sum_{j=1}^{j=d-2} c_j e^{i\alpha_j} |d+j\rangle_B, \quad (21)$$

远程态映射失败. 值得注意的是, $|\varphi^A\rangle_B$ 是一形

式与方程(1)相同的, 位于 Bob 的子空间 H_a 中的 [$(d-1)-m$] 维量子态. 这里, m 是序列 $\{a_j/b_j\}$ 中与最小系数 a_{d-1}/b_{d-1} 相等的个数. 例如, 当 $d=9$ 且 $a_2/b_2 = a_3/b_3 = a_8/b_8$ 时, $m=2$, $|\varphi^A\rangle_B$ 是一 6 维的量子态. 只要 $[(d-1)-m] \geq 2$, 且可对 Bob 的子空间 H_a 进行直和或直积拓展, 我们仍可用上述的方法对态(21)进行远程映射. 也就是说, 我们可对初态(1)施行“系列远程态映射”, 直至 $|\varphi^A\rangle_B$ 为辅助子空间 H_a 中的一维态矢.

(3) 若方程(1)的初态变为 $|E\rangle_{B_1 B_2} = a_0|00\rangle_{B_1 B_2} + \sum_{j=1}^{d-1} a_j e^{i\alpha_j} |jj\rangle_{B_1 B_2}$, 其中 Bob₁ 拥有 qudit B_1 , 与 Bob₁ 相距遥远的 Bob₂ 拥有 qudit B_2 . 上述方案可用于远程控制 qudit 纠缠态 $|E\rangle_{B_1 B_2}$ 的纠缠量. 特别是, 它可远程“过滤”出 qudit 最大纠缠态. 例如, 取 $\{\alpha_j = \beta_j = 0\}$, $\{b_j = 1/\sqrt{d}\}$, Alice 可远程将 $|E\rangle_{B_1 B_2}$ 矫正为最大纠缠态 $(1/\sqrt{N}) \sum_{j=0}^{d-1} |jj\rangle_{B_1 B_2}$, 成功概率为 da_{\min}^2 .

(4) 前述, 要确定性地实现方程(4)的 $(2d-1)$ 维远程幺正操作 U_B (或概率性地实现方程(3)的远程态映射 ξ), 我们的方案需 $2(d-1)$ 个 ebits 和 $3(d-1)$ 个 cbits. 为便于比较, 表 1 列出了为实现远程操作 U_B , 本文方案与现有的几种操作方案^[32–35] 所需的纠缠、经典通信资源和方案的成功概率. 表中, 方案(本文)、方案(teleportation)、方案(文献[32])、方案(文献[33]) 和方案(文献[34,35]) 分别表示本文所用方案、使用三向量子隐形传态方法、文献[32–35] 所用方案.

显见, 本文方案使远程态转换过程所需的纠缠和经典通信资源得到了优化. 目前, 二维 Bell 态的制备已在多种物理系统中实现, 特别是在光学系统^[29,37,38]. 相比之下, 高维纠缠态的制备显得较为困难, 其成功概率在维数 $d > 4$ 时随指数下降^[39]. 在最新的研究中, 两体高维纠缠态的制备概率得到有效的提高, 但其概率仍随 d 的增加而多项式下降^[22]. 在有多个相因子操控者的远程态映射中, 需用多体二维 GHZ 态. GHZ 态的制备一直是国际上一个竞争非常激烈的领域, 它集中体现了多粒子操纵的核心技术. 实验上已经实现了三光子^[40]、四光子^[41], 甚至八

表 1 为实现远程幺正操作 U_B , 本文方案与现有几种方案所需的纠缠、经典通信资源和成功概率**Table 1** The physical resources costs and the success probabilities of our scheme and the schemes in hand

方案	耗费的纠缠资源	耗费的经典通信	成功概率
方案(本文)	2(d-1)个 2 维 Bell 态	3(d-1)个 cbits	1
方案(teleportation)	3 个 d 维 Bell 态	3d 个 cbits	1
方案(文献[32])	2(d-1)个 2 维 Bell 态	4(d-1)个 cbits	1
方案(文献[33])	3(d-1)个 2 维 Bell 态	4(d-1)个 cbits	1
方案(文献[34,35])	2(d-1)个 2 维 Bell 态	3(d-1)个 cbits	$(1/2)^{d-1}$

光子 GHZ 态^[42,43]的制备. 另外, 方案涉及的二维旋转门和 CNOT 门已在多种物理系统的多种物理过程中实现^[29,30]. 因此, 从理论上说, 我们方案所需要的技术在现有的光学系统中是可行的.

3 结论

本文描述了一个在 SELLOCC 辅助下, Alice 和 Cindy 远程协助 Bob 以一定的成功概率实现将他未知的 d 维初始量子态 $|\psi_{\text{initial}}\rangle_B = a_0|0\rangle_B + \sum_{j=1}^{d-1} a_j e^{i\alpha_j} |j\rangle_B$ 精确地转换为目标态

$$|\psi_{\text{final}}\rangle_B = b_0|0\rangle_B + \sum_{j=1}^{d-1} b_j e^{i\beta_j} |j\rangle_B$$

的方案. 方案中, Alice 和 Cindy 分别根据她们已知的初态和目标态的概率幅 $\{a_j, b_j\}$ 和相因子 $\{\alpha_j, \beta_j\}$ 设计方程(5)的幺正变换 $U(\{a_j, b_j\})_{A \rightarrow B}$ 和方程(6)的 $U(\{\alpha_j, \beta_j\})_{C \rightarrow B}$; 在 SELLOCC 辅助下通过分别将

$U(\{a_j, b_j\})_{A \rightarrow B}$ 和 $U(\{\alpha_j, \beta_j\})_{C \rightarrow B}$ 远程作用到 Bob 的 $(2d-1)$ 维态空间 $H_{(2d-1)}$ 来实现初态 $|\psi_{\text{initial}}\rangle_B$ 到目标态 $|\psi_{\text{final}}\rangle_B$ 的映射. $U(\{a_j, b_j\})_{A \rightarrow B}$ 远程旋转 Bob 的基矢 $\{|j\rangle\}$, 使态矢 $|\psi_{\text{initial}}\rangle_B$ 的不同分量有不同的缩放, 使可提出公共因子 $\min\{|a_j|/b_j|, j=0, 1, \dots, d-1\}$; 而 $U(\{\alpha_j, \beta_j\})_{C \rightarrow B}$ 则使 Bob 的基矢 $\{|j\rangle\}$ 绕 Bloch 球的 Z 轴旋转 $(\alpha_j - \beta_j)$ 角. 值得注意的是, $U_B = U(\{a_j, b_j\})_{A \rightarrow B} U(\{\alpha_j, \beta_j\})_{C \rightarrow B}$ 可分解为 $2(d-1)$ 个二维幺正旋转的乘积. 仅需 $2(d-1)$ 个 ebits 和 $3(d-1)$ 个 cbits 就可精确地实现该远程态映射, 这使操作过程所需要的物理资源得到优化. 该方案可推广到初态和目标态的相因子 $\{\alpha_j, \beta_j\}$ 的信息被网络中 N 个不同端点的操控者共同掌握的情形. 此时, 所需的物理资源为 $(d-1)$ 个 $(N+1)$ 体二维 GHZ 态和 $2N(d-1)$ 个 cbits.

参考文献

- 1 Benioff P. The computer as a physical system: A microscopic quantum mechanical Hamiltonian model of computers as represented by Turing machines. *J Stat Phys*, 1980, 22: 563–591
- 2 Feynman R P. Simulating physics with computers. *Int J Theor Phys*, 1982, 21: 467–488
- 3 Shor P W. Algorithms for quantum computation: Discrete logarithms and factoring. In: *Proceedings of the 35th Annual Symposium on the Foundations of Computer Science*. Los Alamitos: IEEE Computer Society Press, 1994. 124–134
- 4 Grover L K. Quantum mechanics helps in searching for a needle in a haystack. *Phys Rev Lett*, 1997, 79: 325–328
- 5 Xu X F, Bao X H, Pan J W. Demonstration of active feed forward one-way quantum computing with photon-matter hyper entanglement. *Phys Rev A*, 2012, 86: 3655–3660
- 6 Xue P, Xiao Y F. Universal quantum computation in decoherence-free subspace with neutral atoms. *Phys Rev Lett*, 2006, 97: 140501
- 7 Cirac J I, Ekert A K, Huelga S F, et al. Distributed quantum computation over noisy channels. *Phys Rev A*, 1999, 59: 4249–4254
- 8 Huang Y F, Ren X F, Zhang Y S, et al. Experimental teleportation of quantum controlled-NOT gate. *Phys Rev Lett*, 2004, 93: 240501
- 9 Gottesman D, Chuang I L. Demonstrating the viability of universal quantum computation using teleportation and single-qubit operations. *Nature*, 1999, 402: 390–393
- 10 Song S Y, Wang C. Recent development in quantum communication. *Chin Sci Bull*, 2012, 57: 4694–4700
- 11 Monz T, Schindler P, Barreiro J T, et al. 14-qubit entanglement: Creation and coherence. *Phys Rev Lett*, 2011, 106: 130506

- 12 Mischuck B, Mølmer K. Qudit quantum computation in the Jaynes-Cummings model. *Phys Rev A*, 2013, 87: 022341
- 13 Bruss D, Macchiavello C. Optimal eavesdropping in cryptography with three-dimensional quantum states. *Phys Rev Lett*, 2002, 88: 127901
- 14 Cerf N J, Bourennane M, Karlsson A, et al. Security of quantum key distribution using d -level systems. *Phys Rev Lett*, 2002, 88: 127902
- 15 Terriza G M, Vaziri A, Řeháček J, et al. Triggered qutrits for quantum communication protocols. *Phys Rev Lett*, 2004, 92: 167903
- 16 Langford N K, Dalton R B, Harvey M D, et al. Measuring entangled qutrits and their use for quantum bit commitment. *Phys Rev Lett*, 2004, 93: 053601
- 17 Gröblacher S, Jennewein Y, Vaziri A, et al. Experimental quantum cryptography with qutrits. *New J Phys*, 2006, 8: 75
- 18 Bregman I, Aharonov D, Ben-Or M, et al. Simple and secure quantum key distribution with biphotons. *Phys Rev A*, 2008, 77: 050301
- 19 Ralph T C, Resch K J, Gilchrist A. Efficient Toffoli gates using qudits. *Phys Rev A*, 2007, 75: 022313
- 20 Lanyon B P, Barbieri M, Almeida M P, et al. Simplifying quantum logic using higher dimensional Hilbert spaces. *Nat Phys*, 2009, 5: 134–140
- 21 Lin Q. Efficient generation of three-dimensional cluster state with cross-phase modulation (in Chinese). *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2011, 41: 194–200 [林青. 基于交叉相位调制技术的三维簇态的高效制备. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2011, 41: 194–200]
- 22 Lin Q. Efficient generation of arbitrary multi-partite polarized entangled qudits (in Chinese). *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2012, 42: 842–851 [林青. 任意多体高维偏振纠缠态的有效制备. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2012, 42: 842–851]
- 23 Lin Q. Optical realization of universal unitary operation of single partite polarization encoded qudit (in Chinese). *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2014, 44: 317–325 [林青. 普适单体偏振高维量子态幺正操作的光学实现. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2014, 44: 317–325]
- 24 Lanyon B P, Weinhold T J, Langford N K, et al. Manipulating biphotonic qutrits. *Phys Rev Lett*, 2008, 100: 060504
- 25 Torres-Ruiz F A, Aguirre J, Delgado A, et al. Unambiguous modification of nonorthogonal single- and two-photon polarization states. *Phys Rev A*, 2009, 79: 052113
- 26 Chen L B, Lu H. Maximum-confident discrimination among linearly dependent symmetric qudit states implemented by remote parters (in Chinese). *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2013, 43: 1511–1518 [陈立冰, 路洪. 远程协作实现对线性相关对称高维量子态的最大信心辨识. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2013, 43: 1511–1518]
- 27 Chen L B, Lu H. Nonlocal unambiguous discrimination among N nonorthogonal qudit states lying in a higher-dimensional Hilbert space. *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2012, 55: 55–59
- 28 Zhou X F, Lin Q, Zhang Y S, et al. Physical accessible transformations on a finite number of quantum states. *Phys Rev A*, 2007, 75: 012321
- 29 Nielsen M A, Chuang I L. Quantum Computation and Quantum Information. Cambridge: Cambridge University Press, 2000
- 30 Zhang Y D. Principle of quantum information physics (in Chinese). Beijing: Science Press, 2005 [张永德. 量子信息物理原理. 北京: 科学出版社, 2005]
- 31 Bennett C H, Brassard G, Crepeau C, et al. Teleporting an unknown quantum state via dual classical and Einstein-Podolsky-Rosen channels. *Phys Rev Lett*, 1993, 70: 1895–1899
- 32 Reznit B, Aharonov Y, Groisman B. Remote operations and interactions for systems of arbitrary-dimensional Hilbert space: State-operator approach. *Phys Rev A*, 2002, 65: 032312
- 33 Huelga S F, Plenio M B, Vaccaro J A. Remote control of restricted sets of operations: Teleportation of angles. *Phys Rev A*, 2002, 65: 042316
- 34 Yang C P, Gea-Banacloche J. Teleportation of rotations and receiver-encoded secret sharing. *J Opt B-Quantum S O*, 2001, 3: 407
- 35 Xiang G Y, Li J, Guo G C. Teleporting a rotation on remote photons. *Phys Rev A*, 2005, 71: 044304
- 36 Chen L B, Lu H. Deterministic and controlled many-to-one and one-to-many remote quantum rotations via partially entangled quantum channels (in Chinese). *Sci Sin-Phys Mech Astron*, 2014, 44: 1187–1195 [陈立冰, 路洪. 利用部分纠缠的量子信道确定性地实现 $N \rightarrow 1$ 和 $1 \rightarrow N$ 的受控量子远程旋转. 中国科学: 物理学 力学 天文学, 2013, 43: 1187–1195]
- 37 Kwiat P G, Mattle K, Weinfurter H, et al. New high-intensity source of polarization-entangled photon pairs. *Phys Rev Lett*, 1995, 75: 4337–4341
- 38 Ye L, Yu L B, Guo G C. Scheme for the generation of entangled states in cavity QED. *Phys Rev A*, 2005, 72: 034304
- 39 Lin Q. Heralded generation of symmetric and asymmetric entangled qudits with weak cross-Kerr nonlinearity. *J Opt Soc Am B*, 2013, 30: 576–581
- 40 Bourennane M, Eibl M, Kurtsiefer C, et al. Experimental detection of multipartite entanglement using witness operators. *Phys Rev Lett*, 2004, 92: 087902
- 41 Zhao Z, Yang T, Chen Y A, et al. Experimental violation of local realism by four-photon greenberger-horne-zeilinger entanglement. *Phys*

- Rev Lett, 2004, 91: 180401
- 42 Huang Y F, Liu B H, Peng L, et al. Experimental generation of an eight-photon Greenberger-Horne-Zeilinger state. Nat Commun, 2011, 2: 193
- 43 Yao X C, Wang T X, Xu P, et al. Observation of eight-photon entanglement. Nat Photonics, 2012, 6: 225–228

Conclusive qudit states transformation implemented by remote parters

CHEN LiBing^{*} & LU Hong

Department of Photoelectron and Physics, Foshan University, Foshan 528000, China

Alice, Cindy, and Bob are three remote parties. We present a scheme which allows Alice and Cindy to transform probabilistically and conclusively Bob's unknown d -level quantum (qudit) state into another. In this scheme, the remote positive operator valued measurements (POVM) lies at the heart. Based on the knowledge of probability amplitudes and phase factors of Bob's original state and target state, Alice and Cindy could construct jointly the required optimal POVM, which acts remotely on Bob's $(2d-1)$ -dimensional direct sum space. We construct a quantum network for realizing the remote POVM with $2(d-1)$ remote two-level unitary rotations, and thus provide a feasible physical means to realize the remote POVM. The fact that the remote POVM could be realized using only $2(d-1)$ two-level Bell states (ebits) and $3(d-1)$ two-level classical communications (cubits) is notable. This scheme can be generalized to implement conclusively the $(N+2)$ -party remote qudit state transformation via $(d-1)$ $(N+1)$ -body two-level GHZ states, in which the phase factors of Bob's original state and target state are shared jointly by N agents. The success probability of implementing this remote state transformation is also investigated. This scheme is simpler but conclusive, and more efficient but with less resource, which will make it more feasible with the current experimental technology and more suitable for large-scale quantum network.

d-level quantum (qudit) state, remote qudit state transformation, positive operator valued measurement, remote two-level rotation

PACS: 03.67.Hk, 03.65.Ta

doi: 10.1360/SSPMA2015-00282