

小波分析在大气边界层结构研究中的应用实例

孙爱东 徐玉貌

(南京大学大气科学系, 南京 210093)

摘 要 将小波分析的方法应用于大气边界层风、温场结构的研究, 表明了这种方法应用于大气边界层研究的优越性。小波分析方法与谱分析方法、多尺度分析方法可以互补。当研究不同尺度湍流的串级过程和突变气象场的位置时, 小波方法更为优越。

关键词 小波分析, 多尺度分析, 大气边界层结构, 谱分析

分类号 P401.3

自从 1807 年 Fourier 提倡用函数的 Fourier 级数展开研究热传导方程以来, 近两百年 Fourier 分析成了刻画函数空间, 求解微分方程, 处理信号数据等的主要工具之一而被广泛应用于数学、物理学、地学、信号光学等领域。Fourier 分析虽有许多优点, 然而也存在着不可忽视的缺点, 主要就是付氏分析的系数是整个时间上的加权平均, 要想用它来反映信号 $f(x)$ 的局部性质是不可能的, 也不可能同时给出信号所包含的大小不同尺度的串级过程以及信号突变的位置。对于边界层大气而言, 湍流串级结构以及气象变量的突变情况是非常重要的, 因此小波分析的思想孕育而生^[1]。

1 小波方法简介

小波分析来源于伸缩和平移方法。1986 年 Meyer 创造性地构造出了具有一定衰减性的光滑函数, 这个函数的二进制伸缩和平移构成了 $L^2(R)$ 空间的规范正交基。设 $\psi(x)$ 为一小波基函数, 则其小波为 $\psi_a^b(x) = a^{-1/2} \psi[(x-b)/a]$ 。其中 $a > 0$ 为伸缩尺度, b 为平移参数。对于一平方可积函数 $f(x)$, 其小波变换为

$$T_a^b f(x) = a^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \overline{\psi\left(\frac{x-b}{a}\right)} dx$$

表示 $f(x)$ 的共轭。由此可对信号 $f(x)$ 进行尺度分析, 将其展开到 a - b 平面研究其变化特征。离散小波的变换公式为

$$T_{j,k}^i f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \overline{\psi_j^i(x)} dx$$

其中 $\psi_j^i(x) = (l)^{j/k} [(\frac{1}{l})^j x - ix]$, i, j, k , 均为整数。 l, k, x 取不同值, 表征了不同的伸缩和平移。本文中参数的选择见表 1, 选择的依据是要能抓住物理过程在各个时间尺度的特征。

至今科学家们提出了许多小波形式,而且初步建立了小波分析的系统理论。近十年来,小波分析已被广泛应用于信号处理、地震勘探、光学、湍流、通讯、非线性科学等领域,取得了令人瞩目的成果。

许多研究表明,几乎所有大气中发生的现象都具有多时间尺度和多空间尺度特征。小到烟粒运动,大到气候变化都如此。这些变化包含了多层次的演变。但以往所有的方法,包括付氏分析,都因为不具有局部、多层次和多分辨的性质而不能客观地反映这种多层次结构规律。而小波分析则能有效地研究这些特征。

2 小波基函数及其选择

首先将小波分析引入大气科学研究的是 Farge 等(1988)^[2],他们用一维 Morlet 小波作为基小波对数值模拟的各向同性二维湍流进行了研究,其后又用二维 Morlet 小波作了尝试^[3,4]。Argoul(1989)^[5]、Bacry(1991)^[6]对湍流风洞实验资料进行了小波分析。1993 年 Gamage 和 Blumen^[7]用双曲正切小波函数作为基小波分析了冷锋低层的温度场空间结构,并且比较了小波、Fourier 分析和 EOF 分析之异同和优缺点。另外还有国内外工作者对降水量场、风暴及气候突变进行的尝试,如林振山^[8]、邓自旺^[9]等利用小波变换对近百年来全球温度变化的多层次时空结构进行了研究,这些研究表明小波分析在大气科学研究中大有用武之地。

本文所用的小波函数有墨西哥帽小波、Morlet 小波和 Wave 小波三种,其形式分别如下。墨西哥帽小波函数(M hat Wavelet)

(x) = (1 - x^2) e^{-x^2/2}

Morlet 小波函数

(x) = e^{i x} (e^{-x^2/2} - \frac{1}{2} e^{-2/4} e^{-x^2})

它是较常用的复数形式的小波函数,式中 为一常数,本文运算中取为 5.4,该值并无特别意义。Wave 小波函数

(x) = x e^{-x^2/2}

由于该小波函数的波形与冷锋过程中温度变化的波形相似,因此本文用它作为基函数分析冷锋过程中边界层温度场的结构,这正是小波基函数选择的标准之一。离散小波变换公式中的参数选择如表 1 所示。

表 1 离散小波变换参数
Table 1 Discrete wavelet transformation parameters

小波	伸		缩	平		移
	<i>l</i>	<i>k</i>	<i>j</i> 的取值范围	<i>x</i>	<i>i</i> 的取值范围	
Morlet 小波(图 1)	2 s	3	1 ~ 33	1 s	1 ~ 1 800	
Morlet 小波(图 2)	2 s	3	1 ~ 33	1 s	1 ~ 900	
Morlet 小波(图 3)	2 s	3	1 ~ 35	10 s	1 ~ 2 400	
Morlet 小波(图 4)	1 h	5	1 ~ 35	1 h	1 ~ 87	

3 资料来源与结果分析

小波分析是一个新的数学分析工具,其本身的理论还有待完善。它虽在不少方面有了一些应用,但用实测资料进行多尺度空间气象场的对比研究还不多见,本文试图对此作一尝试。

资料包括两部分, 分别代表不同的气象条件。其一是 1994 年 8 月 16 日夜 01 时 45 分至 02 时 15 分黑河地区观测资料, 风温记录每秒 16 次, 观测高度 4.9 m。这代表了绿洲下垫面晴好天气的正常条件下的边界层风、温场, 对它的分析可揭示湍流的微尺度结构。其二是 1994 年 1 月 15 日至 19 日在南京北郊的 195 m 气象塔上进行的连续观测, 风温记录每秒一次, 记录高度 29.6 m。这是一个冷锋天气过程, 它包括多种时间尺度的湍流活动, 本文对这一资料的分析反映了锋面过程中大气边界层的中尺度湍流结构。

3.1 微尺度(百秒)的湍能串级结构

所谓“能量串级”, 就是说大尺度的湍流涡旋由于无规则运动而逐渐变成尺度越来越小的湍涡, 能量也由大尺度向小尺度传递, 最后被耗散掉。这一理论已被广泛接受, 小波分析可以对此作最直接的反映。

图 1 分别以脉动风速的方差 $= \overline{u^2 + v^2 + w^2}$ 的小波变换的实部、相位随时间的变化来揭示边界层湍流的多时间尺度结构和湍流自大尺度向小尺度串级的现象。在半阴影图

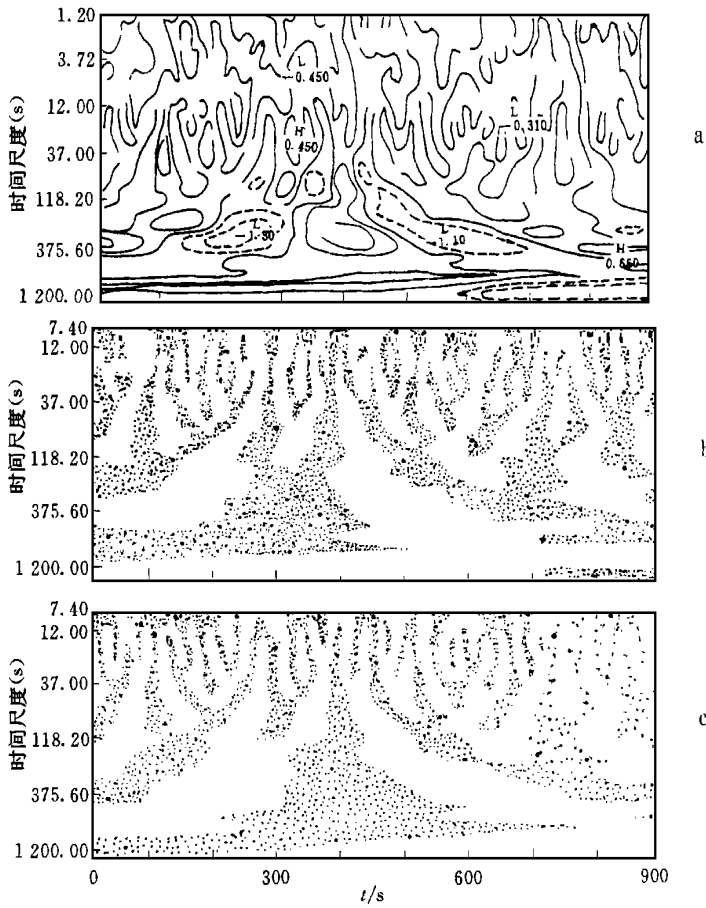


图 1 方差 $= \overline{u^2 + v^2 + w^2}$ (a) 及其小波变换相位(b)、实部(c)反映的多尺度结构(阴影区为负位相)

Fig. 1 Multi-scale structure of fluctuating velocity variance, $= \overline{u^2 + v^2 + w^2}$, in Heihe (a), and that expressed by the phase (b) and real part (c) of its Morlet wavelet transformation (shadow areas indicate negative values)

中, 串级表现为小波变换的相位和实部等值区域的“分流”, 即由大尺度区向小尺度区(图中即由下向上)逐渐愈分愈细。由图 1a、b 可以看出, 尺度为 30 s 处的串级现象尤其明显。Morlet 小波变换的实部的半阴影图(图 1c)与相位图(图 1b)结构相似, 说明了 Morlet 小波变换的实部也能反映相位结构。

事实上, 不仅湍流能量 ($E_{TK} = (u^2 + v^2 + w^2)/2 = \overline{u'^2}/2$), 而且湍流动量通量 $w \overline{u'}$ 和热量通量 $w \overline{T'}$ 的小波系数相位图也同样反映了串级现象(图略), 水平脉动风速 u' 、脉动温度 T' 也有与 $w \overline{u'}$ 相似的多层次时间结构, 这三者都明显反映出 2~3 s, 30 s 左右及 1~6 min 的尺度结构。2~3 s 的时间尺度在脉动温度的 Morlet 小波变换系数中反映得尤为清楚(图 2)。

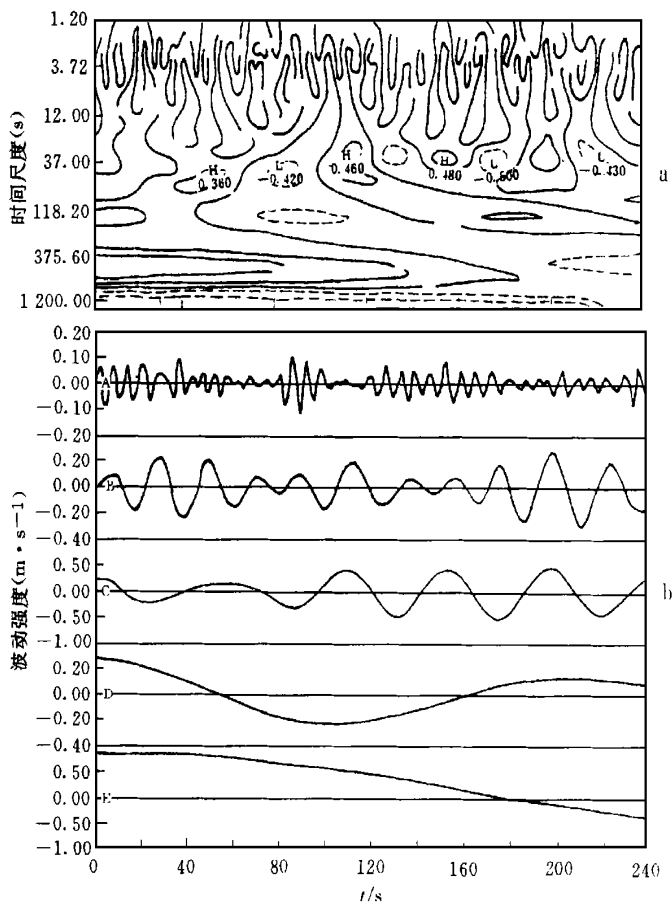


图 2 脉动温度 T' 的小波变换系数(a)及对应的多层次尺度波动(b)(黑河地区)

A. 3. 20 s ; B. 14. 80 s ; C. 46. 90 s ; D. 3. 10 min ; E. 10. 00 min

Fig. 2 Plot of contour of Morlet wavelet transformation coefficients for fluctuating temperature, T' , in Heihe (a) and its multi-scale structure (b)

The time scale for A, B, C, D and E are 3. 2 s, 14. 8 s, 46. 90 s, 3. 10 min and 10. 00 min respectively

小波系数能在同一张图上同时将信号各个频率分量的波动强度随时间的变化全面地反映出来(图 2b), 这种一目了然地反映各频率(各时间尺度)波动强度时间分布的性质, 是频谱分析及多尺度分析所无法比拟的。例如, 图 2b 反映了脉动温度的多层次尺度的波动情况, 我们看到在 01 时 46 分(对应于横坐标 100 s 处), 波动最强的是时间尺度为 3. 2 s 的分量, 此时 14. 80 s 和 3. 10 min 的时间尺度的波动位于波谷。

3.2 中尺度(“小时”尺度)上的多层次分析

对于南京地区 1994 年 1 月 16 日 15 时到 19 时的冷锋过程,已有文献^[10]用谱分析与多尺度分析的方法对它的风场作了分析,发现存在多种时间尺度的波动。图 3 是利用墨西哥帽小波(Mhat)对这一时段内风速场结构的分析。小波分析方法揭示了冷锋过程中时间尺度为数秒,1~20 min 及 3~4 h 的湍流运动,这和参考文献[10]中的谱分析、多尺度分析结论相同(详情请参考文献),但图 3b 所反映的多层次分布更为直观。图 3a 所示的尺度为二十几小时的波动正是风速日变化所致。

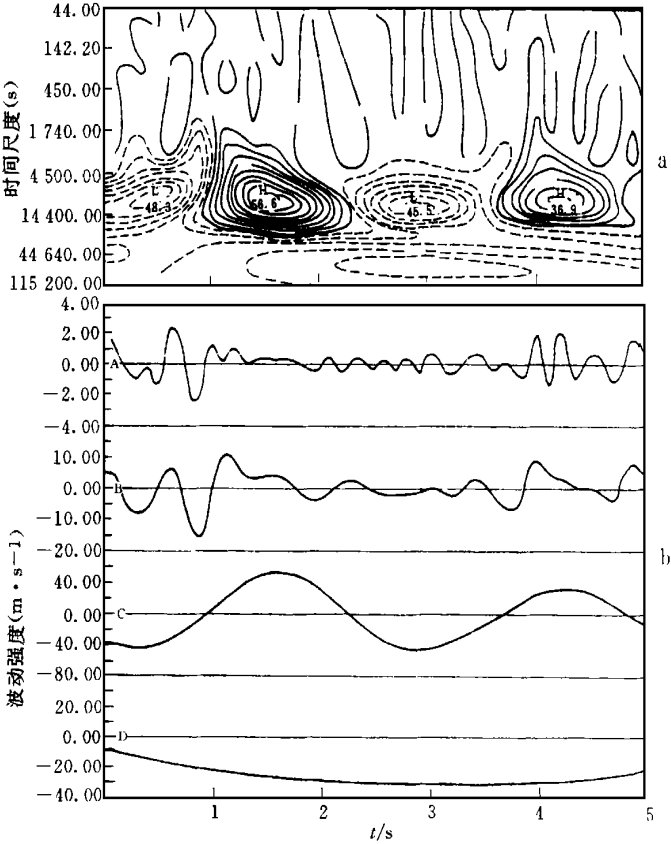


图 3 用墨西哥帽(Mhat)小波分析南京西郊 1994 年 1 月 16 日 15~19 时水平脉动风速的小波系数等值线图(a)及对应的水平脉动风速的多层次尺度(b)

A. 1.80 min; B. 7.40 min; C. 3.10 h; D. 19.90 h

Fig. 3 Plot of contours of Mhat wavelet transformation coefficients of horizontal fluctuating wind velocity, Nanjing, 1500~1900 16 Jan 1994(a) and its multi-scale structure(b)

The time scale for A, B, C and D are 1.80 min, 7.40 min, 3.10 h, 19.90 h respectively

我们还尝试用不同的基小波分析同一对象。详细的分析表明,本文所用的三种小波,它们得出的风、温、湍能等的湍流场结构特征一致。如用 Wave 小波分析了南京地区 1994 年 1 月 16 日 15~19 时的水平脉动风速,发现与 Mhat 小波分析结论相同,都反映了极明显的 3~4 h 时间尺度波动及除此外的秒级、分钟级波动。

3.3 对温度场变化的分析

小波分析方法的诸多优点之一,是它对突变量的突变位置、尺度及强度有直接的反映。锋

面过程是一个温度的突变过程。1994 年 1 月 16 日午后有一冷锋经过南京, 这次过程持续时间很长, 气温连续降低的时间超过两天, 降温速率远比 1993 年 Gamage 和 Blumen^[7] 所研究的冷锋缓慢。但用 Wave 小波分析本过程的温度变化, 同样看到了突变点的位置(图 4), 即锋面到达的时间是 16 日 16~17 时, 图中这一时间处的小波段变换系数等值线较密集, 这就是对谱分析和多尺度分析方法的补充。

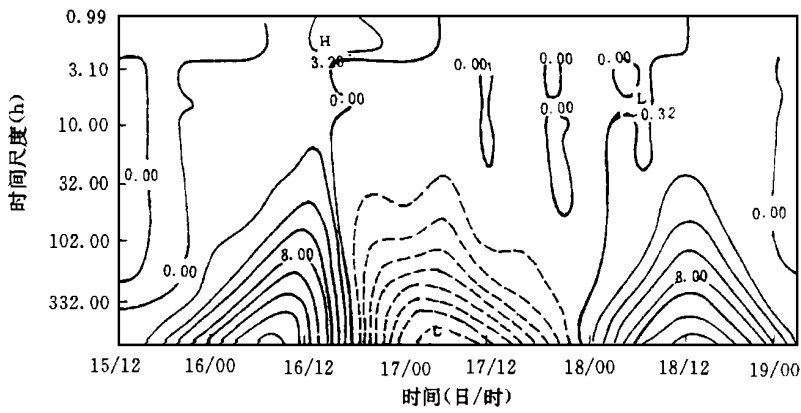


图 4 南京地区缓慢冷锋过程温度场的 Wave 小波变换系数
(1994 年 1 月 15 日 12 时~19 日 00 时)

Fig.4 Plot of contours of Wave wavelet transformation coefficients
for a slow cold front s temperature field, Nanjing, 1200 LMT 15~0000 LMT 19, Jan 1994

4 总 结

(1) 我们将实测的边界层湍流量用小波方法进行了分析, 它除了能揭示湍能的串级现象和湍流的多层次结构(尺度和位置)外, 同时还能获得与传统的谱分析方法及多尺度分析方法相一致的结论。

(2) 由于小波分析手段自身的诸多优点, 它更便于直观地反映物理量的波动情况, 尤其在研究物理量的突变时, 它更是有力的工具。本文只是在边界层方面用这一新的手段进行了尝试。小波分析方法必将在大气科学的许多方面得到更加广泛的应用。

致谢: 本文得到邓自旺老师的许多帮助, 诚致谢意!

参 考 文 献

- 1 崔景泰. 小波分析导论. 西安: 西安电子科技大学出版社, 1995
- 2 Farge M, Rabreau G. Wavelet transform to analyze coherent structure in two-dimensional turbulent flows. In: Proc Scaling eds. Fractals and Nonlinear Variability in Geophysics I, Paris: , 1988
- 3 Farge M, Guezennec Y, HO C M, et al. Continuous wavelet analysis of coherent structures. In: Proc Summer Prog. Cent. Turbulence Res. : Stanford Univ. NASA-Ames, Stanford, CA, 1990
- 4 Farge M. Wavelet transforms and their applications to turbulence. Ann Rev Fluid Mech, 1992, 24: 395 ~ 457
- 5 Argoul F, Arneodo A, Grassean G, et al. Wavelet analysis of turbulence reveals the multifractal nature of the Richardson cascade. Nature, 1989, 338(6210): 51 ~ 53
- 6 Bacry E, Arneodo A, Frisch U, et al. Wavelet analysis of fully developed turbulence data and measurement of scaling exponents. In: M Lesieur, O Metais eds. Proc Turbulence in Fluid Mechanics. Dordrecht: Kluwer, 1991. 203 ~ 215
- 7 Gamage N, Blumen W. Coparative analysis of low-level cold fronts: Wavelet, Fourier, and Emperical Drthogonal Function Decompositions. Mon Wea Rev, 1993, 121(10): 2867 ~ 2878
- 8 林振山. 气候建模: 诊断和预测的研究. 北京: 气象出版社, 1996
- 9 邓自旺. 一维小波变换在气候诊断中的应用研究. [学位论文], 南京: 南京大学大气科学系, 1996
- 10 Xu Y, Pan Y, Sun A. Spectral characteristics and multi-scale structure of the Boundary-Layer wind field during the cold front passages over East China. Boundary-Layer. Meteorol, 1997, 85(3): 423 ~ 446

STUDY ON STRUCTURE OF THE BOUNDARY LAYER USING WAVELET ANALYSIS

Sun Aidong Xu Yumao

(Department of Atmospheric Sciences, Nanjing University, Nanjing 210093)

Abstract In this paper, wavelet analysis was applied to the study of wind and temperature field in the Boundary-layer, which showed great advantages in the study of the PBL. Wavelet analysis method is a compensation to spectral analysis and multi-scale analysis, but it is superior to them when applied to the study of sudden changes of physical variables.

Keywords wavelet analysis, multi-scale analysis, spectral analysis, atmospheric boundary-layer structure