后香农时代 ICT 领域的十大挑战问题

徐文伟*, 张弓, 白铂, 艾超, 吴瑾

华为技术有限公司, 深圳 518129

E-mail: xuwenwei@huawei.com, nicholas.zhang@huawei.com, baibo8@huawei.com, aichao@huawei.com, lion.wujin@huawei.com

收稿日期: 2021-01-21; 接受日期: 2021-05-06; 网络出版日期: 2021-05-31; * 通信作者

摘要 本文以未来万物互联的智能社会的愿景为出发点, 从信息产生、传输和处理的角度, 深入剖析信息通信 (information and communications technologies, ICT) 行业在信息论、运筹学、控制论、计算理论和人工智能方面未来发展中的技术挑战, 并提出十个重要挑战问题. 文章首先详细阐述这些技术挑战问题的背景、问题定义以及学术界和工业界当前的研究进展. 其次针对这些问题给出潜在的解决思路和未来的研究方向. 最后提出要解决十大挑战难题所面临的理论突破机会, 包括: 需要超越经典的香农信息论, 建立语义信息论体系; 需要突破深度神经网络, 建立可解释的深度神经网络理论体系; 需要突破经典的排队论和优化理论体系, 建立网络排队论和网络优化理论方法; 需要突破功耗和复杂度的约束, 建立近似计算理论体系.

关键词 信息论 概率论 优化理论 运筹学 反问题 非线性 Schrödinger 方程 深度神经网络 (DNN) 近似计算

MSC (2020) 主题分类 00A07, 11T71, 35-02, 35Q41, 35Q61, 41-02, 68-02, 68M10, 68M20, 68P20, 68P30, 68T07, 68W25, 78-02, 78A46, 93-02, 93A16, 93C57, 94-02, 94A05, 94A15, 94A24, 94A29, 94A34, 94B27, 94B35

1 前言

未来的世界将是一个万物互联的智能社会. 任何人与物可以在任何时间、任何地点进行通信, 信息基础设施可以为每个家庭、每个企业和每个社会提供数字化的智能服务. 未来万物互联的智能社会, 将具有全数字化、全互联化和全智能化三个显著特征:

(1) 全数字化

未来的物理环境以及对其控制、操作和运行的系统将实现全数字化. 数字化不仅使得信息可以低成本传播和复制, 解决模拟信息复制和传播的高昂成本和信息失真问题, 而且方便了信息的深层次

英文引用格式: Xu W W, Zhang G, Bai B, et al. Ten key ICT challenges in the post-Shannon era (in Chinese). Sci Sin Math, 2021, 51: 1095–1138, doi: 10.1360/SSM-2021-0013

处理: 模拟世界的信息的处理主要依靠人的智慧和经验, 而数字化世界的信息更多地可以依靠机器来自动化处理。

(2) 全互联化

数以万亿计的“物”将通过网络实现互联, 通过信息流动提高物理世界运行的效率, 进而推动社会进步。1998 年, Watts 和 Strogatz^[1] 发现了人与人连接的小世界 WS 模型和网络效应, 即人与人之间可以通过小于 6 跳实现联接建立社会关系, 从而给出了 Milgram 连锁信实验的数学解释。随着人们之间普遍的互联, 以及超级联接节点的存在, 人与人的距离已经小于 3.5 (参见文献 [2]), 也就是度小于 3.5。在物理世界, 当前不同行业的传感器节点都以烟囱式部署, 节点间的度还比较高。未来会逐步形成互联互通, 而且不同行业的传感器会与边缘云和数据中心等超级节点形成互联, 联接度会逐步减小, 带来网络联接效率和信息流动效率的提升, 从而提升物理世界的效率。从经济角度来看, 全球互联指数 (参见文献 [3]) 表明一个国家的经济发展情况与其宽带基础设施正相关, 而且存在拐点。对处于宽带基础设施建设阶段的发展中国家而言, 国家数字化发展将出现乘数效应, 催生一系列互联网企业的发展机会, 从而推动经济增长; 处于宽带基础设施成熟阶段的国家, 将有望进入经济发展的新周期。

(3) 全智能化

自从 Hinton 的 DNN (deep neural network) 算法在 ImageNet 上取得突破以来 (参见文献 [4]), 随着算力的提升, DNN 已经在图像识别等感知领域展现出超越人类的潜力, 相信在不远的将来会有更强大的算法突破。DNN 等人工智能技术的发展不仅可以协助人们提高效率, 而且将帮助人们实现人类无法胜任的工作, 将极大提升社会效率。

从上述三个特征来看, 数字化智能社会, 其本质是对数字化后的信息的流动进行有效的 (智能化的) 控制。从信息论的角度, 信息流动可以分为信息产生、信息传输和信息处理三个环节, 在未来的数字化智能社会, 这三个环节都存在较大的挑战:

(1) 信息产生环节

需要更高效的信息编码机制。1998 年图灵奖获得者 Jim Gray 预测, 数据量每 18 个月将翻一番。未来将面临全行业的数字化, 将有更多的传感器被部署, 将产生更多的数据。现有的数据编码方式遇到前所未有的挑战: 首先, 从信息产生的源头出发, 研究更高效的信源编码实现信息的高效表示。未来信息服务的对象不仅仅是人, 也包含机器, 需要研究面向机器任务的高效的编码机制。其次, 语义通信作为高等生物通信的手段, 需要研究语义通信的基本理论问题, 超越经典的信息论。再次, DNN 作为智能化的一个手段, 如果要提供普适的智能化服务, 需要从基础上解决 DNN 的理论可解释性问题, 确保 DNN 在信息系统中的安全可信、泛化和高效。最后, 全联接世界中, 人-人、人-机和机-机联接的基本规律是什么, 需要进行合理的建模来解决网络服务质量与资源效率之间的规律问题。

(2) 信息传输环节

信息传输的效率是信息传输的核心问题。首先, 要解决通信网络的高效覆盖问题。无线网络可以进行移动通信, 是解决网络覆盖问题的重要手段。现代信息的传输方法在香农信息论的指导下, 已经发展了七十年, 在点到点的信道容量方面已经趋近容量限。信道编码技术从卷积码、Turbo 码发展到 LDPC 码和 Polar 码 (参见文献 [5]), 编码效率已经逼近经典的香农限。因此, 需要进一步拓展空间等新的自由度, 实现频谱效率的提升。其次, 随着信息传输能耗的增加, 人们更关心每瓦特传输的信息

图 1 挑战问题与信息分类对应关系

量, 需要探索能耗约束下的信息效率问题. 由于无线的覆盖问题, 基站的数量巨大, 能耗效率问题对于无线通信尤其重要. 再次, 需要从网络的视角来思考信息的整体传输效率问题 (参见文献 [6]). 最后, 信息的传输问题还需要从端到端的角度来系统思考信息流的整体效率. 在整体信息系统中, 存在信息的存储和计算, 从而给信息的传输带来新的维度, 需要从运筹学的维度来探索系统的整体最优性. 信息网络是一个十分复杂的巨系统, 在考虑最优性的同时, 还需要思考系统的可实现性, 尽量用最简单的方法实现系统的最优性. 近些年来, 人们也在探索新的信息网络覆盖模式, 如空天地网络和海洋网络, 从而把通信延伸到更加广阔的未知地带, 如深海通信、深空通信、人体网络和分子网络. 这些都为未来提供了新的创新空间和新的挑战.

(3) 信息处理环节

信息处理包含信息存储和计算两个方面. 在信息存储方面主要涉及主存和温冷存储领域, 需要解决信息存储的访问带宽、延迟、持久性和可靠性的问题. 在主存领域, 主要解决信息的存储延迟, 需要寻找新的材料实现纳秒甚至是皮秒级别的快速存储; 而在温冷存储领域, 需要考虑持久性和可靠性的问题, 除了材料本身的制约, 需要探索新的编码机制, 通过编码算法实现高可靠性. 在计算方面需要考虑信息计算的新模式. 传统的冯·诺依曼架构, 有内存墙和功耗墙的问题. 数据处理的搬移延迟太大, 频繁访问内存导致的功耗太大, 难以持续发展. 新的计算模式不断涌现, 诸如内存计算和存算一体等新的形态出现, 大大提高了算力发展的潜力. 如 Hennessy 和 Patterson^[7] 所揭示的, 未来可能会走向应用驱动的计算范式. FPGA、GPU、ASIC、光计算、量子计算和 CPU 各种形态将不是一个互相取代的关系, 而是各自发挥所长, 整体上实现系统最优的计算任务. 从理论上我们需要思考传统的基于精确计算的模型是否可以持续发展的问題, 需要找到一个理论体系解决高效计算问题, 实现算力的可持续增长.

综上所述, 在信息产生、信息传输和信息处理的各个环节中存在大量基础的和挑战性的问题. 针对这些问题进一步凝练, 在各个环节挑选出一些代表性问题如图 1 所示. 在信息产生环节, 需要探索语义信息论、通用数据的极致无损压缩、DNN 的可解释性和网络流量建模及性能分析的问题; 在信息的传输环节, 需要探索 Massive MIMO 容量域、光纤通信的非线性信道补偿和大规模通信网络的最优化控制的问题, 其中流量建模及性能分析既属于信息产生的问题, 又对信息的传输产生重要的影响; 在信息处理环节, 需要探索反问题高精度快速求解、高性能代数几何码的快速译码和大规模网络近似计算的问题. 这些问题当前制约着整个行业的进一步快速发展.

本文后续章节按如下逻辑展开: 首先讲述十大问题中每个问题的背景和问题的定义; 然后阐述

图 2 可靠传输通信模型

学术界和工业界的最新进展, 并给出未来研究方向的建议; 最后结合十大问题给出总结, 为 ICT 领域基础技术研究发展给出建议.

2 语义信息论问题

2.1 背景

1948 年, Shannon^[8] 解决了点到点可靠通信理论问题, 包括: (1) 信源信道分离定理: 证明了信源与信道满足无记忆或广义平稳遍历特性情况下, 当码长趋于无穷时, 分别设计信源和信道编码即可实现最优通信; (2) 信源压缩定理: 熵是无损信息压缩的极限; (3) 信道容量定理: 只要传输速率小于信道容量, 即可通过信道编码实现可靠通信. 可靠传输通信模型参见图 2.

Shannon 在原本的信息论的定义中只定义了可靠信息传输的问题. 后来在 1949 年, Shannon 和 Weaver (参见文献 [9]) 指出, 通信应该包含三个层次的内容:

层次一 (语法问题): 通信符号如何准确地传输.

层次二 (语义问题): 传输的符号如何精确地表达期望的含义.

层次三 (语用问题): 传递意义如何有效地影响期望的行为.

我们熟知的 Shannon 信息论主要集中在技术问题, 对语义问题和语用问题尚没有定论. 可靠机器推理下的信息传输问题正是语义问题, 突破语义问题可能会为通信界带来颠覆性的新技术和新产业机会.

2.2 问题定义

随着通信的不断发展, 它已经成为万物互联的一个基础. 通信的目的是为了精确传输发送者期望表达的含义. 目前的做法是将发送者的发送信息转换成比特进行准确传输, 接收者通过比特恢复发送信息从而推断发送者所期望表达的含义. 语义通信则是直接通过对发送信息进行编码来精确表达期望的含义. 在这个框架下, 信息的语义抽取可以等效于一个编码问题, 期望语义的推理可以等效于一个解码过程, 需要解决的核心问题是信息的语义抽取如何影响语义推理的准确性.

语义通信 (参见图 3) 的首要难点在于编码器编码速率与解码器解码准确率的关系问题. 由经典信息论可知, 从可靠传输的角度, 只要编码信息熵不变, 解码器就可以无损地恢复出原始信息. 从 AI (artificial intelligence) 和机器学习的层面看, 语义通信需要解决以下问题:

图 3 语义通信模型

(1) 语义编码器的表达能力

首先, 在大量应用场景的实践中, 深度神经网络 (DNN) 表现出了远远超越“浅层”神经网络 (即只有一个隐藏层的神经网络) 的表达能力和实用效果, 因此“深度”是非常重要的因素; 其次, 已有的理论研究大多数集中于“浅层”神经网络, 还无法刻画“深度”的作用; 最后, 对具有特殊结构的神经网络 (例如卷积神经网络中的 pooling、batch normalization、dropout、离散参数值等) 的逼近论研究仍然非常罕见. 这些问题将影响编码器的表达能力.

(2) 最优编码与网络容量

正如 Shannon 定理之于编码的意义, 逼近论给出的结果是表达能力的理论极限, 并没有指明达到极限的具体算法. 究竟用何种方法才能最大地发挥出神经网络的表达能力? 目前普遍流行的做法是采用随机梯度下降法 (stochastic gradient decent, SGD) 及其变种方法进行训练. 但这些方法能否达到网络容量, 这也是没有解决的问题.

(3) 解码器与速率的关系

在满足解码准确率的前提下, 信息的速率要求是什么? 即刻画通信速率与解码器准确率之间的关系.

2.3 业界研究进展

2.3.1 语义表达能力

“通用逼近定理”可以用来考察任意宽度的浅层神经网络, 在文献 [10] 中表述为: 令 $\sigma: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ 为一个有界的、单调递增的连续函数, $[0, 1]^n$ 上的连续函数空间表示为 $\mathcal{C}([0, 1]^n)$. 给定任意函数 $f \in \mathcal{C}([0, 1]^n)$ 和 $\epsilon > 0$, 存在一个正整数 m 和实常数 α_i 、 b_i 和 w_{ij} , 其中 $i = 1, \dots, m$ 且 $j = 1, \dots, n$, 则函数

$$f_\epsilon(x_1, \dots, x_n) = \sum_{i=1}^m \alpha_i \sigma \left(\sum_{j=1}^n w_{ij} x_j + b_i \right) \quad (2.1)$$

是函数 $f(x_1, \dots, x_n)$ 的近似, 其误差满足

$$\sup_{(x_1, \dots, x_n) \in [0, 1]^n} |f(x_1, \dots, x_n) - f_\epsilon(x_1, \dots, x_n)| < \epsilon. \quad (2.2)$$

尽管通用逼近定理表明只有一个隐藏层的神经网络能以预设精度逼近任意连续函数, 但是在实际应用中多层神经网络通常很难收敛, 且泛化能力有限. 因而, 神经网络的研究曾一度陷入低谷. 近年来, Hinton 等学者发现可以通过增加深度来大幅提升神经网络的性能 (参见文献 [4]). DNN 可以完成许多浅层神经网络和传统统计学习方法无法完成的学习任务. 因此, 研究 DNN 的逼近能力成为当今神经网络理论的一个重要方向.

2017 年前后, 苏黎世联邦理工学院 (ETH Zürich) 的 Bölcskei 等^[11]研究了稀疏连接的 DNN 的最优逼近能力, 该研究给出了 DNN 对特定函数类达到设定逼近精度要求的最少连接数. 同一时期,

北京大学 Lu 等^[12] 则另辟蹊径, 主要研究宽度对神经网络的影响. 他们证明: 对 Lebesgue 可积函数 $f: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ 和任意 $\epsilon > 0$, 存在一个全连接、激活函数为 ReLU (rectifier linear unit) 且宽度不大于 $n + 4$ 的神经网络 $\mathcal{N}$ 使得神经网络表示的函数 $f_{\mathcal{N}}$ 满足

$$\int_{\mathbb{R}^n} |f(x_1, \dots, x_n) - f_{\mathcal{N}}(x_1, \dots, x_n)| dx_1 \cdots dx_n < \epsilon. \quad (2.3)$$

2.3.2 语义编码速率与编码关系

经典信息论在提出的时候定义了熵、互信息和信道容量等概念, 主要目的是解决信息的可靠问题, 即属于层次一. 事实上, 逼近论描述确定性函数的近似问题, 而信息论则从概率的角度来研究随机现象的逼近问题. 因此, 随着机器学习理论特别是统计学习和 DNN 的不断发展, 人们逐渐认识到经典信息论也为分析语义问题提供了基本的理论框架.

2017 年, Shwartz-Ziv 和 Tishby^[13] 率先尝试用信息论中的互信息分析构建了“信息瓶颈”方法来解释 DNN 的有效性. 在信息瓶颈方法中, 我们考虑用 DNN 从可观测的数据 X 中学习不可观测的隐藏变量 Y . 用 T_l 表示 DNN 的第 l ($l = 1, \dots, L$) 个隐藏层的信息, $\hat{Y}$ 是 DNN 输出. 根据数据处理定理, 我们有

$$I(X; Y) \geq I(T_1; Y) \geq \cdots \geq I(T_L; Y) \geq I(\hat{Y}; Y). \quad (2.4)$$

信息瓶颈理论的基本观点认为 DNN 的目的是通过数据驱动的方式求解下述信息瓶颈问题:

$$\min_{T(X): I(T(X); Y) = I(X; Y)} I(T(X); X). \quad (2.5)$$

可以看到, $T(X)$ 从 X 中提取了 Y 的全部信息, 同时又排除了 X 中与 Y 无关的所有信息. 但是, Saxe 等^[14] 通过实验反驳了信息瓶颈方法对 DNN 的解释. 此后, 信息瓶颈方法转向考虑端-云混合部署的机器学习问题. 这类问题考虑将 DNN 切分并分别部署在用户终端和数据中心, 如联邦学习和分裂学习. Li 等^[15] 于 2018 年考虑了这类问题的最优编码速率界. 具体而言, 在训练阶段, 我们期望得到一个经验编码器 e_n 和经验推断器 f_n ; 在推断阶段, 我们要求误差小于 ϵ 的前提下最小化编码器的输出速率. 有趣的是, 该理论通过在训练阶段引入 minimax 机制尝试建立训练误差和推断误差之间的函数关系 (参见文献 [16]). 另一方面, 结合逼近论的结果, 经过训练并收敛的 DNN 可以视为某个函数 f 的有效逼近. 此时, 我们可以将 DNN 的推断过程考虑为面向函数计算的信息传递过程. 事实上, 信息论的许多学者很早就注意到, 如果信息传输的目标不是可靠通信 (即无差错地恢复原始信息), 而是计算信息的某个函数 f 的数值, 那么当这个函数满足一定条件时, 可以大幅度减少所需要传输的信息量. 该领域的早期研究主要集中在简单代数计算上. 例如, Körner 和 Marton^[17] 在 1979 年的研究发现当计算信息的函数为模 2 和时, 可以达到比 Slepian-Wolf 码更好的信源编码速率域. 具体而言, 考虑两个相关信源 X 和 Y , 满足

$$\Pr\{X = Y = 1\} = \Pr\{X = Y = 0\} = \frac{1-p}{2} \quad (2.6)$$

和

$$\Pr\{X = 0, Y = 1\} = \Pr\{X = 1, Y = 0\} = \frac{p}{2}. \quad (2.7)$$

如果传输 X 和 Y 的目标是计算 $Z = X \oplus Y$, 则需要的传输速率域为 $\{(R_X, R_Y) : R_X \geq H(X|Y), R_Y \geq H(Y|X)\}$. 如果采用 Slepian-Wolf 码, 则速率域为 $\{(R_X, R_Y) : R_X \geq H(X|Y), R_Y \geq$

$H(Y|X), R_X + R_Y \geq H(X, Y)\}$. 1987 年, Han 和 Kobayashi^[18] 研究了一般函数计算所需的信息量问题, 并且给出了判定函数计算的编码速率域可以优于 Slepian-Wolf 码的条件. 当解码端知道 Y 时, Orlitsky 和 Roche^[19] 运用图上熵 (graph entropy) 的概念, 刻画了一般函数计算信源 X 所需传输的信息量. 另一方面, Appuswamy 等^[20] 和 Guang 等^[21] 研究了网络拓扑结构对函数计算的影响. 但是, 截至目前尚没有人研究 DNN 计算的编码速率域与 Slepian-Wolf 码的关系问题.

2.3.3 语义解码与通信容量关系

信息论根源于统计物理, 许多概念、方法和结论都有非常深刻的内在联系 (参见文献 [22]). 从概念上讲, 统计物理是研究大量相互作用的微观粒子所构成系统的宏观性质的学科. 对信息论而言, 这种微观粒子可以理解为比特. 熵、互信息、信道容量和码率等都是描述相互作用的比特所构成系统的宏观量. 无论是信息论还是统计物理, 我们都特别关注当微观粒子数或相互作用超过特定门限时, 突然出现的宏观现象, 即所谓“相变现象”. 例如, 在可靠通信问题中, 当通信速率大于信道容量时, 可靠通信就不可能实现; 在模 2 和计算问题中, 当信息速率小于 $H(X|Y)$ 或 $H(Y|X)$ 时, 无差错计算就不可能实现.

从上述角度来看, 机器学习处理的也是大量相互作用的数据. 因此, 从统计物理的角度出发研究机器学习算法的相变现象就是非常重要的研究方向. 2013 年, Advani 等^[23] 系统地总结了对研究复杂神经网络有重要意义的统计物理方法, 如 Spin Glass 模型、Cavity 方法和 Replica 方法等用以分析和处理复杂统计物理现象的工具. 值得注意的是, 通过 Replica 方法我们可以得知, 许多无监督学习方法 (如主成分分析) 在特定信号模型的特定参数下会完全失效. 举例而言, 考虑 Spiked Wigner 模型 $\mathbf{A} = \lambda \mathbf{u} \mathbf{u}^T + \mathbf{W}$, 其中 $\lambda \geq 0$, $\|\mathbf{u}\|_2 = 1$, $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为对称矩阵, 并且对于 $1 \leq i < j \leq n$ 有 $[\mathbf{W}]_{ij} \sim \mathcal{N}(0, 1/n)$ 以及对于 $1 \leq i \leq n$ 有 $[\mathbf{W}]_{ii} \sim \mathcal{N}(0, 2/n)$. 如果用 $\mathbf{v}_0$ 表示对应于 $\mathbf{A}$ 的最大特征值的特征向量, 则当 $0 \leq \lambda \leq 1$ 时, 我们有

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{v}_0^T \mathbf{u} = 0. \quad (2.8)$$

这个结论表明, 当数据中的有用信息 $\mathbf{u}$ 的“功率” λ 很小时, 即使收集所有的数据也不可能通过主成分分析得到 $\mathbf{u}$.

很显然, DNN 也可以看作是大量相互作用的神经元所构成的系统. 因而, 考虑用统计物理工具研究 DNN 的学习能力是一个很自然的思路. 2019 年, Gabrié 等^[24] 采用 Replica 方法分析了随机权重两层神经网络, 并分析了神经网络中熵和互信息的变化. 进一步地, Aubin 等^[25] 提出了严格的方法来分析两层神经网络模型. 他们证明对于一个很大的参数集合, 近似消息传递算法可以在多项式时间内实现最优学习. 一个很有意义的发现是, 存在一些场景, 在信息论意义下是可以达到很低的泛化误差的, 但是近似消息传递算法却无法实现. 因此, 尽管 DNN 逼近论告诉我们 DNN 在一定条件下可以以任意精度逼近特定的连续函数, 但是从计算上看, 要实现这样的逼近需要指数级的训练时间. 然而上述分析仅仅考虑两层神经网络, 对于更深层的神经网络的逼近能力及计算上的可实现性仍然是未知的.

2.4 未来研究方向

本节简要讨论了万物互联时代通信模型的发展状况, 并提出了语义通信的概念. 以语义通信为

出发点分析了语义通信中存在的挑战与问题, 包括: 语义通信容量问题、语义编码能力问题以及语义表达能力问题. 目前进展还非常初步, 背后的基本原理仍然需要学术界和工业界更多地深入研究. 面向未来, 我们简要归纳语义信息论未来的研究方向:

(1) 语义编码能力

逼近论考虑的网络结构很有限, 并且仅给出了存在性的结果. 如何通过算法实现逼近效果仍然是开放性问题. 同时, 逼近效果对训练数据的依赖程度也需要研究. 此外, 如果逼近的函数和实际的数据生成模型不匹配, 其泛化能力会有何种损失也需要进一步分析.

(2) 语义通信容量

逼近论考虑确定性函数的近似问题, 主要用于建模分析 DNN 的信息提取能力. 信息论则研究随机事件的逼近过程, 因而可以端到端地建模深度学习, 包括: 数据的生成过程和 DNN 的信息提取过程. 但信息论的信源编码部分主要针对独立或 Markov 信源, 而信道则主要考虑离散无记忆信道. 对十分复杂的数据生成模型, 熵和互信息并不能有效地描述 DNN 的信息提取极限, 故需要发展广义信息测度. 同时, 由于难以写出 DNN 所逼近的函数 f , 如何根据 f 的性质来降低数据中的信息量仍然是开放性问题.

(3) 语义解码能力

统计物理方法与信息论的关系十分密切. 值得注意的是 Replica 方法及其推广的方法在研究一些无监督学习和浅层神经网络的学习能力方面取得了较好的结果, 但是当深度增加时, 上述分析方法遇到了困难. 因此, 如何进一步推广 Replica 方法是一个重要问题.

3 通用数据的极致无损压缩问题

3.1 背景

数据压缩是通信和存储领域的核心技术. 不管是在数据传输还是在数据存储环节, 高效的缩减都可以直接提升带宽、显著降低成本. 随着智能社会催生的数据量爆炸式增长, 最近五至十年, 全球顶尖的 IT 巨头们如 Google 和 Facebook 等纷纷推出各自研发的新一代压缩算法, 以相比传统压缩算法更高的压缩率和更低的复杂度, 实现极致压缩, 从而优化通信系统的使用效率, 提升用户体验.

3.2 问题定义

数据压缩理论和 Shannon 在 20 世纪 50 年代建立的通信理论有密切的关系. 从信息论发展的历史来看, 最早的压缩理论基于对数据产生形式 (“信源”) 的假设. Shannon 理论^[8] 中的信源压缩定理建立了前缀编码的最优性理论. 在信源编码定理中揭示出对随机变量 X 进行 D 进制前缀编码, 其对应的最优码长满足不等式

$$H_D(X) \leq L^* < H_D(X) + 1, \quad (3.1)$$

其中, $H_D(X) = -\sum_x p(x) \log_D p(x)$ 代表变量 X 的信息熵.

特别地, 当信源序列中的字符独立同分布时, $H(X) = \sum_t H(X_t) = TH(X_1)$, 因此可以通过对每个出现的字符进行各自编码, 达到压缩的渐近最优. 对于已知分布的信源, 压缩率的极限直接取决于信源分布的熵. Huffman^[26] 在 20 世纪 50 年代提出的编码以及 80 年代出现的算术编码 (arithmetic

数据压缩 (Data Compression) : 给定原始数据, 构造一系列运算对数据进行变换, 使得变换后的数据比原始数据占用更少的存储空间。

图 4 无损压缩 vs. 有损压缩

coding, AC) (参见文献 [27]) 是理论上达到最优压缩率的编码方法. 实际情形中, 假如信源满足分布 $p(X)$, 而压缩算法通过分布 $q(X)$ 来描述信源, 则算法可取得的码长和 (期望意义下的) 最优码长间存在一个不可消除的误差, 可以通过 KL 散度来度量:

$$KL(p||q) \leq L - H(p). \quad (3.2)$$

无论怎样, 对于已知或确定性概率分布的信源, 无损压缩从理论和算法两个层面, 都可以说已经在 20 世纪 90 年代就发展得十分成熟了. 实际情形中, 数据通常无法用简单的概率分布来描述或近似. 对于通用场景下分布未知的信源产生的数据, Ziv 和 Lempel^[28,29] 在 1977 至 1978 年设计提出了具有划时代意义的 LZ77 (参见文献 [28]) 和 LZ78 (参见文献 [29]) 两个算法. 这两个算法的精髓在于通过滑窗和字典等技巧, 将原本复杂的概率统计转化为对重复字符串的识别和替换, 从而达到对几乎是任意的、分布未知的数据流的高效压缩. 无损压缩与有损压缩的比较可参见图 4.

对于序列数据 $\mathbf{x} = (x_t \in \Omega)_{t=1, \dots, T}$, 压缩可以被定义为一种函数变换 (参见文献 [8]) (通常由对应的压缩算法来实现) $C: \mathbf{x} \rightarrow \mathbf{y}$. 如果变换 C 是可逆的, 则压缩是无损的, 即, 可以从压缩后的数据 $\mathbf{y}$ 完全恢复回原始数据 $\mathbf{x}$; 反之, 假如 C 不可逆, 则其对应于有损压缩.

对于无损压缩, 将压缩前后的数据长度分别记为 $L(\mathbf{x}) = T$ (单位: bits) 和 $L(\mathbf{y}) = T'$, 则可以定义压缩率 (有时也称为压缩比)

$$\gamma = L(\mathbf{x})/L(\mathbf{y}). \quad (3.3)$$

对压缩算法的研究, 主要目的在于设计高效的可逆变换 C , 使得压缩率 γ 尽可能地大.

3.3 业界研究进展

压缩算法的发展和改进与人类社会信息化的进程密不可分. 无损数据压缩的核心理论和算法基于 20 世纪 50 至 70 年代信息论和概率统计理论的发展. 针对通用数据的无损压缩系统在算法层面的核心 (LZ 和熵编码) 近 50 年来没有重要突破. 所有主流的压缩方法均以 LZ 和熵编码为核心模块, 并在此基础上进行工程细节的优化.

研究进展可划分为如下几个阶段:

(1) 理论突破 (1950–1960 年)

随着 Shannon^[8] 提出并发展信息论, 将概率与测度理论、统计学、优化和计算方法等融入对通信系统的本质数学抽象, 数据压缩所对应的信源编码理论也得到快速发展. 该理论的发展以 Shannon 编码和 Huffman 编码为代表, 其中, Huffman 编码由于其简洁的算法原理和最优性的理论保障, 成为商用压缩算法的鼻祖. 直至 21 世纪, Huffman 编码仍然作为关键模块出现在大多主流压缩算法中. 此外, 还有从 Shannon-Fano-Elias 编码延伸而来的算术编码.

(2) 通用压缩 (1960–2000 年)

随着卫星与地面通讯带来的带宽挑战, 特别是对真实情形中未知信源产生数据的压缩, 基于字典匹配的算法开始出现. 其中, 在 1977 至 1978 年提出的 LZ77 和 LZ78 两类算法, 由于其最优性条件对信源分布几乎无任何假设, 在所有字典算法中脱颖而出, 成为构建通用压缩算法的基石, 以 LZ77 和 Huffman 为核心的 Gzip (也常被称为 Deflate) 成为 RFC 标准. 同 Huffman 算法一样, LZ 系列算法至今仍然是几乎所有主流压缩算法中必不可少的重要模块.

(3) 高速压缩 (2000–2017 年)

伴随着互联网时代数据规模的爆炸式增长, 对商用压缩系统的研究致力于提高算法的速度和吞吐量, 以近乎实时地对数据在传输前后分别进行压缩和解压. 高速压缩的代表性算法有 LZ4 算法和 Snappy 压缩库等. 其中, LZ4 通过巧妙使用哈希表存储字典并利用动态规划加速搜索, 达到了数倍于 Gzip 的压缩速度和吞吐量, 常用于内存压缩. 与此同时, 2010 年前后 Duda^[30] 提出的非对称数字系统 ANS, 可以取得与 Huffman 编码一样的高压压缩速度和近似算术编码的极致压缩率.

(4) 压缩率与速度均衡 (2018–2020 年)

互联网和信息社会的进一步发展引发了对高速大容量存储系统的需求; 与此同时, 高性能介质和内存成本的上涨催生了对数据压缩率的更高追求, 此前二十年间以提升压缩速度为主要目标而牺牲的压缩率, 再次显得重要. 在此期间, Google 在继 Zopfli 后推出并持续更新了基于 LZ77 核心理论突破而开发的新一代算法 Brotli (参见文献 [31]); 另一方面, LZ4 的发明者 Yann Collet 设计实现了可以同时取得高压压缩率和高压缩速度的算法 ZSTD.

(5) 极致压缩率 (2020 年–现在)

随着 AI 的发展带来的大量计算层面的突破, 压缩算法可利用的算力进一步得到提升, 因此对压缩率本身的进一步提高又重新成为了新的需求. 结合统计和动态预测模型设计的压缩方法被逐渐重视和研究, 其中, PAQ 和基于其发展而来的 CMIX, 将数据视作某种不确定性模型的输出, 通过对预测模型的动态选择和参数优化, 实现相比传统方法更高的压缩率. 自 2018 年开始, 学术界开始尝试使用深度学习和其他 AI 相关技术, 从未知信源产生的数据中自动化地挖掘结构和模型, 以期大幅提升压缩率 (参见文献 [32–35]). 这些研究的基本思想是将数据压缩的过程分解为预测模块 + 熵编码模块, 利用神经网络实现数据驱动的预测模块自动构建, 以期达到比传统压缩算法中人为优化的预测器更好的压缩效果. 2019 年提出的 IDF 及其衍生方法 (参见文献 [34]) 通过设计整数域可逆变换的神经网络作为数据变换器, 提升针对图像类数据的无损压缩比. 2020 年提出的 Dzip (参见文献 [35]), 对通用数据整体压缩率相比 Gzip 提升约 30%. 基于 AI 的压缩算法的主要局限性在于其压缩速度, 由于需要对神经网络中的大量参数进行训练和优化, 压缩和解压需要的时间通常比传统方法多 1,000 倍以上, 常需要分钟/小时才能对单位 MB 的数据进行压缩和解压 (参见文献 [35]), 极大地限

图 5 压缩算法的历史演进和趋势

图 6 无损压缩的核心本质是预测模型 + 编码

制了其实用性。

压缩算法的历史演进和发展趋势可参见图 5，无损压缩核心本质的示意图参见图 6。

3.4 未来研究方向

从数据压缩的理论发展来看，无论是 Huffman 编码，还是 LZ 系列的字典编码以及算术编码等熵编码，从某种意义上来说，都是“最优”压缩算法。然而，这些算法的最优性通常在数学意义上指代（数据量无限大场景下的）渐近最优，而无法对特定压缩场景下如何选择和取舍给出指导。对于给定的、有限长的数据，极致的无损压缩需要解决以下根本问题：

- (1) 如何（重新）定义压缩算法的最优性；
- (2) 如何建立基于预训练模型的压缩算法的理论框架；
- (3) 如何利用异构的计算环境设计高效压缩算法；
- (4) 如何快速识别并利用数据中重复的片段；
- (5) 如何在压缩率和压缩速度间达到最佳的平衡。

由于大数据时代数据呈现的复杂性、多样性和不确定性，传统的压缩算法从压缩率和数据吞吐量来看，已经无法满足对数据缩减的迫切需求。AI 作为“信息自动化”的关键工具，在研究领域被广泛关注。以图像和文本为主要场景，最近五年在各个 AI 领域的会议和期刊上，出现了大量相关的工作，将 AI 强大的预测能力与传统信源编码的高效率相结合，达到压缩率与压缩速度的平衡。从未来

研究角度, 尚有许多值得探索的方向:

- (1) 基于 AI 的通用数据压缩方法;
- (2) 数据的多尺度和相似重删;
- (3) 数据库等结构类数据的高效压缩.

将 AI 理论和前沿技术引入数据压缩领域的尝试还处于较为初级的发展阶段. 从已有的研究来看, 由于算法复杂度过高, 现有 AI 压缩方法在带来压缩率提升的同时, 其处理数据的速度离实际需求的差距巨大. 特别地, 对于通用场景, 暂时还并未有确切的研究结论支持 AI 压缩相较于传统方法的优越性. 从另一个角度而言, 正如深度学习本身在各个领域的成功通常对应着特定的模型和算法设计, 基于 AI 的压缩方法极有可能沿着类似的方式发展. 即, 针对不同类型的数据, 基于对应的领域知识中发展得到的 AI 工具将有潜力催生第一批实用的新一代压缩算法. 例如:

- (1) 文本数据: NLP 等上下文模型;
- (2) 声音等物理信号: 时域频域的对应模型和时间序列预测;
- (3) 网页数据: 混合数据的识别、重删和重组;
- (4) 数据库数据: 结构化数据的智能识别和关联预测;
- (5) 图像和视频: 多维度以及多尺度预测.

其中, 声音、图像和视频等信号数据基于模拟信号的采样而得, 通常不需要精确无损的压缩编码, 因此在 AI 模型的选择和设计上, 或许有更灵活的探索方式和研究空间. 此处主要探讨的是对于原始信号的无损恢复.

4 DNN 可解释性问题

4.1 背景

近年来, 随着计算能力的大幅提升和数据的极大丰富, 以深度神经网络 (DNN) 为代表的 AI 技术, 取得了长足的进步, 在计算机视觉、语音、自然语言处理、游戏对弈等方面表现出超越或接近人类的能力. 尽管与人们所理解的“智能”还有相当遥远的距离, 但作为各种数据之间复杂关系的模型函数, DNN 的成功已经受到广泛的关注. 然而, DNN 在成功的同时也面临着很多质疑, 主要由于它仍是一个“黑盒”, 这种状况已经严重阻碍了 DNN 技术的继续发展和应用落地. 现代社会的技术基础是千百年来形成的高度可解释的科学知识体系, 现代生活方式已经无法容忍“炼金术”式的技术. 例如, 通信、医疗、自动驾驶等领域都要求高度透明、高度可靠的底层技术. 以 DNN 为代表的 AI 技术必须解决可解释性问题, 才能健康向前发展.

4.2 问题定义

DNN 的可解释性可以分为两类. 一类是对于一个给定的 DNN 模型, 对它的输入输出关系进行解释, 即根据输入的特征对输出结果给出解释, 目的是使输出结果合理化, 这类解释通常面向 AI 产品的非专业使用者. 另一类是从 (数学) 理论的角度解释 DNN 在使用中表现出的种种现象, 例如其有效性, 这类解释通常面向 AI 研究人员. 这两类解释并不是互相独立的, 只是侧重点有所不同. 我们这里主要关注后一种意义上的解释, 特别是对 DNN 的“黑盒”问题的理论解释.

图 7 卷积神经网络中卷积层特征的可视化^[37]

DNN 的“黑盒”问题主要表现为: 在模型的设计与它在特定任务上的最终表现之间存在着未知的巨大鸿沟, 人们无法在设计模型时对它的表现进行预估和精确控制, 无法准确地理解它表现好或不好的原因, 也没有一套系统化的手段提升它的表现, 而只能“碰运气”. 其根本原因在于, 人们对任务(包括数据)和 DNN 模型的本质缺乏理解.

人们尝试从多个角度对 DNN 进行“解释”, 例如模型参数和提取特征的可视化分析(参见图 7), 借助简单的可解释模型(参见文献 [36–38])等. 这些方法帮助人们对 DNN 有了更多的了解, 但距离 DNN 可解释性还有很大的差距.

从机器学习的角度来看, DNN 作为数据之间复杂关系的模型函数, 有三个基本方面: 模型的表示能力、模型的训练优化以及模型的泛化性能. 遗憾的是, 这三个方面都还没有得到透彻的理解.

模型的表示能力是指用 DNN 表示数据之间关系的能力, 传统上属于函数逼近论的研究内容. 目前, 人们对 DNN 在经典函数空间(例如 Sobolev 空间)上的表示能力有了较好的理解. 但实际的数据集与经典函数空间相去甚远, 人们对实际数据空间还缺乏了解, 更不用说 DNN 在这些空间上的表示能力了.

训练是通过优化模型参数, 使模型能够较好地描述给定的数据集上定义的函数关系, 这通常被表示为一个优化问题. 但由于数据集和模型的复杂性, 这个优化问题的目标函数也很复杂, 而且通常是高维非凸优化问题. 优化问题的特点和求解难度, 归根结底是取决于目标函数的景观的特点, 例如凸性、各种类型平衡点的分布等; 后续简称景观特点. 在 DNN 的训练问题中, 人们对目标函数的景观特点知之甚少, 更不用提针对其景观特点而设计的优化算法. 但在一些具体任务中, 人们使用随机梯度下降法 (SGD) 及其改进版能够得到较好的解. 对于这些算法成功的原因有一些研究(例如过参数化), 但对整个训练问题的理解还远远不够透彻.

泛化是指在有限样本数据集上训练得到的模型能够对数据空间全体样本有效. 训练数据集的规模大小和代表性还是一个开放问题, 特别是在 DNN 中参数数量超过数据量而不出现过拟合的现象还没有得到透彻的解释. 但一些启发式的推理使我们相信数据空间是某种低维分布, 因此通常的数

图 8 深度ReLU神经网络的表示能力^[44]

据量可能是足够的. 另一方面, DNN 何以能够自动地利用这种低维结构来避免过拟合, 这也是开放的问题.

4.3 业界研究进展

基于可视化的解释方法有比较直观的优点, 但其解释力较弱, 不具有原理上的可靠性. 基于其他可解释模型 (例如线性模型或决策树) 也没有真正解释 DNN 工作的原理. 究其原因, 这些方法更多是启发式的灵光一现, 而缺少一种理论范式, 难以持续地深入研究. 传统的机器学习理论起初被质疑不能解释 DNN, 但它凭借其理论范式的优势, 仍然能够取得一定扎实的进展. 近年来, 在机器学习模型的表示能力、优化和泛化三个方面之中, 表示能力取得的进步更多一些.

早在 1989 和 1991 年, Cybenko^[39] 和 Hornik^[40] 证明了浅层神经网络逼近连续函数和可测函数的普适性. 最近, Hanin 等证明了具有固定宽度的深度神经网络也具有普适性 (参见文献 [12, 41]). 衡量逼近能力更精确的方式是对误差收敛阶的估计. 对于浅层神经网络, 经典的结果是 Barron^[42] 证明的. 最近, DNN 对 Sobolev 空间函数的逼近误差也得到了估计 (参见文献 [43, 44]). 结合此前的一些结果, 人们可以对 DNN 逼近 Sobolev 空间函数的能力有一个整体的认识. 2020 年, Yarotsky 和 Zhevnerchuk^[44] 画出了 ReLU 神经网络逼近速率的相图, 该相图主要考虑逼近精度与神经网络权重个数 W 的关系, 即确定逼近速率 p 使得

$$\|f - f_W\|_\infty = O(W^{-p}), \quad (4.1)$$

其中 f 是 Sobolev 空间 $\mathcal{W}^{r,\infty}([0, 1]^d)$ (其中 r 为正整数) 或 Hölder 空间 $\mathcal{C}^{[r], r-[r]}([0, 1]^d)$ 的函数 (其中 r 不是整数). Yarotsky 和 Zhevnerchuk 的结果可表示为图 8. 具体而言, 他们证明了如下:

- (1) 逼近速率 $p > \frac{2r}{d}$ 对分段线性激活函数 (如 ReLU) 的深度神经网络是不可实现的;
- (2) 逼近速率 $p \in (\frac{r}{d}, \frac{2r}{d}]$ 不能通过连续的权重分配达到;
- (3) 如果逼近速率 $p \in (\frac{r}{d}, \frac{2r}{d}]$ 可以通过 ReLU 网络达到, 那么神经网络的层数满足 $L \geq cW^{pd/r-1}$, 其中 c 为与 p 、 r 和 d 相关的非负常数.

从应用的角度来看, 人们通常对 DNN 的表示能力不加怀疑, 而限制模型的实际表现的关键首先在于参数优化. 最近, 人们发现神经网络越宽越容易训练, NTK (neural tangent kernel) 理论对于过参数化神经网络给出了一种解释 (参见文献 [45]). 当神经网络宽度趋于无穷大时, 损失函数的景观在统计意义上变得非常简单, 全局最优点普遍存在, 甚至随机初始化也能够很容易到达全局最优点 (参见文献 [45, 46]). 同样是基于 NTK 的思想, 人们开始对神经网络的泛化能力进行理论分析 (参见文献 [47]). 不过, 这方面研究还刚刚开始, 距离完全解释 DNN 还有较大的差距.

上述的 NTK 理论是在 DNN 的宽度方向连续化的极限理论, 即当 DNN 宽度趋于无穷时, 离散的求和被近似为连续的积分. 如果在 DNN 的深度方向也做连续化近似, 就自然地与微分方程联系起来. 近年来有许多这方面的工作, 试图从常微分方程或偏微分方程的角度研究和解释 DNN 的内在机理. 例如, 人们发现残差网络 (residual network) 对应于微分方程的 Euler 离散格式 (参见文献 [19, 20, 48, 49]), 并且一般形式的 DNN 也可以通过残差网络连续化为微分方程 (参见文献 [19]). 不过, 传统微分方程理论的关注点和 DNN 有所不同, 如何能在新领域中发挥传统理论的威力仍是一个需要长期研究的课题.

由 Shannon^[8] 创立的信息论是一个有成功范式的理论, 指导了通信产业的发展 (参见文献 [50]). 2017 年, Schwartz-Ziv 和 Tishby^[13] 提出了 DNN 的信息瓶颈理论解释, 从另一个角度刻画了 DNN 的表示能力. 这一理论一度引起轰动, 然而, Saxe^[14] 在 2018 年质疑了 Schwartz-Ziv 和 Tishby 的结论. 这一方向还有待进一步发展.

4.4 未来研究方向

关于 DNN 可解释性问题, 如下方向值得进一步研究:

- (1) 发展大数据科学理论和工具, 深入挖掘和准确刻画特定类型数据空间的结构, 如自然图像空间特征;
- (2) 针对这些具体的数据空间研究 DNN 的函数表示能力;
- (3) 研究 DNN 训练优化问题中目标函数的景观特点, 并针对这种特性设计优化算法;
- (4) 对 DNN 避免过拟合的机制给出可信的解释.

5 网络流量建模和性能分析问题

5.1 背景

随着整个社会数字化程度的提高, 各种信息和数据可以接入网络, 网络业务逐渐从以话音业务为主演进到由数据业务主导. 近年来, 5G 通信、云服务、VR 与 AR、物联网、无人驾驶等技术和应用的兴起, 使得网络中的数据业务爆发, 进一步加剧网络的承载压力. 除了个人用户常用的电子商务、多媒体游戏、远程教学、视频会议、视频点播等, 企业用户也希望通过 VPN 技术, 将分布在各地的分支机构连接起来, 开展一些事务性应用, 比如访问公司的数据库或管理远程设备.

网络的普及, 业务的多样化, 使互联网流量激增, 容易产生网络拥塞, 增加转发时延, 严重时还会产生丢包, 导致业务质量下降甚至不可用. 与此同时, 用户对高质量、高速率、低延时的网络服务的要求越来越高, 而且存在多种差异化 SLA (service level agreement, 服务等级约定) 要求, 为 SLA 保

证造成巨大挑战. 传统上, 解决网络拥塞的最直观办法是增加网络的带宽, 但是从运营、维护的成本考虑, 这是不现实的, 最有效的解决方案就是应用一个“有 SLA 保证”的策略对网络拥塞进行管理. QoS (quality of service, 服务质量) 技术就是在这种背景下发展起来的. 目前存在多种 IP QoS 服务模型, 其中应用最广的是区分服务模型 (DiffServ), 每种业务数据包被标识为一定的服务类型并记录在包头字段里, 在每一跳转发分组时使用一定的调度机制体现服务等级. 现网转发设备的转发服务机制较为灵活和复杂, 不仅有单层的普通 QoS 调度, 还有多层次 HQoS 调度, 同时还有主动队列管理、出口整形、联合整形等属性, 涉及参数众多, 目前工程上主要基于专家经验进行配置, 缺乏性能理论保障, 资源利用率不高.

发掘现网流量的基本模型和规律、建立网络转发服务机制的合理模型, 对 SLA 保证有重要意义. 我们希望对网络系统建立一个 SLA 理论模型, 准确刻画现网流量和转发服务过程, 从而准确计算 SLA 性能. SLA 理论模型将支撑多种网络运维使能, 例如在给定的 SLA 要求下, 根据 SLA 理论方法可以准确预测流量门限, 进行容量规划, 并且为调度配置提供重要指导.

5.2 问题定义

(1) 现网流量的数学建模

网络中同时存在众多种类的业务流量, 流量生成与用户行为模式、网络拓扑、网络协议等因素耦合在一起. 流量经常具有时变、突发、相关与自相似等特性, 超出了传统流量模型的刻画能力. 针对现网流量, 有如下几个重要问题: 如何建立准确的流量模型? 如何有效预测流量? 如何实现流量特征的在线学习?

(2) 服务过程的数学建模

服务过程包括单台网络转发设备的服务过程以及网络端到端的服务过程. 网络转发设备的转发服务机制较为灵活和复杂, 不仅有单层调度器 (QoS), 还有多层次调度 (HQoS), 同时还有主动队列管理、出口整形、联合整形等属性; 参见图 9 和 10.

网络端到端的服务过程包括了多个转发设备的级联, 复杂度更高. 如下几个问题非常重要: 如何建立基于真实转发设备的数学模型? 如何建立网络端到端服务过程的数学模型? 如何做到不仅模型准确, 而且能够支持 SLA 性能的可计算?

(3) 保证高精度 SLA 要求的转发动态调优

图 9 单层的多优先级队列调度

图 10 多层次的多优先级队列调度

除了平均速率、平均时延等传统指标, 业务 SLA 要求还包括很多高精度的指标要求, 比如时延分布等, 现有技术无法支持. 那么, 能否提供一种动态调优方法, 及时有效调整大量的网络转发参数?

5.3 业界研究进展

网络业务流量建模是 SLA 性能分析的基础. 经典的网络流量业务模型主要有 Poisson 到达模型和幂率模型.

5.3.1 Poisson 到达模型

Poisson 到达模型是最早的业务模型之一, 可以较好地描述话音业务, 广泛应用于传统的公共交换电话网 (public switched telephone network) 和传统无线 3G 蜂窝网容量规划 (cellular system capacity planning). 在该模型中, 在区间 $[t, t + \tau]$ 事件到达数目的概率分布为

$$P[(N(t + \tau) - N(t)) = k] = \frac{e^{-\lambda\tau}(\lambda\tau)^k}{k!}, \quad k = 0, 1, \dots, \quad (5.1)$$

其中 λ 是一个正数, 是固定的参数, 通常称为到达率 (arrival rate) 或强度 (intensity). 给定时间区间 $[t, t + \tau]$ 内, 事件到达数目随机变量 $N(t + \tau) - N(t)$ 呈现 Poisson 分布, 其参数为 $\lambda\tau$. 基于 Poisson 到达模型可以计算平均业务量, 从而有助于网络规划决策. 假定每一信道的吞吐量相同, 当给定平均业务量 (average offered traffic) 时, 可确定最小需要信道个数; 当给定信道个数时, 针对 Poisson 模型的业务突发, 可以用 Erlang B 或 Erlang C 公式计算阻塞概率.

5.3.2 幂律模型

幂律模型常见于复杂网络的研究, 用以描述复杂网络中节点的度分布. 近年来, 研究者观察到网络数据业务也一定程度上服从幂律分布, 例如 80/20 法则, 即网络中 20% 的流是“大象流”, 但它们占用了 80% 流量; 80% 的流是“小鼠流”, 仅占 20% 流量. 基于网络流量呈现幂律特性的假设, 斯坦福大学团队提出的 SIFT 算法 (参见文献 [51]), 通过预先检测大象流, 对它们进行特别预处理, 从而保障提升整体网络性能. 在无线 LTE 网络流量中, 通过分析大量数据样本, 文献 [52] 提出 LTE 流量的幂律模型, 即 LTE 每个传输时隙内到达的业务数据包个数和数据包长度分别服从某种幂律分布. 例如, 业务数据包个数服从 Zeta 分布:

$$\Pr(N_t = n) = \begin{cases} p_0, & n = 0, \\ (1 - p_0) \frac{n^{-s}}{\zeta(s)}, & n = 1, 2, \dots, \end{cases} \quad (5.2)$$

其中, $\zeta(s)$ 表示 Riemann-Zeta 函数, 参数 $s > 0$, p_0 表示到达包数为零的概率.

业务数据包长度服从 Pareto 分布:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\alpha m^\alpha}{x^{\alpha+1}}, & x \geq m, \\ 0, & \text{其他}, \end{cases} \quad (5.3)$$

其中, 参数 $m > 0$ 和 $\alpha > 0$.

基于 LTE 流量的幂律模型, 制出幂率业务的爱尔兰表格, 推广了基于 Poisson 模型的经典爱尔兰表格 (参见文献 [52, 53]).

5.3.3 SLA 性能分析

在业务流量建模的基础上, 还需要对网络转发服务系统建模, 给出 SLA 性能分析:

(1) 单服务器 FIFO 队列

考虑泛化的到达过程和服务过程, 学术界提出 $G/G/1$ 排队模型用于描述单服务器数据业务排队服务模型. 此时求解排队性能有以下方法: (1) 使用 Lindley 积分方程 (参见文献 [54]) 以及 Wiener-Hopf 方法 (参见文献 [55]), 求解涉及 Laplace 变换、反变换, 一般仅能数值法求解, 计算复杂度高; (2) 在 Heavy-Traffic 条件下可以使用尾分布近似 (参见文献 [56]), 但在轻、中等负载率下误差较大.

(2) 多队列的单层级调度

此时建模需要考虑如何刻画多队列之间对总带宽的竞争关系. 近年来这方面研究有一些进展, 文献 [57] 采用较为简化的到达模型来降低复杂度; 文献 [58] 考虑比较泛化的到达过程, 但是对调度建模较为简化, 假设系统内所有排队者同时均分总带宽, 难以刻画真实网络系统中多优先级队列带宽分配算法.

(3) 多队列的多层级调度

现网中经常采用多层级的调度来实现多层级的优先级保障, 这种系统的分析难度比单层级更为复杂. 现有工作中有一部分侧重性能分析, 基于传统 Poisson 到达假设和特定的简化系统拓扑, 求解平均排队长度和平均时延 (参见文献 [59, 60]); 另一部分如文献 [61, 62] 侧重于系统实现, 但是缺少理论保障.

(4) 级联网络排队系统

目前对于 Jackson 网络 (参见文献 [63]) 有结论, 但一般的级联网络尚无结论. Jackson 网络属于理想化模型, 需要服从一系列的假设条件, 例如所有节点的外部到达都必须是 Poisson 流量. 在现实中, Jackson 网络的假设条件几乎均不满足, 亟需一种泛化的级联网络模型.

5.4 未来研究方向

网络流量建模和性能分析问题的主要研究方向包括: 现网流量建模问题、转发设备建模问题、网络端到端建模问题以及转发性能优化问题. 在这些方向上, 现有研究还远远不足, 需要在更多实测场景数据基础上, 结合排队论、DNN 算法等工具, 对模型泛化、SLA 求解效果等方面进行深入研究:

(1) 现网多种场景的数据业务流量的数学建模、特征提取、流量预测以及生成算法, 其中现网流量特征提取和流量预测的在线算法目前仍是开放问题.

(2) 大规模多层级调度服务系统建模、SLA 性能高效求解. 单转发设备经常需要服务几千个队列, 并且使用多层级调度, 这一问题的相关工作非常少, 属于开放问题.

(3) 泛化的端到端级联网络建模、SLA 性能高效求解. 一般级联网络的排队论分析属于开放问题, 针对实际应用可能需要提出逼近函数, 并给出损失分析.

(4) 基于现网流量、转发服务过程和 SLA 需求, 如何优化转发性能? 如何实现网络设备转发参数动态调优? 该问题在未来网络应用上有重要意义, 仍需要深入探索.

(5) 网络流量建模的本质问题是网络业务的不确定性问题, 需要分析不确定业务模型下网络的服务质量保证问题. 现有的数学工具都是基于经典的概率模型, 而非线性期望理论 (参见文献 [48]) 从

非独立同分布的假设出发, 对于不确定性建模问题能够从理论上提供一个新工具, 需要探索利用非线性期望理论解决此问题的可行性.

6 Massive MIMO 容量域问题

6.1 背景

点对点通信系统的可靠传输速率的理论上限 (即信道容量) 是 Shannon^[8] 在其 1948 年的开创性论文中首先提出的, 文献 [50] 给出了加性高斯白噪声 (additive white Gaussian noise, AWGN) 有限带宽线性信道对应的容量公式为

$$C = W \log \left(1 + \frac{P}{N_0 W} \right), \quad (6.1)$$

其中 W 是信号带宽, P 和 N_0 分别是信号和噪声的功率. 单位频谱的信道带宽 C/W 称为频谱效率, 常常用来衡量信道传输能力.

Shannon 信道容量定义了通信系统不可逾越的可靠传输速率限, 该公式也是指明无线通信工作者研究方向的灯塔, 也称之为 Shannon 容量极限. 自 Shannon 信道容量诞生以来, 通信领域的工作者不断研发新的理论和技术 (如信道编码、网络编码、信号处理、资源分配、干扰管理、交换和路由技术等), 以使实际通信网络的信息传输能力逼近该极限. 到目前为止, 点对点通信系统已经可以逼近 Shannon 容量.

作为无线通信领域天线技术的重大突破之一, MIMO 通过增加收发端天线数, 实现了端到端容量的有效提升. 20 世纪 90 年代, 贝尔实验室的 Telatar 和 Foschini 等学者首次给出了 MIMO 信道的容量表达式 (参见文献 [64])

$$C = \mathbb{E} \left[\log \det \left(\mathbf{I}_r + \frac{P}{t} \mathbf{H} \mathbf{H}^\dagger \right) \right], \quad (6.2)$$

式中, t 与 r 分别为发射天线数与接收天线数, 发射功率约束为 P , $\mathbf{H}$ 为维度为 $r \times t$ 的信道矩阵, $\mathbf{I}_r$ 为 r 阶单位矩阵.

在接下来的十余年中, MIMO 技术相继完成了在 WLAN、3G 及 4G 网络中的标准化, 成为商用无线网络中的核心技术之一. 为了进一步提升系统容量, Thomas Marzetta 团队提出了 Massive MIMO 的概念, 其基站 (参见图 11) 采用大规模天线阵列 (参见文献 [65]). 目前学术界对于 Massive MIMO 的渐近容量持有有界与无界两种不同观点 (参见文献 [66, 67]), 可应用于实际工程中的 Massive MIMO 天线数上限及其相应容量等问题仍需进一步研究.

后 5G 时代, 由于存在海量的移动设备, 通信系统需不断提升其容量域, 为各种类型的移动设备提供高质量服务. 为了克服传统蜂窝网或基站集群网络中边缘用户受干扰严重的问题, 进一步提升网络容量, 新型网络架构的设计刻不容缓. 2015 年, Eric Larsson 团队提出了 Cell-Free Massive MIMO 的概念 (参见文献 [68]), 然而该概念仍停留在集中式网络架构的理论探索阶段, 与接近商业化的可扩展型网络架构相去甚远.

近年来超材料的发展使得低成本的超材料 MIMO 可以替代硬件复杂度较高的传统大规模 MIMO, 因而带来了广泛部署于网络以实现全息无线传输和操控电磁传播环境的可能性 (参见文献 [69]). 超材料 MIMO 的一些初步研究表明了其具有近场高自由度、波束聚焦等新特征. 通过研发超

图 11 Massive MIMO 基站示意图

图 12 智能反射面示意图

材料 MIMO 和现有通信系统相结合的新技术 (空时编码、近场通信、定位与感知), 通信系统的容量与应用边界将得到进一步提升与拓宽.

上述 Massive MIMO 容量域、新型网络架构、超材料 MIMO 等一系列问题的解决将指明多用户通信和网络研究的技术发展方向, 推动多用户编码技术 (信道编码和网络编码等)、资源分配、多址接入、网络拓扑优化、流量控制和干扰管理等技术的颠覆式突破.

6.2 问题定义

Massive MIMO 多用户场景的上下行容量域的刻画与容量域逼近技术的研究, 以及新材料和新技术 (如超材料天线、智能反射面 (参见图 12) 等) 对传统通信理论的影响, 是信息论领域的重大问题, 亟需理论突破. 需要解决单基站、分布式基站场景下的下行容量域问题, 以及大规模天线阵、超

材料天线和智能反射面下的容量问题.

6.3 业界研究进展

(1) MIMO 容量域

Yu 等^[70] 证明了 MIMO 上行多址接入信道的容量域是一个若干多面体容量域的凸包, 且各多面体顶点可通过串行抵消译码达到. 具体而言, 可通过一种迭代注水的算法, 计算最优输入协方差矩阵以达到最大和容量:

$$\mathcal{C}_{\text{MAC}}(\mathbf{P}; \mathbf{H}^\dagger) \triangleq \bigcup_{\{\mathbf{Q}_i \geq 0, \text{Tr}(\mathbf{Q}_i) \leq P_i, \forall i\}} \left\{ (R_1, \dots, R_K) : \sum_{i \in S} R_i \leq \frac{1}{2} \log |\mathbf{I} + \sum_{i \in S} \mathbf{H}_i^\dagger \mathbf{Q}_i \mathbf{H}_i|, \right. \\ \left. \forall S \subseteq \{1, \dots, K\} \right\}.$$

Goldsmith 等^[71] 证明了脏纸编码可以达到 MIMO 下行广播信道的和容量, Vishwanath 等^[72] 证明了其与 MIMO 上行多址接入信道的容量域的对偶性:

$$\mathcal{C}_{\text{DPC}}(P, \mathbf{H}) = \bigcup_{\mathbf{P}: \sum_{i=1}^K P_i = P} \mathcal{C}_{\text{MAC}}(P_1, \dots, P_K, \mathbf{H}^\dagger).$$

(2) Massive MIMO 容量

对于 Massive MIMO 的渐近容量公式, 目前学术界持有两种观点: 一种认为 Massive MIMO 渐近容量有界, 并给出了理论上界 (参见文献 [66]); 另一种认为 Massive MIMO 渐进容量无界, 即通过导频设计, 可使容量随基站天线数的不断增加而趋于无穷大 (参见文献 [67]). 因此, Massive MIMO 容量域、容量与天线数的关系仍有待探讨.

(3) Cell-Free 组网

2015 年, Eric Larsson 团队提出了 Cell-Free Massive MIMO 的概念, 推翻了传统以基站为中心建立小区的思想, 而以用户为中心、所有基站互相连通创立无边界的网络结构 (参见文献 [68]). 然而, 该概念的后续讨论仍停留于集中式网络架构的理论探索阶段, 不可扩展这一关键瓶颈尚未突破, 其意味着随网络规模的扩大会带来信令开销骤增、前传负荷加重、通信时延增大等严峻问题. 因此, 该概念与可扩展型的商业化版本之间还有较大距离.

(4) 超材料 MIMO

2011 年, Yu 等^[73] 于 *Science* 上发表文章给出超材料广义定律后, Cui 等^[74] 于 2014 年提出了数字编码超材料的概念, 通过使用超材料实时调控电磁波, 提出与现有数字通信系统完全不同的直接在电磁波上调制的无线通信系统, 引起学术界和工业界的广泛关注. Pizzo 等^[75] 聚焦超材料 MIMO, 从信道模型、通信自由度等角度指出利用空间-波数域变换来进一步提升通信系统容量的可能性. Dardari^[76] 聚焦超大智能表面和超高频带来的近场特性, 指出即使在缺乏多径而无法获得阵列增益和分集增益的近场场景下, 依然可以依靠球面波获得极高的自由度, 并在此基础上研究近场条件下的通信容量提升和高精度低复杂度定位和感知算法的设计. 通过电磁场理论和信息论研究超材料 MIMO 对通信容量和通信可靠性的进一步提升带来了新的机遇.

6.4 未来研究方向

Massive MIMO 是提升无线空口频谱效率的有效方式之一. 未来随着超表面等新形态的出现, 天线的数量会进一步增加, 需要在容量域、多种组网形态和资源调度方向进一步研究:

(1) 容量域

集中式单基站场景的上行多址接入信道、下行广播信道容量域的刻画, 具体包括相干解调下的容量域与天线数、用户数的关系, 非相干解调下天线数的理论极限等问题, 以及智能反射面的引入对传统通信信道和容量域的影响.

(2) 新型组网形态

分布式多基站场景的和容量最大化的最优组网问题.

(3) 资源调度

逼近容量域的编解码、调度算法等技术问题.

7 光纤通信的非线性信道补偿问题

7.1 背景

在现代网络中, 90% 以上的信息是通过光纤进行传输的. 根据有关机构统计, 数据传输量正以每年 25% 的速率迅猛增长, 这一需求驱动着光纤通信不断追求更高的传输速率. 光信号在光纤介质中传输的过程中存在能量衰减、色散、非线性效应等现象, 导致信号失真, 从而限制了光信号传输的能力. 这种非线性信道的频谱效率通常小于 AWGN 信道的频谱效率. 图 13 显示了不同信道的频谱效率曲线, 可以看到非线性光纤信道对应的曲线明显低于 Shannon 极限曲线 (参见文献 [77]). 该图也显示, 如果能够对失真效应进行补偿, 就有助于提升信道容量, 使其逼近 Shannon 极限.

除了在改进光纤设计和光放大器噪声等方面的努力, 基于 DSP 芯片的光信号处理是消除信号失真、提升信号传输能力的重要手段. 在中低速传输场景 (例如低于 400 Gbit/s) 下, 导致信号失真的主要因素是色散效应, 已经在 DSP 中得到了很好的补偿. 在长距高速场景下, 非线性效应 (主要是 Kerr 效应) 是限制光信号传输能力的主要瓶颈.

7.2 问题定义

光信号在光纤中的传输是一个非线性过程, 在波分复用 (wavelength division multiplexing, WDM) 光通信系统中, 多个载波信号同时经过光纤进行传输 (如图 14 所示), 这个过程由耦合非线性 Schrödinger 方程组 (non-linear Schrödinger equations, NLSE) 描述 (参见文献 [78]):

$$\frac{\partial A_j}{\partial z} = -\frac{\alpha_j}{2} A_j - \beta_{1,j} \frac{\partial A_j}{\partial t} - i \frac{\beta_{2,j}}{2} \frac{\partial^2 A_j}{\partial t^2} + i \left(\gamma_j |A_j|^2 + 2 \sum_{k:k \neq j} \gamma_k |A_k|^2 \right) A_j, \quad (7.1)$$

其中 $A_j: \mathbb{R} \times [0, L] \rightarrow \mathbb{C}$ 是第 j 个载波信号, $1 \leq j \leq m$. $\alpha_j, \beta_{1,j}, \beta_{2,j}, \gamma_j$ 均为材料常数, 分别用于衡量能量衰减、传输速率、色散和 Kerr 非线性效应的大小. 输入信号 $A_j(t, z=0) = A_j^0(t)$ 进入光纤后沿 z 方向传播, 接收到的信号为 $A_j^L(t) = A_j(t, z=L)$. 理想的情况是 A_j^L 应当相似于 A_j^0 , 即两者

图 13 频谱效率示意图^[77]

至多相差时间平移和幅度放缩. 但由于色散和 Kerr 非线性的存在, A_j^L 与 A_j^0 并不相似, 这就是信号失真. 最终的目标是通过信号处理算法, 将 A_j^L 恢复为一个与 A_j^0 尽可能相似的信号.

7.3 业界研究进展

在光通信技术发展的过程中, 人们针对不同的信号损伤效应提出了很多不同的改进方案. 例如通过材料和工艺的创新, 发明了低损耗光纤, 从而大幅降低信号传输过程中的能量损耗. 掺铒光纤放大器 (EDFA) 的发明不但大幅提升了无电中继站的传输距离, 而且令波分复用系统实现商用, 大幅提高并行信道数量. 为了解决色散问题, 人们曾经发明和采用了色散补偿光纤 (DCF), 但后来被接收端 DSP 色散补偿算法取代.

在当前的长距高速场景下, (线性) 色散失真效应已经利用 DSP 算法得到了很好的解决, 但对于

图 14 波分复用 (WDM) 光通信系统

图 15 使用 DBP 后的信道容量^[80]

非线性失真, 工业界还没有能够满足商用要求的解决方案, 人们还在沿着不同的方向进行探索. 比如在物理方案中, 空心光纤将传输介质改为空气, 可以几乎消除非线性效应, 但这一方案距离实用还存在较远的距离. 在 DSP 补偿算法方案中, 学术界认为最接近问题解决的是 DBP 算法 (参见文献 [79,80]), 基本思路是以接收端信号 A_j^L 作为初值, 逆向求解 NLSE, 得到 A_j^0 的近似, 数值方法采用的是 SSFM 及其数值优化版本. 目前学术界对于 SSFM 数值解法的优化主要在于对线性算子 (D) 和非线性算子 (N) 分裂规则的优化如 Modified-SSFM (参见文献 [81]), 通过引入参数 r 将算子分裂方法一般化为

$$\exp((1-r)hD) \exp(hN) \exp(rhD), \quad (7.2)$$

其中 h 是沿光纤 (z 方向) 的空间步长, $0 \leq r \leq 1$ 是可调参数. $r = 0.5$ 即为经典的 Strang-Splitting 方法. 另一种思路是对于步长 h 的改进, 即采用非均匀步长来降低求解 NLSE 的复杂度从而优化 DBP 算法. 例如令 h 随着坐标 z 的增加按照对数方式增加, 就得到 L-SSFM 算法 (参见文献 [82]). 此外, 对 SSFM 非线性算子部分的 Perturbation 构造 (参见文献 [83]) 同样被证明了可用于优化 SSFM 算法进而降低 DBP 复杂度. 研究表明, 使用 DBP 算法能够有效消除非线性效应的影响, 大幅提升信道容量 (参见文献 [77,80]), 使其逼近 Shannon 极限; 参见图 13 和图 15.

尽管 DBP 在数值仿真中显示出很好的效果, 但这一算法有两大缺陷: 首先是直接采用数值算法 SSFM 及其数值优化版本的算法复杂度高, 无法满足 DSP 芯片的处理能力限制. 其次, 逆向求解算法需要统一处理所有载波 $\{A_j\}_{j=1}^m$, 而实际的信号接收机要求所有载波信号相互独立完成处理.

7.4 未来研究方向

- (1) 非线性 Schrödinger 方程的低复杂度求解算法以及信道参数估计

从传统的 PDE 数值解法角度, 目前对于非线性 Schrödinger 方程的求解仍基于 SSFM 的框架. 在此基础上降低非线性 Schrödinger 方程求解算法的复杂度有两个方向, 一是继续在算子分裂谱方法的框架下寻找优化方法, 目前学术界已经有不少尝试, 如文献 [81–83]; 二是跳出算子分裂谱方法的框架, 通过研究特定光通信场景下方程的特点来构造算法, 如试图寻找适合 ansatz 来应用 WKB 近似. 另一个角度是用于 NLSE 方程参数估计的反问题. DBP 是基于 NLSE 求解的算法, 依赖于光纤信道参数, 而在实际的光网络中, 信道可能动态变化, 因此需要快速估计出信道的参数.

(2) 数据驱动的非线性信道建模

除了传统的 PDE 数值解法, 数据驱动模型可以用来克服传统数值解法复杂度高的困难, 如通过建立数据驱动的可微非线性信道模型来快速求解 NLSE 方程, 从而提高 DBP 算法的实际应用表现. 此外, 数据驱动的非线性信道模型还可通过数据来学习非线性失真的过程, 从而帮助构造更有效的非线性补偿算法. 同时, 通过数据驱动的非线性信道模型, 还可以在信号发送端构造对非线性效应忍耐度更好 (如 Kerr 非线性的影响更小) 的传输模式, 使得接收端的信号恢复效果提升.

8 大规模通信网络的最优控制问题

8.1 背景

随着通信网络的快速发展, 沉浸式 AR/VR、车联网、工业互联网等新型的网络应用日益增多. 与传统的应用相比, 这些新应用在网络传输的带宽、时延、丢包、抖动等多方面指标都提出了多维度的新要求. 传统意义上的网络层 TCP/IP 协议栈以及无线 MAC/PHY 层的调度和资源分配算法无法直接支撑上述复杂多样化的业务需求; 另一方面, 随着网络节点规模与终端用户数量的激增, 各个网络层所需处理的优化和控制问题的规模也随之呈现爆炸式增长, 这给通信网络在如何将有限的网络资源实现快速合理分配的问题上带来更大的挑战. 大规模通信网络的最优控制问题的快速稳定求解将成为构建未来智能通信网络的关键基石. 在过去二三十年中, 学术界在优化和控制领域实现了长足的发展和进步, 然而新一代通信网络中业务的多样化需求和问题指数级增长的规模都给传统领域的方法论带来了全新的挑战.

从业务本身角度分析, 通信网络中的业务变得逐渐复杂多样, 其目标也难以用单一简洁的数学表达式刻画. 过去的传统业务目标可以较为直接与流量、时延与丢包等指标对应, 而伴随 5G 商用, AR/VR 与工业互联网等新型应用中的关键业务则需要更加严格的保障. 此外, 未来网络关注的是业务的端到端指标, 网络单跳的性能指标无法直接准确反映终端用户的业务体验, 因此需要对整体网络都搭建起可提供性能保障的理论模型. 但是由于业务本身的随机性分布非常复杂, 加之业务在网络上传输互相干扰与耦合, 都给端到端精准刻画业务的性能指标带来了极大困难. 不同业务在带宽、时延、抖动、同步等方面对网络提出了不同的需求, 使得其对网络的需求呈现出多目标的特征, 而其中单目标函数往往又是非凸非平滑的. 对通信网络资源进行合理分配使得满足不同业务多维度的需求显得十分困难.

从通信网络设备角度分析, 5G 时代的底层设备日益复杂. 经过复杂设计与精准校调后的底层设备在支撑起网络高效运行的同时, 其自身也逐渐变得难以用简洁数学模型精准刻画. 这些复杂的底层网络设备通常内部引入多种负反馈机制, 在运行时不可避免地在整体网络控制过程中引入了多种

非线性环节. 从网络控制角度出发, 在对底层网络设备进行建模时在较好描述物理过程的同时需要保持模型轻量化, 方便后续理论分析进而获取性能保障.

从动态网络控制角度分析, 未来通信网络的控制需要对非平稳业务实现全网分布式控制达到近似全局最优控制的效果. 一方面, 未来业务变化呈现出非自相似、重尾、强突发等特性, 这给动态控制中的业务流量准确建模本身就带来了极大挑战. 而且终端用户面临的网络环境也存在极大偏差, 由于场景中的建筑和植被的影响, 多径叠加与多普勒效应等因素给为终端用户提供端到端的优质网络服务带来额外的难题. 另一方面, 由于未来网络规模巨大, 不可能仅使用一个全局控制器来控制整个网络, 而是需要对网络进行系统性划分后分布式管理. 新型业务对网络可靠性要求非常严苛, 并且在故障发生后, 网络也必须具有故障快速定位和及时恢复能力. 网络中的各种调整变量之间也存在弱耦合, 即使是单点的网络调整常常也会带来局部的较大改变. 以上几点都给动态网络的最优控制带来了全新挑战.

从网络和业务规模角度分析, 随着未来网络的发展, 网络上的节点数量和种类、终端用户以及业务的数量会呈现激增. 传统优化与控制领域能实时高效求解的问题的变量规模处于千万级别以下, 而未来大规模网络下相同类型的问题的变量规模会上升到上亿甚至百亿级别. 通信网络中优化和控制问题求解的精度与时效性要求很高, 任何超时或不可行的解会对整体网络产生不可估量的影响. 因此, 如何设计高效稳定的优化算法框架和底层支持技术求解大规模优化和控制问题将是解决未来通信网络的关键.

8.2 问题定义

(1) 大规模非线性非凸网络建模与优化

对一个大规模的通信网络进行精准完全建模与高效资源分配. 例如在传统网络效用最大化的优化问题中, 主要关心的是网络带宽分配:

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{x}} \quad & \sum_{k=1}^K -U_k(x_k) \\ \text{s.t.} \quad & \mathbf{R}\mathbf{x} \leq \mathbf{0}, \\ & \mathbf{x} \geq \mathbf{0}, \end{aligned} \quad (8.1)$$

其中 $\mathbf{x}$ 为网络业务的流量分配值, $\mathbf{R}$ 为网络的路由矩阵, U_k 为第 k 个业务对所分配流量的效用函数. 而在未来通信网络中, 新型网络业务的通信质量不再仅仅取决于带宽分配, 而是与传输的时延、抖动等因素也有着密切关系; 同时业务流量间潜在的复杂耦合关系对网络状态也具有一定影响. 首先对业务流量需要做出一定假设, 并基于特定的满足假设业务流量模型, 结合业务的端到端的多目标需求设计网络资源分配的目标函数. 然后对网络中信息传输过程, 如链路传输时间和队列时延, 完成适当精准的建模. 对网络中的物理限制如带宽容量等进行建模, 最后统一将约束添加到优化体后进行求解, 得到网络资源最优分配. 值得注意的是在考虑以上复杂现象后得到的目标函数的非凸非光滑、零范数约束、低秩约束等都会极大影响该优化问题的求解难度. 学术界的非凸优化理论以及各种类型的优化求解框架 (比如 Primal-Dual Decomposition, ADMM Approach) 等均可作为这类方法的起点. 对于大规模网络优化问题的求解, 并行化技术和机器学习等方法具有相当大的潜力, 也值得进行系统性探究.

(2) 分布式在线动态控制

在传统网络优化控制问题中, 一般业务流量模型和网络拓扑结构都假设是静态已知的, 问题的目标主要集中在找到给定业务网络模型下的最优解. 传统经典的关于大型动力系统的动态控制往往依托于较强的假设, 比如线性的动力系统方程与轻尾分布的噪声扰动. 然而未来网络场景中的流量模型的高突发重尾及不平稳现象, 使得之前工作中的假设不再满足. 同时, 一个仅考虑当前时刻信息的静态的优化问题并不再满足实际需求, 而需要额外考虑业务和网络二者本身的动态变化. 在对业务在网络中的分布与网络本身结构建立合理准确的预测模型后, 通过控制业务的准入、业务发送速率、网络设备的动态参数调整实现预测下的近似全网最优控制. 网络的集中式最优控制策略可以通过求解 Bellman 方程得到:

$$V(s) = \max_a \left[r(s, a) + \gamma \sum_{s'} P(s' | s, a) V(s') \right], \quad (8.2)$$

其中 s 为系统状态, a 为系统动作, V 为价值函数, r 为回报函数, 而 P 则对应系统的转移概率. 因为维度灾难, 对大规模网络问题对应的 Bellman 方程进行精确求解极为困难; 而且在控制策略的实现方面, 因网络规模极大, 集中式控制方法受限于中央控制器的计算能力与底层执行设备间通信延迟, 分布式控制策略成为了必需. 在根据网络结构对网络状态进行一定的分层与分块后, Bellman 方程的近似解可以在多个控制器中实现分布式计算. 分布式控制方法需要考虑实际场景中通讯的延迟和指令执行的异步问题, 如何在现有的网络架构下, 基于新的假设与数学模型提出一套具有较好收敛速度等性能保障的分布式控制框架显得尤为重要.

8.3 业界研究进展

Boyd 和 Vandenberghe^[84] 在凸优化方面有深入的研究, 二人关于凸优化的书籍系统性地阐释了凸优化的原理和相关算法. Low 和 Lapsley^[85] 基于凸优化方法将传统网络中的链路和源节点的作用等效为一个分布式计算框架中的执行设备, 整体网络可视为利用梯度投影法求解资源分配的对偶问题. Chiang 等^[86] 总结了网络效用最大化问题中出现的分层划分与分布式优化间对应关系, 为网络分层结构的理解提供了数学基础. Marler 和 Arora^[87] 在多目标优化领域及其在工程上的应用方面做过大量研究. 多目标优化本质在于在多个目标函数中取得帕累托权衡. 而当目标函数本身的性质很差时, 比如目标函数非凸非光滑等, 如何在这样的情况下取得多目标帕累托权衡十分具有挑战性. Maros^[88]、Lubin 等^[89] 和 Bixby^[90] 在大规模线性及非线性优化和对应的求解器研发方面从事多年工作. 然而面对上亿级别甚至百亿级别的优化问题如何实现高效求解, 现有的大规模数值优化研究仍然还有很长的路要走. Doyle 和 Lamperski^[91, 92] 基于线性系统、高斯噪声下的分布式优化控制给出了理论求解. 然而在非线性系统、非高斯噪声情况下如何设计分布式优化算法, 保证算法收敛以及获得近似最优的效果仍然是开放问题. Bertsekas^[93] 总结了基于 MDP (Markov decision process) 的强化学习的理论基础, 并提出 Approximate MDP 的概念解决 MDP 状态空间爆炸的难题. 基于多臂老虎机框架的算法 (参见文献 [94, 95]) 近年来被广泛应用解决随机系统中的决策问题. Caines 等^[96] 提出的平均场博弈理论将复杂大规模系统中各个单元与其他单元的相互影响从场的角度进行刻画, 从某种程度上近似求解了大规模系统控制问题. 在 2017 年 ACM HotNets 会议上, Valadarsky 等^[97] 提出了 Learn to Route 的思想, 即通过机器学习自动化实现网络的路由策略. 该思想当时在学术界

和工业界产生了很大的影响, 然而基于机器学习解决实际问题还需克服业务本身非平稳、算法可部署、神经网络泛化等诸多挑战.

8.4 未来研究方向

大规模通信网络的最优控制问题有如下潜在研究方向:

(1) 多目标优化

对 5G 时代的如 VR/AR、工业互联网等重要业务的新需求进行系统性分析, 并合理构建新的网络通信质量指标以满足这些新需求. 将这些新指标作为业务的多个目标, 分出主次并搭建起精确合理的多目标优化网络资源分配框架与其对应的快速求解方法.

(2) 网络底层设备运行机制建模与控制研究

对网络底层的通讯设备研究并建立数学模型. 针对网络控制功能, 轻量化模型的同时得到较好的可量化的性能保障.

(3) 网络分块分层架构与分布式优化

全新的业务需求, 复杂的网络性能指标引入了新的分布式优化问题. 对新问题在优化分解的框架下做研究分析, 探索新的网络分层架构. 结合场景中的控制器通讯时延等因素, 探索特定分层中的网络分片架构. 根据网络分块分层架构探索分布式优化中的实现问题, 例如控制器间通讯延迟下的异步式更新.

(4) 业务流量预测与高效连续求解

对 5G 新业务建立新的流量分析与预测模型, 并将预测模型与网络优化问题有机结合起来, 在优化问题连续性求解的框架下提高资源部署分配效率. 基于流量预测模型针对性, 通过流量整形等功能降低不同业务间的流量耦合.

(5) 非凸大规模网络优化问题的快速数值求解

复杂的网络性能指标在优化问题中引入非凸部分. 利用网络问题本身结构的性质, 如稀疏性, 研究如何完成大规模优化问题的快速数值精确求解或近似求解.

(6) 学习优化与多智能体

在网络分层分片后, 各个子网的控制器可视为相互间较为独立的子系统. 从分布式智能体与博弈论的角度, 可研究分布式智能控制算法与相应的通信拓扑结构设计问题. 从分布式智能体与博弈论的角度, 可研究分布式智能控制算法与相应的通信拓扑结构设计问题. 基于 Markov 决策过程、多臂老虎机和平均场博弈等方法, 为解决大规模网络下的分布式控制问题提供了强化学习的理论工具.

9 反问题高精度快速求解问题

9.1 背景

大数据时代, 每年产生的数据量成指数增长. 根据 IDC 2018 年报告 (参见文献 [98]), 到 2025 年全球将产生 175 ZB 的数据量. 如此海量数据为数据存储提出了巨大的挑战. 另一方面, 近年来, 越来越多的个人用户和商业用户把数据存储于云存储中, 这使得在所有存储方式中, 云存储占比呈明显的

图 16 五维玻璃存储基本原理及五维示意

递增趋势 (参见文献 [98]). 发展低廉、高效的适用于云存储的存储介质成为主要研究课题. 在这种背景下, 发展新型光存储成为当前存储领域的主要方向之一.

自从 1982 年第一款 CD 发布以来, 光存储历经了 CD、VCD、蓝光和 AD 等多代技术更新, 并在视频存储等方面取得了不错的成就 (参见文献 [99]). 经典的光存储一直向着更小存储尺度进发, 从而一步一步提升单盘的存储能力. 这其中催生出了众多核心写入、读取、识别、编码和伺服技术. 尽管近年来依然有各种突破衍射极限的技术存在, 但单独发展更小存储尺度的技术面临越来越多的瓶颈. 如今, 基于维度复用, 向更高维度发展成为光存储的研究方向.

高维光存储的发展方向多种多样. 从形态上, 更高维度涉及多层 (由平面转向三维空间)、多模 (利用光的波长、偏振、相位等信息在同一个位置使用不同光写入多个信息) 和多阶 (利用光的能量、波长、偏振、相位等信息在一个位置写入多进制信息). 从实现方式上, 近年来发展出了多种核心技术, 如基于飞秒激光射入石英玻璃产生纳米光栅结构技术的五维玻璃存储 (三维空间、光的偏振和光的能量) (参见文献 [100])、基于纳米金棒与飞秒激光共振技术的纳米金存储技术 (三维空间、偏振) (参见文献 [101])、基于飞秒激光与有机玻璃产生熔融效果的有机玻璃存储 (三维空间、能量) (参见文献 [102]) 和基于飞秒激光导致蚕丝蛋白结构改变的蚕丝蛋白存储技术 (参见文献 [103]) 等. 众多材料的研发促进了光存储的发展, 同时也提出了众多数学问题.

光存储中, 数据读取是基于写入信息对光的物理性质的改变的特性. 在传统光存储中, 存储方式往往是单层、单模和单阶. 高维光存储可极大提升单盘的存储能力, 但同时也极大提升了数据读取的难度. 多层、多模和多阶意味着强数据串扰和高数据恢复精度要求. 在这种情况下, 传统的基于数据恢复的方法精度难以满足要求. 另一方面, 更高存储密度也需要更高的读取速度来匹配, 这对数据读取算法的效率提出了高要求. 如何发展高效、高精度数据读取算法成为关键问题.

反问题是一种从非直接测量数据获取所关心物理量的方法. 自 20 世纪 40 年代以来, 伴随着雷达和声呐的发展, 反问题开始受到越来越多的关注 (参见文献 [104]). 之后地质学和石油勘探的发展进一步促进了反问题数值方法的研究和理论的发展. 医学成像又为反问题提供了一大应用场景. 如今, 反问题已发展成为应用数学的一大重要数学分支, 形成了一套反问题的求解方法和理论分析工具. 近期随着深度学习的发展, 还发展出了一些融合反问题方法和神经网络的新的求解方法 (参见文献 [105]).

反问题有三个基本要素: (1) 测量算子 $\mathcal{M}$, 即数据测量方式; (2) 噪声模型 ε , 即描述测量算子误

差模型; (3) 正问题的先验模型 $\mathcal{F}_{\text{prior}}$, 即在没有误差情况下, 已知待求解量到测量结果的模型. 通常情况下, 实际测量数据

$$d = \mathcal{M}_\theta = \mathcal{F}(\theta) + \varepsilon, \quad (9.1)$$

其中 $\mathcal{F}$ 是真实模型. 由于反问题病态性的特征, 噪声模型关系到正则化方法的构造. 正问题的先验模型是反问题理论分析和数值求解的基础. 在三者均清楚的情况下, 现有的反问题理论与数值方法已较为完善.

光存储中的数据读取是典型的反问题, 即基于某种光学设备对存储介质中信息进行测量, 从而计算出存储介质中对应点的某种物理性质, 进而获得该点存储的信息. 以五维玻璃存储 (参见图 16) 为例, 对于单层情形, 正问题先验模型为:

$$\begin{aligned} T_t(\alpha, \beta, x, y) = & \frac{1}{2} T_0 (1 + \sin \alpha \cdot \cos \beta \cdot \cos \Delta(x, y) - \sin \alpha \cdot \sin \beta \cdot \cos 2\psi(x, y) \cdot \sin \Delta(x, y) \\ & + \cos \alpha \cdot \sin 2\psi(x, y) \cdot \sin \Delta(x, y)), \end{aligned} \quad (9.2)$$

其中, T_t 和 T_0 分别是接收和入射光强度, α 和 β 为测量参数, Δ 和 ψ 为待测量物理量. 噪声模型依赖于材料和工艺而定, 通常针对特定材料和工艺, 噪声模型可从现实中学到. 基于反问题的思路可设计高效、高精度数据读取算法 (参见文献 [106]). 对于多层情形, 如何基于反问题的思路设计高效、高精度数据读取算法是极具潜力的研究方向, 但也面临各种挑战.

9.2 问题定义

光存储向更小存储尺度和更高维度的发展, 为数据读取带来了各种各样的困难. 更小的存储尺度导致数据读取时的读取信号中存在不同位置处的信号干扰. 在多层存储中, 数据读取的光路需经过多层介质后才聚焦在待读取层, 层与层之间的串扰为测量数据带来巨大噪声. 在多阶存储中, 一个信息用于存储多个值, 这对数据读取提出了很高的分辨精度要求. 在多模存储中, 同一个空间位置需要使用不同特性的光 (如不同波长或偏振方向的光) 存入不同的信息, 这为测量信号带来非线性干扰. 这些新的问题在数学上带来了以下学术难题:

(1) 正问题建模

高维存储中的正问题模型依然不清楚. 以五维玻璃存储为例, 纳米光栅方面的相关研究已比较丰富. 但是在多层存储中, 不同层间的纳米光栅相互干扰, 若直接将这些干扰作为噪声, 当存储层数较多时, 噪声逐渐增大, 导致数据读取误差递增. 考虑多层情形建模时, 层数增加后如何构造准确的近似模型变得复杂. 同时, 在存储尺度变小时, 同一存储层内不同纳米光栅也会产生相互干扰, 如何构造描述层内干扰的模型也是值得探索的方向.

(2) 噪声模型刻画

光存储中, 测量误差来源于多个方面, 包括材料均匀性、写入设备、读取设备和存储中材料变形等. 如何针对该复杂体系构造相应的噪声模型是反问题正则化方法构造的关键.

实际的存储中, 更小尺寸、多层、多模 (或多阶) 往往同时出现. 众多种类的相互干扰使得最终测量信号具有极大的噪声. 针对存储中的特性, 如何探索噪声模型、设计专门的正则化方法和构建正问题模型是本质难点, 如何构造高效、高精度数据读取算法是一个重要技术挑战.

9.3 业界研究进展

光存储的发展中, 蓝光发展出了一套完善的数据读取算法. 但蓝光使用的是最多三层 (单面) 的存储策略 (参见文献 [99]), 涉及层数较少, 不涉及多模或多阶. 五维玻璃存储方面, Shribak 和 Oldenbourg^[107] 提出了一套直接通过正问题模型反解待求物理参数的方法, 该方法在单个纳米光栅情形有不错效果. Kuian 等^[106] 发展了一套考虑读取设备误差的数据读取算法, 该算法可快速、高精度分辨单层纳米光栅结构. 微软于 2019 年直接使用神经网络对数据读取进行端到端学习 (参见文献 [108]), 在不超过 10 层的五维玻璃存储中获得较高的分辨精度. 近两年学术界发展出了结合反问题和深度神经网络的一套求解反问题的新方法 (参见文献 [99, 103]). 反问题方法可有效表述数学模型, 深度神经网络可有效学习数据特征和噪声模型, 或为一种可能思路.

9.4 未来研究方向

以反问题理论为基础, 结合光存储中问题的特性, 充分挖掘海量测量数据特征是未来的研究探索方向, 在物理建模结合数据驱动和正则化等方向上值得进一步研究.

(1) 数据 + 物理建模

针对多层、多模 (或多阶) 情形, 层间干扰、层内干扰和多模模间干扰为正问题建模带来巨大困难. 实际研发中通常拥有海量的测量数据, 这使得“数据 + 物理”的建模方式成为一种非常具有潜力的方法. 一方面, 基于光学理论可对问题进行初步分析获得模型的定性特征; 另一方面, 海量的数据蕴含着问题的模型信息. 该方向旨在设计一种基于某种可解释方法 (如可微编程) 充分利用数据并结合物理特征, 进而从数据中学习模型规律, 从而实现正问题的建模.

(2) 基于模型约简策略的物理建模

光存储中光的特性可以使用 Maxwell 理论等进行描述. 基于该基础模型对整体系统进行描述可获得准确的物理模型, 但所得模型往往过于复杂而难以用于工程应用. 可基于模型约简策略 (基于理论分析或数值方法) 对底层物理模型进行约简, 从而获得高精度的简化近似模型.

(3) 正则化方法探索

如前所述, 光存储中测量误差来源多种多样, 如何刻画噪声模型是研究难点, 相对应的正则化方法构造变得难以确定. 而光存储中, 存储信号往往为 0 或 1, 或少数几个离散值. 可否基于这些特征构造特定的正则化方法、提升数据分析的稳定性和准确性是研究方向之一. 另一方面, 由于拥有海量测量数据, 如何从数据中学习获得噪声模型, 并用其指导正则化方法构造也是研究方向之一.

(4) 高效反问题方法探索

由于存储读取速率的要求, 传统基于迭代法的反问题求解方法的效率往往不够; 另一方面, 传统光存储中基于数据分析的数据读取算法能取得不错效果. 结合反问题的方法和数据分析的方法, 联合设计超高效的数据读取算法是重要研究方向.

(5) 反问题的适定性分析

在获得正问题模型情况下, 针对该反问题的理论分析, 尤其是适定性分析是构造保证反问题解的稳定性和算法可靠性的关键; 同时, 反问题理论方面的研究是探索数据读取能力极限的理论基础.

Figure 3. Comparison of error performance of different rate $R = 1/2$ channel codes with codeword length of $N = 128$ under MLD [12]. For TB-CC, we used the circular Viterbi algorithm (CVA).

图 17 码长 128 比特的编码方案比较跟现代编码比较, BCH 代数编码拥有更优的性能^[109]

10 代数几何码的快速译码问题

10.1 背景

近三十年来, 现代编码采取概率译码取得性能的大幅突破. 随着 Turbo 码、LDPC 码与 Polar 码等编码的演进, 长码逐渐逼近了信道容量极限. 即便如此, 多数应用仍使用经典代数编码而非现代编码, 其主要原因为: (1) 现代编码多使用迭代译码, 功耗与时延都比经典代数译码多上几个数量级; (2) 概率译码需要软信息, 许多应用无法获取软信息; 单纯比较硬判决性能, 经典代数编码在中短码长下优于现代编码; (3) 现代编码即便使用软判决, 其中短码的性能仍不及经典代数编码 (如图 17).

经典代数编码中, 最广为使用的是 Reed-Solomon 码. Reed-Solomon 码 (参见文献 [110]) 在 1960 年被 Irving S. Reed 和 Gustave Solomon 发明后, 因为其优美的代数结构被应用在通信和存储领域, 如存储介质的 CD 与 DVD、存储系统的纠删编码、通信系统的光通信与无线通信、密码、甚至是我们日常使用的二维码. 随着未来半导体工艺往更高的集成度、低电压和高开关速度发展, 半导体内部的电子迁移、材料的相变和电子自旋特性等都出现大量的概率性质, 文献 [49] 提出由传统的确定性向概率特性转变, 通过高效的编码来保证计算和存储的可靠性. 而计算和存储的速度一般在纳秒和微秒尺度, 经典的迭代和软译码不适宜此类场景, 需要探索更加高效的代数编码.

然而, Reed-Solomon 码构造在二变量多项式 (bivariate polynomial) 上可看作有限域上的直线, 其码长受限于所操作的有限域大小而无法突破 Gilbert-Varshamov 界 (参见文献 [111, 112]). 如在有限域大小为 64 情况下, Reed-Solomon 码长最多为 63; 而作为代数几何码, Hermite 码的码长却可达 512. 也因为码长的限制, Reed-Solomon 码在有些应用上被现代编码所取代 (如 FLASH 存储的纠错编码). 如果代数几何码的编译码速度能提升至与 Reed-Solomon 编译码相同的量级, 将可以取代现今仍广泛应用的 Reed-Solomon 编码并提供更低功耗、更低时延的编码方案, 带来重大变革.

作为 Reed-Solomon 码的推广, Goppa 在 1970 年代利用多变量多项式 (multivariate polynomial), 可看作有限域上的代数曲线, 构造出了代数几何码 (参见文献 [113]). 从代数几何码的角度来看,

Reed-Solomon 码的构造是基于有限域上的射影直线, 而一般的代数几何码的构造则可以利用有限域上的任意光滑射影代数曲线. 给定有限域 $GF(q)$ 上的一条光滑代数曲线 X , 以及 X 上的两个互不相交的有效除子 (effective divisor) $D = \sum_{i=1}^n P_i$ 和 G , 代数几何码 $C_L(D, G)$ 定义为函数空间 $L(G)$ 中所有的函数在 n 个点 $P_1, P_2, \dots, P_n$ 取值所得到的 n 维向量的集合, 它构成了 n 维向量空间 $GF(q^n)$ 上的线性子空间. 利用光滑代数曲线的 Riemann-Roch 定理, 可以计算或估计代数几何码的各种参数. 例如, 当满足 $2g - 2 < \deg(G) < n$ 时, 代数几何码 $C_L(D, G)$ 是 $[n, k, d]$ 码, 其中 $k = \deg(G) - g + 1$, 以及 $d \geq n - \deg(G)$, 而这里的 $d^* = n - \deg(G)$ 称为设计最小距离. 当 G 的支撑集为单个点时, 这样的代数几何码称为单点代数几何码. Reed-Solomon 码就是一个单点代数几何码的例子, 其中曲线 X 取作射影直线, $P_1, P_2, \dots, P_n$ 为射影直线上所有的仿射有理点, G 的支撑集为无穷远点.

代数几何码的一个好处是, 容易构造出足够长的线性码, 为此只需要找到有理点足够多的光滑代数曲线. 有限域上的代数曲线的有理点数目满足 Hasse-Weil 上界, 而那些有理点数目能达到 Hasse-Weil 上界的代数曲线称为极大曲线. 常见的例子有 $GF(q^2)$ 上的 Hermite 曲线, 它有 $q^3 + 1$ 个有理点, 而利用 Hermite 曲线构造出的 Hermite 码的码长可以达到 q^3 .

20 世纪 50 年代提出的 Gilbert-Varshamov 下界, 给出线性编码参数的限制 (包含码长、最小 Hamming 距离以及有限域大小), 随后长达三十年人们都认为这是最优的下界. 而在 1982 年, Tsfasman 等^[114] 利用 Goppa 提出的代数几何码, 证明了代数几何码可以突破 Gilbert-Varshamov 下界, 并提出更优的 Tsfasman-Vladut-Zink 下界. 此成果阐明了 Tsfasman-Vladut-Zink 下界是可以通过代数几何码来渐近达到的. 此外代数几何码也拥有以下良好性质:

- (1) 代数几何码即便可能不是最大距离可分 (maximum distance separable) 的, 但仍相当接近 Singleton 界;
- (2) 代数几何码的对偶码也是代数几何码;
- (3) 两个代数几何码相乘, 也会被另一个代数几何码包含, 且大多情况等同于一个代数几何码.

整体而言, Reed-Solomon 码的优点代数几何码都有, 而且代数几何码还可以突破 Gilbert-Varshamov 下界. 因此代数几何码也被高度期待用来取代目前广泛使用的 Reed-Solomon 码. 然而, 代数几何码的编译码算法进展相当缓慢, 且现存的编译码算法复杂度都太高, 目前还无法广泛投入实际应用.

10.2 问题定义

代数几何码的编译码问题本身是非常困难的. 自 Goppa 于 1970 年代提出代数几何码以来, Garcia 和 Stichtenoth^[115, 116] 在 1995 年左右提出的通用编码算法, 在 2001 年才被 Shum 等^[117] 改善, 但改善后其复杂度仍有 $O(n^3)$; 而在译码方面, Feng 和 Rao^[118] 在 1993 年利用多数投票 (majority voting) 原则设计出通用的译码算法, 但复杂度也为 $O(n^3)$. 代数几何码的通用快速编译码算法长期以来都是学术界与工业界关注的重要难题. 相较于 Reed-Solomon 编译码的发展, 代数几何码目前只有小幅进展, 离广泛投入实际应用还有很大差距. 目前关于代数几何码的主要研究问题有:

- (1) 构造具有良好参数的代数几何码 (“好码”), 使得其信息率和相对最小 Hamming 距离在渐近意义下超过一些经典的下界 (如 Gilbert-Varshamov 下界、以及后续改进的 Tsfasman-Vladut-Zink

下界等).

(2) 设计代数几何码的快速编译码算法, 如: 复杂度低于 $O(n^2)$ 的通用代数几何编译码算法, 或针对特殊代数几何码更快速的编译码算法. 由于现实应用对编码与译码速度的需求, 快速编译码问题目前是代数几何码纳入实际应用的主要瓶颈.

(3) 推广高度发展的 Reed-Solomon 编译码算法到代数几何码, 有效降低现有算法复杂度.

10.3 业界研究进展

在 Reed-Solomon 编译码方向, Lin 等^[119–121] 提出了目前为止最快的有限域快速傅里叶变换算法, 对于 m 个采样点, 复杂度降低到 $O(m \log m)$, 并利用此算法改进 $r = n - k = 2^l$ 的 Reed-Solomon 编译码关键步骤. 采用快速傅里叶变换算法的 Reed-Solomon 编码复杂度为 $O(n \log r)$ 、纠错译码算法复杂度达到 $O(n \log n)$, 而纠错译码算法复杂度达到 $O(n \log r + r \log \log r)$. 随后, Tang 和 Lin^[122] 将上述算法推广到任意的 Reed-Solomon 码, 其编码与译码算法复杂度分别为 $O(n \log T)$ 以及 $O(n \log T + T \log \log T)$, 其中 $T = 2^{\lceil \log 2^r \rceil}$. Yu 等^[123] 针对 4 到 7 个校验位的 Reed-Solomon 码降低编码复杂度, 其编码算法复杂度可达 $O(3(k + t) + t^2)$.

在代数几何编译码方向, Skorobogatov 和 Vladut^[124] 在 1990 年提出通用的译码算法, 其复杂度为 $O(n^3)$ 且可纠正 $\lfloor \frac{d^* - g - 1}{2} \rfloor$ 个错, 其中 g 代表代数曲线亏格; 针对椭圆曲线以及超椭圆曲线改善算法, 可纠正 $\lfloor \frac{d^* - 1}{2} \rfloor$ 个错, 并且复杂度不超过 $O(n^4)$. Vladut^[125] 在 1990 年证明在代数曲线亏格足够大且 $q \geq 16$ 的情况下存在可在多项式时间内纠正 $\lfloor \frac{d^* - 1}{2} \rfloor$ 个错的译码算法. Feng 和 Rao^[118] 在 1993 年提出通用的多数决译码算法, 是第一个可纠正 $\lfloor \frac{d^* - 1}{2} \rfloor$ 个错的通用译码算法且复杂度为 $O(n^3)$. 对来自一类特殊平面曲线的代数几何码, Sakata 等^[126] 在 1995 年提出了一种更快的译码算法, 复杂度达到 $O(n^{7/3})$. 对于 Hermite 码, Ren^[127] 在 2004 年提出一种复杂度只有 $O(n^{5/3})$ 的快速译码算法, 但纠错能力仅在突发错误 (burst errors) 出现的时候较有效率, 而对随机错误的纠错能力很差.

10.4 未来研究方向

关于代数几何码的快速译码问题, 有如下几个需要进一步研究的问题:

- (1) 针对代数几何码开发快速的通用编译码算法, 目标是降低编码与译码算法复杂度到 $O(n^2)$ 以下;
- (2) 设计特殊代数曲线, 使编码效能可达 Tsfasman-Vladut-Zink 下界并且存在快速编译码算法;
- (3) 受现有 Reed-Solomon 编译码算法启发, 特别是快速傅里叶变换算法, 使其可以套用在代数几何码, 目标是针对特定代数曲线可达到编码复杂度 $O(n \log r)$ 且纠错复杂度 $O(n \log r + r \log \log r)$.

11 大规模网络近似计算问题

11.1 背景

信息社会的快速发展引发了数据规模的爆炸式增长, 科学计算、社交媒体和金融分析等大规模应用中的计算和存储需求远远超出了现有可用资源. 预计未来十年, 全球数据中心管理的信息量将增长 50 倍, 而处理器数量将仅增长 10 倍. 不断增长的性能需求将很快超过计算资源、存储资源和

图 18 Sketch 算法

电力资源等的增长速度. 因此, 仅靠过度配置资源并不能解决计算机行业在不久的将来面临的难题 (参见文献 [128]).

由于大数据具有规模巨大、动态变化、可靠性低等特点, 一些实际的大数据应用中, 最优解是难以计算或者不必要的, 追求可以高效计算并且满足需求的近似结果具有非常重要的意义. 近似计算 (approximate computing) 技术由于极高的效率增益而成为此领域的潜在方向.

近似计算技术起源于 20 世纪 70 年代, 用于在多项式时间内求得 NP 困难问题的近似解, 现在已经应用到更多的应用场景, 例如图像与信号处理 (参见文献 [129])、机器学习 (参见文献 [130])、科学计算 (参见文献 [131])、金融分析 (参见文献 [132]) 和数据库查询 (参见文献 [133]) 等. 现有的近似计算技术可以分为如下 3 个不同层次:

(1) 计算单元和存储单元层次

通过浮点运算器 FPU 的精度缩放 (参见文献 [134, 135]) 和存储器 DRAM/SRAM 的刷新率 (参见文献 [131, 132]) 和电压的调整实现对特定计算模块的近似以提高计算效率和降低能耗.

(2) 近似计算算法

通过高效的降维算法和高维优化理论和算法实现对大数据近似查询处理 (参见文献 [136–138]).

(3) 近似计算架构

通过采用不精确硬件 (参见文献 [139, 140]) 和神经网络加速器 (参见文献 [141]) 等引入全新的系统架构来降低计算的精度以实现计算效率的提高.

11.2 问题定义

前面讨论了近似计算的 3 个层次, 在理论和算法层面, 值得作为一个重点来进行深入研究. Sketch 算法最早由 Flajolet 和 Martin^[136] 提出, 算法的示意图如图 18, 基本原理如图 19. 由于在数学上具有由高维空间投影到低维空间的保距性, 因而该算法作为一个非常有潜力的近似算法被应用于高维数据降维等领域 (参见文献 [137, 138, 142–145]). 由于具有良好的数学性质, Sketch 算法还被广泛应用于流级别的网络测量方法中, 其可以做到逐报文测量, 通过将大量的数据存储在有限的空间内, 实现高速网络测量. Sketch 算法利用 Hash 计算的均匀散列性质, 利用固定内存空间重叠记录信息, 在测量理论的支撑下, 实现近似精确的测量信息恢复, 相比于传统方法, 大大减少计算和存储的开销. Sketch 算法的本质, 是将高维空间数据映射到子空间, 利用概率论方法保证数据恢复精度. 该算法的优点是内存占用小、操作简单以及便于硬件操作实现. 然而, 传统的 Sketch 算法所达成的准确度与流量本身特征相关, 只能保证少部分大象流的测量精度, 而对大部分小鼠流的测量误差较大.

图 19 Sketch 基本原理

压缩感知 (compressed sensing, CS) 是一种信号处理技术, 可在低维向量中获取高维信号. 2004 年左右, Candès 等^[146] 证明了在已知信号稀疏性的情况下, 能以欠采样方式重建原信号, 这一理论也是压缩感知的基石.

CS 和 Sketch 算法使用了相同的数学形式 (基于矩阵形式的信号感知). 一个自然的问题是: 能否基于 CS 理论重构 Sketch 算法实现对全体流量的低开销、近似无误差测量?

由于资源限制和测量位置的不可控问题, 例如在所有的城域网接入网关上部署流量探针会面临用户设备的可支持性和需要操作用户测设备等困难, 往往无法直接测量流量矩阵数据. 但是, 部分流量数据的获得却是可能的, 例如可以在网络的核心节点上部署流量探针探测部分流量, 或者是可以获得传输链路上的汇总流量数据, 然后基于流量数据之间的时间和空间上的相关性通过矩阵恢复/补齐和压缩感知等方法计算整体流量矩阵的近似值. 然而, 由于涉及大规模矩阵的计算问题, 大规模流量矩阵计算的准确性和效率仍然面临很大的挑战.

11.3 业界研究进展

在压缩感知的网络测量方向, 文献 [147] 证明了 Sketch 算法可以被建模为一类特殊的压缩感知问题. 文献 [148] 把全体流量根据大小分割到快慢两个通道, 然后使用压缩感知方法恢复慢通道上小流的流量. 文献 [149, 150] 使用了压缩感知方法恢复流量矩阵中缺失的元素. 然而, 对于大带宽场景下的全体流量恢复仍然是一个挑战性的问题.

网络断层扫描 (network tomography) (参见文献 [151, 152]) 把网络流量矩阵恢复建模为一个矩阵的优化问题, 把 SNMP 等工具测量的网络拓扑边上的流量和路由矩阵作为已知量, 通过利用流量矩阵的低秩性进行求解. 然而由于已知信息相对于未知量来说太少, 在没有其他信息的情况下求得的结果和真实流量数据误差较大. 文献 [153, 154] 使用重力模型 (gravity model) 为流量矩阵引入了空间上的结构, 即各个元素之间的一种比例关系, 从而可以快速地进行流量矩阵的求解. 然而这样一个静态的空间上的结构无法建模流量之间的复杂关系. 文献 [155] 使用低秩张量填充的方法根据部分的测量结果恢复整体的流量矩阵, 由于保存了原有的空间和时间信息, 恢复的精度相比较于矩阵模型而言更高, 但是在某些环境下部分的测量结果也是不可获得的. 另外, 张量的低秩恢复计算复杂度高限制了它可以求解的问题规模, 但是张量方法仍然是一个具有很大前景的研究方向.

11.4 未来研究方向

利用压缩感知/张量理论/随机矩阵理论, 实现超大规模数据近似计算, 是解决网络级数据近似计算的主要工作方向, 在相关理论的研究应用中, 我们认为应该针对网络数据的特点, 进一步研究如下几个方向:

- (1) 网络数据的时空相关性导致的张量/矩阵的低秩性;
- (2) 考虑多个时间片数据的连续变化性质, 研究时间维度上的光滑性;
- (3) 在理论上建立算法精度与近似算法的关系, 找到高精度、低复杂度的近似算子.

12 总结

面向未来万物互联的智能社会的愿景, 随着未来的信息量的增长, 需要传输的信息量会出现爆炸式增长, 信息处理的深度也在逐步加深. 经典的信息论、概率论、运筹学和计算理论的方法, 在信息产生、信息传输和信息处理方面面临巨大挑战, 需要从基础理论上寻找突破点.

在信息产生领域, 由于全行业数字化的发展, 用户数据量将呈现飞速的增长, 经典的信息论指导下的通信模型遇到挑战, 需要从源头上思考通信的本质问题, 满足不断增长的万物互联和行业数字化的需求. 语义信息论作为信息论的潜在发展方向, 能够从信息源头上实现信息的大幅度的提取, 而不降低通信接收端的使用价值, 能够极大地提升通信的效率. 要实现这个目标, 需要解决语义编码问题、语义编码速率域和语义解码的关系等重要问题, 需要从概率论和逼近论领域来思考突破途径. 同时也需要统计物理与信息论跨领域的融合来解答这个问题. 无损信源编码可以在熵不变的情况下实现编码码长的进一步缩减, 提升系统的效率. 经典的熵编码和算术编码没有充分地利用序列之间的相关特性, 随着新的统计技术的发展和机器学习技术的进步, 发展一个通用的预训练模型成为可能. 这将提升编码中的预测模型的准确率, 将促进高效的数据缩减. 结合先进的预测模型和经典的熵编码, 有望在无损压缩领域实现新的突破. DNN 在图像等感知类应用中已经取得突破, 未来将开拓更多的应用前景. 但 DNN 在泛化能力、安全可信和高效能方面依然存在不足, 需要进一步探索. 信息论、偏微分方程理论和逼近论等有潜力突破 DNN 的可解释问题, DNN 的理论可解释性的解决将为下一代人工智能奠定良好的基础. 全行业的数字化带来一个新的问题, 需要不同的服务质量满足不同的应用需要, 亟需建立业务模型和进行相关服务性能分析. 万物互联时代的业务模型将不再服从人-人通信时代的业务模型, 需要发现新的业务模型. 近几年发现的幂率业务模型, 一方面, 业务描述上非常简洁, 具有通用性, 似乎是一个普适的科学规律; 另一方面, 由于产生幂率的机制不唯一, 而且无法有效地进行业务性能的计算和分析, 导致这个领域的发展遇到瓶颈. 非线性期望理论作为概率论领域的一个新的工具, 它从非独立同分布的假设出发, 对于业务建模将带来新的思路. 基于非线性概率统计模型和微分方程思想有可能发现新的业务模型, 最终实现业务性能的可计算和可分析, 支撑科学的网络建设.

在信息传输领域, 由于信息量的激增, 一方面需要持续探索提高频谱效率的技术, 不断地提升容量. 大规模天线阵列 Massive MIMO 的通信容量问题还没有解决, 而且更高密度的天线形态如超表面也已经出现, 对于大容量算法提出了更高的挑战. 新的天线形态中经典的简化信道的模型未必适用, 需要从电磁波传播方程的角度进行探索, 研究新的信道模型是否带来新的容量空间. 非线性问题

对于无线和光信道都有影响, 对于光纤信道的影响尤为重要, 是影响高速和长距光通信容量提升的核心问题. 传统的 DBP 算法无法满足高速问题, 从光波动方程出发, 研究新的低复杂度的非线性补偿算法带来新的突破机会. 另一方面, 需要从能耗效率的角度来思考未来的信息传输问题, 构建一个可以担负的绿色通信. 第三, 整个通信网络是一个复杂的巨系统, 信息的传输问题从整体上看就是一个优化问题. 如何对不同场景的问题进行优化建模是一个重要的挑战. 通信网络面临的多目标、非线性、时变、非平稳的大规模优化问题, 很多场景目标函数都无梯度, 经典的凸优化理论不能适用, 需要寻找新的优化工具和建立新的优化理论. 强化学习成为一个非常有潜力的方向. 由于通信网络的变量巨大、实时性强等问题, 多臂老虎机、平均场博弈理论、Markov 决策过程理论等工具在突破强化学习领域具备潜力.

在信息处理领域, 由于信息处理容量的加大和处理深度不断加深, 对信息存储能力和算力提出更高的要求. 生产资料 and 知识类数据信息尤其重要, 需要长期、可靠、低成本的存储. 光存储在容量、环境友好性方面具有很大的优势, 但需要解决高效光信号调制和光信号恢复等问题, 解决多层光信号的干扰问题以提升容量, 以及需要在光的反问题上进行突破. 未来半导体工艺将向更低电压和更高开关速度发展, 将使得半导体的物理电气特性由确定型向概率型转变, 存储和计算的出错将成为常态. 需要考虑由不可靠元件来实现可靠存储和计算功能, 需要探索更高效的编码技术, 寻找更好性质的代数曲线和快速变换方法实现代数几何码的突破. 功耗问题已经成为制约信息传输容量进一步提升和信息深度计算的首要问题. 传统的精确计算的范式将难以为继, 需要从算法理论和计算模型上寻找近似计算方法. 压缩感知、Sketch 理论、高维随机采样和张量理论将有助于建立新的近似计算理论, 实现近似计算领域的突破.

致谢 在本文十大挑战问题的定义中, 华为技术有限公司孙杰、李震、杨璐、彭曦、许延伟、樊玉伟、黄羽亮、侯韩旭等博士给予了大力的协助. 本文也得到韩永祥教授、马志明院士、袁亚湘院士、彭实戈院士、张平院士等人的帮助和斧正. 在此对这些专家的贡献表示感谢.

参考文献

- 1 Watts D J, Strogatz S H. Collective dynamics of ‘small-world’ networks. *Nature*, 1998, 393: 440–442
- 2 Bhagat S, Burke M, Diuk C, et al. Three and a half degrees of separation. <https://research.fb.com/blog/2016/02/three-and-a-half-degrees-of-separation/>, 2016
- 3 Huawei Global Connectivity Index White Paper. Shenzhen: Huawei Technologies Co., Ltd., 2019
- 4 Krizhevsky A, Sutskever I, Hinton G E. ImageNet classification with deep convolutional neural networks. In: *Proceedings of the 25th International Conference on Neural Information Processing Systems*, Volume 1. Red Hook: Curran Associates, 2012, 1097–1105
- 5 Arikan E. Channel polarization: A method for constructing capacity-achieving codes for symmetric binary-input memoryless channels. *IEEE Trans Inform Theory*, 2009, 55: 3051–3073
- 6 Gamal A E, Kim Y-H. *Network Information Theory*. New York: Cambridge University Press, 2011
- 7 Hennessy J L, Patterson D A. *Computer Architecture: A Quantitative Approach*, 6th ed. Amsterdam: Elsevier, 2011
- 8 Shannon C E. A mathematical theory of communication. *Bell Syst Tech J*, 1948, 27: 379–423
- 9 Weaver W. Recent contributions to the mathematical theory of communication. *ETC: A Review of General Semantics*, 1953, 10: 261–281
- 10 Haykin S. *Neural Networks: A Comprehensive Foundation*, 2nd ed. New York: Macmillan College, 1999
- 11 Bölcskei H, Grohs P, Kutyniok G, et al. Optimal approximation with sparsely connected deep neural networks. *SIAM J Math Data Sci*, 2019, 1: 8–45
- 12 Lu Z, Pu H, Wang F, et al. The expressive power of neural networks: A view from the width. In: *Proceedings of the 31st International Conference on Neural Information Processing Systems*. Long Beach: Curran Associates, 2017, 6232–6240
- 13 Shwartz-Ziv R, Tishby N. Opening the black box of deep neural networks via information. *arXiv:1703.00810*, 2017

- 14 Saxe A M, Bansal Y, Dapello J, et al. On the information bottleneck theory of deep learning. *J Stat Mech Theory Exp*, 2019, 2019: 124020
- 15 Li C T, Wu X, Ozgur A, et al. Minimax learning for remote prediction. In: *Proceedings of the 2018 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT)*. Piscataway: IEEE, 2018, 541–545
- 16 Farnia F, Tse D. A minimax approach to supervised learning. In: *Proceedings of the 30th International Conference on Neural Information Processing Systems*. Barcelona: Curran Associates, 2016, 4240–4248
- 17 Körner J, Marton K. How to encode the modulo-two sum of binary sources (corresp.). *IEEE Trans Inform Theory*, 1979, 25: 219–221
- 18 Han T, Kobayashi K. A dichotomy of functions $F(X, Y)$ of correlated sources (X, Y) from the viewpoint of the achievable rate region. *IEEE Trans Inform Theory*, 1987, 33: 69–76
- 19 Orlitsky A, Roche J R. Coding for computing. In: *Proceedings of IEEE 36th Annual Foundations of Computer Science*. Milwaukee: IEEE, 1995, 502–511
- 20 Appuswamy R, Franceschetti M, Karamchandani N, et al. Network coding for computing: Cut-set bounds. *IEEE Trans Inform Theory*, 2011, 57: 1015–1030
- 21 Guang X, Yeung R W, Yang S, et al. Improved upper bound on the network function computing capacity. *IEEE Trans Inform Theory*, 2019, 65: 3790–3811
- 22 Mezard M, Montanari A. *Information, Physics, and Computation*. Oxford: Oxford University Press, 2009
- 23 Advani M, Lahiri S, Ganguli S. Statistical mechanics of complex neural systems and high dimensional data. *J Stat Mech Theory Exp*, 2013, 2013: P03014
- 24 GabriM, Manoel A, Luneau C, et al. Entropy and mutual information in models of deep neural networks. *J Stat Mech Theory Exp*, 2019, 2019: 124014
- 25 Aubin B, Maillard A, Barbier J, et al. The committee machine: Computational to statistical gaps in learning a two-layers neural network. *J Stat Mech Theory Exp*, 2019, 2019: 124023
- 26 Huffman D A. A method for the construction of Minimum-Redundancy codes. *Proc IRE*, 1952, 40: 1098–1101
- 27 Witten I H, Neal R M, Cleary J G. Arithmetic coding for data compression. *Commun ACM*, 1987, 30: 520–540
- 28 Ziv J, Lempel A. A universal algorithm for sequential data compression. *IEEE Trans Inform Theory*, 1977, 23: 337–343
- 29 Ziv J, Lempel A. Compression of individual sequences via variable-rate coding. *IEEE Trans Inform Theory*, 1978, 24: 530–536
- 30 Duda J. Asymmetric numeral systems. *arXiv:0902.0271*, 2009
- 31 Alakuijala J, Farrugia A, Ferragina P, et al. Brotli: A general-purpose data compressor. *ACM Trans Inform Syst*, 2018, 37: Article 4
- 32 Goyal M, Tatwawadi K, Chandak S, et al. DeepZip: Lossless data compression using recurrent neural networks. In: *Proceedings of the 2019 Data Compression Conference (DCC)*. Snowbird: IEEE, 2019, 575–575
- 33 Townsend J, Bird T, Barber D. Practical lossless compression with latent variables using bits back coding. In: *International Conference on Learning Representations*. New Orleans: ICLR, 2019, 1–13
- 34 Hoogeboom E, Peters J, van den Berg R, et al. Integer discrete flows and lossless compression. In: *Proceedings of the 33rd Conference on Neural Information Processing Systems*. Vancouver: Curran Associates, 2019
- 35 Mohit G, Kedar T, Idoia O. DZip: Improved general-purpose lossless compression based on novel neural network modeling. In: *Proceedings of the 2020 Data Compression Conference*. Shubham: Chandak, 2020
- 36 Zeiler M D, Fergus R. Visualizing and understanding convolutional networks. In: *Computer Vision—ECCV 2014*. Cham: Springer, 2014, 818–833
- 37 Springenberg J T, Dosovitskiy A, Brox T, et al. Striving for simplicity: The all convolutional net. In: *International Conference on Learning Representations*. New Orleans: ICLR, 2015
- 38 Zhang Q, Yang Y, Ma H, et al. Interpreting CNNs via decision trees. In: *Proceedings of the 32nd IEEE/CVF Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*. Piscataway: IEEE, 2019, 6261–6270
- 39 Cybenko G. Approximation by superpositions of a sigmoidal function. *Math Control Signals Syst*, 1989, 2: 303–314
- 40 Hornik K. Approximation capabilities of multilayer feedforward networks. *Neural Netw*, 1991, 4: 251–257
- 41 Hanin B. Universal function approximation by deep neural nets with bounded width and ReLU activations. *Mathematics*, 2019, 7: 992
- 42 Barron A R. Universal approximation bounds for superpositions of a sigmoidal function. *IEEE Trans Inform Theory*, 1993, 39: 930–945
- 43 Yarotsky D. Error bounds for approximations with deep ReLU networks. *Neural Netw*, 2017, 94: 103–114
- 44 Yarotsky D, Zhevnerchuk A. The phase diagram of approximation rates for deep neural networks. *Neural PS*, 2020, in press
- 45 Jacot A, Gabriel F, Hongler C. Neural tangent kernel: Convergence and generalization in neural networks. In: *Advances in Neural Information Processing Systems*, vol. 31. Long Beach: Curran Associates, 2018
- 46 Allen-Zhu Z, Li Y, Song Z. A convergence theory for deep learning via over-parameterization. In: *Proceedings of*

- the 36th International Conference on Machine Learning. PMLR, 2019, 242–252
- 47 Chen Z, Cao Y, Gu Q, et al. A generalized neural tangent kernel analysis for two-layer neural networks. arXiv:2002.04026, 2020
- 48 Peng S. Nonlinear Expectations and Stochastic Calculus under Uncertainty: With Robust CLT and G-Brownian Motion. Berlin-Heidelberg: Springer, 2019
- 49 Shanbhag N R, Verma N, Kim Y, et al. Shannon-inspired statistical computing for the nanoscale era. Proc IEEE, 2019, 107: 90–107
- 50 Cover T M, Thomas J A. Elements of Information Theory, 2nd ed. New York: John Wiley & Sons, 2006
- 51 Psounis K, Ghosh A, Prabhakar B, et al. SIFT: A simple algorithm for tracking elephant flows, and taking advantage of power laws. In: Proceedings of the 43rd Allerton Conference on Communication, Control and Computing. Illinois: Curran Associates, 2005
- 52 Peng X, Bai B, Zhang G, et al. Bit-level power-law queueing theory with applications in LTE networks. In: Proceedings of the 2018 IEEE Global Communications Conference (GLOBECOM). Abu Dhabi: IEEE, 2018, 1–6
- 53 Data Services Blocking Theory White Paper. Shenzhen: Huawei Technologies Co., Ltd., 2016
- 54 Lindley D V. The theory of queues with a single server. In: Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society. Cambridge: Cambridge University Press, 1952, 277–289
- 55 Stidham S Jr., Prabhu N U. Optimal control of queueing systems. In: Mathematical Methods in Queueing Theory. New York: Springer-Verlag, 1974, 263–294
- 56 Zwart A P, Boxma O J. Sojourn time asymptotics in the M/G/1 processor sharing queue. Queueing Syst, 2000, 35: 141–166
- 57 Vanlerberghe J, Walraevens J, Maertens T, et al. A procedure to approximate the mean queue content in a discrete-time generalized processor sharing queue with bernoulli arrivals. Perform Eval, 2019, 134: 102001
- 58 Ghosh S, Banik A D. An algorithmic analysis of the BMAP/MSP/1 generalized processor-sharing queue. Comput Oper Res, 2017, 79: 1–11
- 59 Wang L, Min G, Kouvatsos D D, et al. Analytical modeling of an integrated priority and WFQ scheduling scheme in multi-service networks. Comput Commun, 2010, 33: S93–S101
- 60 Yadav A L, Vyavahare P, Bansod P. QoS in WiMAX hybrid schedulers for heterogeneous traffic and their performance comparison. Int J Electron, 2020, 107: 561–575
- 61 Billaud J-P, Gulati A. Hclock: Hierarchical QoS for packet scheduling in a hypervisor. In: Proceedings of the 8th ACM European Conference on Computer Systems. New York: Association for Computing Machinery, 2013, 309–322
- 62 Saeed A, Zhao Y, Dukkipati N, et al. Eiffel: Efficient and flexible software packet scheduling. In: Proceedings of the 16th USENIX Symposium on Networked Systems Design and Implementation (NSDI 19). Boston: USENIX Association, 2019, 17–32
- 63 Jackson J R. Networks of waiting lines. Oper Res, 1957, 5: 518–521
- 64 Telatar E. Capacity of multi-antenna Gaussian channels. Eur Trans Tele, 1999, 10: 585–595
- 65 Rusek F, Persson D, Lau B K, et al. Scaling up MIMO: Opportunities and challenges with very large arrays. IEEE Signal Process Mag, 2012, 30: 40–60
- 66 Li X, Zhou S, Björnson E, et al. Capacity analysis for spatially non-wide sense stationary uplink massive MIMO systems. IEEE Trans Wirel Commun, 2015, 14: 7044–7056
- 67 Björnson E, Hoydis J, Sanguinetti L. Massive MIMO has unlimited capacity. IEEE Trans Wirel Commun, 2017, 17: 574–590
- 68 Ngo H Q, Ashikhmin A, Yang H, et al. Cell-free massive MIMO: Uniformly great service for everyone. In: Proceedings of the 16th International Workshop on Signal Processing Advances in Wireless Communications (SPAWC). Stockholm: IEEE, 2015, 201–205
- 69 Cui T J, Li L, Liu S, et al. Information metamaterial systems. Iscience, 2020, 23: 145–152
- 70 Yu W, Rhee W, Boyd S, et al. Iterative water-filling for Gaussian vector multiple-access channels. IEEE Trans Inform Theory, 2004, 50: 145–152
- 71 Goldsmith A, Jafar S A, Jindal N, et al. Capacity limits of MIMO channels. IEEE J Sel Areas Commun, 2003, 21: 684–702
- 72 Vishwanath S, Jindal N, Goldsmith A. Duality, achievable rates, and sum-rate capacity of Gaussian MIMO broadcast channels. IEEE Trans Inform Theory, 2003, 49: 2658–2668
- 73 Yu N, Genevet P, Kats M A, et al. Light propagation with phase discontinuities: Generalized laws of reflection and refraction. Science, 2011, 334: 333–337
- 74 Cui T J, Qi M Q, Wan X, et al. Coding metamaterials, digital metamaterials and programmable metamaterials. Light Sci Appl, 2014, 3: e218
- 75 Pizzo A, Marzetta T L, Sanguinetti L. Spatially-stationary model for holographic MIMO small-scale fading. IEEE J Sel Areas Commun, 2020, 38: 1964–1979
- 76 Dardari D. Communicating with large intelligent surfaces: Fundamental limits and models. IEEE J Sel Areas

- Commun, 2020, 38: 2526–2537
- 77 Rafique D. Fiber nonlinearity compensation: Commercial applications and complexity analysis. *J Lightwave Technol*, 2016, 34: 544–553
 - 78 Agrawal G P. Nonlinear fiber optics. In: *Nonlinear Science at the Dawn of the 21st Century*. New York: Academic Press, 2000, 195–211
 - 79 Ip E, Kahn J M. Compensation of dispersion and nonlinear impairments using digital backpropagation. *J Lightwave Technol*, 2008, 26: 3416–3425
 - 80 Essiambre R-J, Kramer G, Winzer P J, et al. Capacity limits of optical fiber networks. *J Lightwave Technol*, 2010, 28: 662–701
 - 81 Rameez A, Chien-Yu L, Muhammad U, et al. Electronic mitigation of fiber transmission impairments in 100Gbit/s WDM phase encoded transmission with optical add-drop multiplexers. In: *Proceedings of the Photonics North 2011*. Kent: International Society for Optics and Photonics, 2011, 800715
 - 82 Asif R, Lin C-Y, Holtmannspoetter M, et al. Logarithmic step-size based digital backward propagation in N-channel 112Gbit/s/ch DP-QPSK transmission. In: *Proceedings of the 13th International Conference on Transparent Optical Networks*. Stockholm: IEEE, 2011, 1–4
 - 83 Secondini M, Rommel S, Meloni G, et al. Single-step digital backpropagation for nonlinearity mitigation. *Photonic Netw Commun*, 2016, 31: 493–502
 - 84 Boyd S, Vandenberghe L. *Convex Optimization*. Cambridge: Cambridge University Press, 2004
 - 85 Low S H, Lapsley D E. Optimization flow control, I: Basic algorithm and convergence. *IEEE Trans Netw*, 1999, 7: 861–874
 - 86 Chiang M, Low S H, Calderbank A R, et al. Layering as optimization decomposition: A mathematical theory of network architectures. *Proc IEEE*, 2007, 95: 255–312
 - 87 Marler R T, Arora J S. Survey of multi-objective optimization methods for engineering. *Struct Multidiscipl Optim*, 2004, 26: 369–395
 - 88 Maros I. *Computational Techniques of the Simplex Method*. New York: Springer, 2003
 - 89 Lubin M, Hall J A J, Petra C G, et al. Parallel distributed-memory simplex for large-scale stochastic LP problems. *Comput Optim Appl*, 2013, 55: 571–596
 - 90 Bixby R E. Solving real-world linear programs: A decade and more of progress. *Oper Res*, 2002, 50: 3–15
 - 91 Lamperski A, Doyle J C. Output feedback H2 model matching for decentralized systems with delays. In: *Proceedings of the 2013 American Control Conference*. Washington: IEEE, 2013, 5778–5783
 - 92 Lamperski A, Doyle J C. The H2 control problem for quadratically invariant systems with delays. *IEEE Trans Automat Control*, 2014, 60: 1945–1950
 - 93 Bertsekas D P. *Reinforcement Learning and Optimal Control*. Belmont: Athena Scientific, 2019
 - 94 Vermorel J, Mohri M. Multi-armed bandit algorithms and empirical evaluation. In: *Machine Learning: ECML 2005*. Berlin-Heidelberg: Springer, 2005, 437–448
 - 95 Bubeck S, Cesa-Bianchi N. Regret analysis of stochastic and nonstochastic multi-armed bandit problems, part i. *Found Trends Mach Learn*, 2012, 5: 1–122
 - 96 Caines P E, Huang M, Malhamé R P. Mean field games. In: *Handbook of Dynamic Game Theory*. London: Springer, 2015
 - 97 Valadarsky A, Schapira M, Shahaf D, et al. Learning to route. In: *Proceedings of the 16th ACM Workshop on Hot Topics in Networks*. Palo Alto: Association for Computing Machinery, 2017, 185–191
 - 98 Reinsel D, Gantz J, Rydning J. *Data Age 2025: The Digitization of the World from Edge to Core*. Framingham: International Data Corporation, 2018
 - 99 White Paper: Archival Disc Technology. https://panasonic.net/cns/archiver/pdf/E.WhitePaper_ArchivalDisc_1st.Edition.pdf, 2015
 - 100 Zhang J, Gecevicius M, Beresna M, et al. Seemingly unlimited lifetime data storage in nanostructured glass. *Phys Rev Lett*, 2014, 112: 033901
 - 101 Niidome Y, Urakawa S, Kawahara M, et al. Dichroism of poly (vinylalcohol) films containing gold nanorods induced by polarized pulsed-laser irradiation. *Jpn J Appl Phys*, 2003, 42: 1749–1750
 - 102 Ganic D, Day D, Gu M. Multi-level optical data storage in a photobleaching polymer using two-photon excitation under continuous wave illumination. *Opt Lasers Eng*, 2002, 38: 433–437
 - 103 Lee W, Zhou Z, Chen X, et al. A rewritable optical storage medium of silk proteins using near-field nano-optics. *Nat Nanotechnol*, 2020, 15: 941–947
 - 104 Yaman F, Yakhno V G, Potthast R. A survey on inverse problems for applied sciences. *Math Probl Eng*, 2013, 2013: 976837
 - 105 Fan Y, Ying L. Solving electrical impedance tomography with deep learning. *J Comput Phys*, 2020, 404: 109119
 - 106 Kuian M, Reichel L, Shiyankovskii S V. Accuracy optimization of combined multiparameter measuring systems with application to polarized light microscopy. *Phys Rev E*, 2018, 97: 063305

- 107 Shribak M, Oldenbourg R. Techniques for fast and sensitive measurements of two-dimensional birefringence distributions. *Appl Opt*, 2003, 42: 3009–3017
- 108 Anderson P, Black R, Cerkauskaitė A, et al. Glass: A new media for a new era? In: *Proceedings of the 10th USENIX Workshop on Hot Topics in Storage and File Systems (HotStorage 18)*. Boston: USENIX Association, 2018
- 109 Shirvanimoghaddam M, Mohammadi M S, Abbas R, et al. Short block-length codes for ultra-reliable low latency communications. *IEEE Commun Mag*, 2018, 57: 130–137
- 110 Reed I S, Solomon G. Polynomial codes over certain finite fields. *J Soc Ind Appl Math*, 1960, 8: 300–304
- 111 Gilbert E N. A comparison of signalling alphabets. *Bell Syst Tech J*, 1952, 31: 504–522
- 112 Varshamov R R. Estimate of the number of signals in error correcting codes. *Dokl Akad Nauk SSSR*, 1957, 117: 739–741
- 113 Goppa V D. Codes on algebraic curves. *Soviet Math Dokl*, 1981, 259: 170–172
- 114 Tsfasman M A, Vlăduț S G, Zink T. Modular curves, Shimura curves, and Goppa codes, better than Varshamov-Gilbert bound. *Math Nachr*, 1982, 109: 21–28
- 115 Garcia A, Stichtenoth H. A tower of Artin-Schreier extensions of function fields attaining the Drinfeld-Vladut bound. *Invent Math*, 1995, 121: 211–222
- 116 Garcia A, Stichtenoth H. On the asymptotic behaviour of some towers of function fields over finite fields. *J Number Theo*, 1996, 61: 248–273
- 117 Shum K W, Aleshnikov I, Kumar P V, et al. A low-complexity algorithm for the construction of algebraic-geometric codes better than the Gilbert-Varshamov bound. *IEEE Trans Inform Theory*, 2001, 47: 2225–2241
- 118 Feng G L, Rao T R N. Decoding algebraic-geometric codes up to the designed minimum distance. *IEEE Trans Inform Theory*, 1993, 39: 37–45
- 119 Lin S-J, Chung W-H, Han Y S. Novel polynomial basis and its application to Reed-Solomon erasure codes. In: *Proceedings of the 55th Annual Symposium on Foundations of Computer Science*. Philadelphia: IEEE, 2014, 316–325
- 120 Lin S-J, Al-Naffouri T Y, Han Y S, et al. Novel polynomial basis with fast Fourier transform and its application to Reed-CSolomon erasure codes. *IEEE Trans Inform Theory*, 2016, 62: 6284–6299
- 121 Lin S-J, Al-Naffouri T Y, Han Y S. FFT algorithm for binary extension finite fields and its application to Reed-Solomon codes. *IEEE Trans Inform Theory*, 2016, 62: 5343–5358
- 122 Tang N, Lin Y. Fast encoding and decoding algorithms for arbitrary (n, k) Reed-Solomon codes over $GF(2^m)$. *IEEE Commun Lett*, 2020, 24: 716–719
- 123 Yu L, Lin Z, Lin S-J, et al. Fast encoding algorithms for Reed-Solomon codes with between four and seven parity symbols. *IEEE Trans Comput*, 2020, 69: 699–705
- 124 Skorobogatov A N, Vladut S G. On the decoding of algebraic-geometric codes. *IEEE Trans Inform Theory*, 1990, 36: 1051–1060
- 125 Vladut S. On the decoding of algebraic-geometric codes over F_q for $q \geq 16$. *IEEE Trans Inform Theory*, 1990, 36: 1461–1463
- 126 Sakata S, Justesen J, Madelung Y, et al. Fast decoding of algebraic-geometric codes up to the designed minimum distance. *IEEE Trans Inform Theory*, 1995, 41: 1672–1677
- 127 Ren J. On the structure of Hermitian codes and decoding for burst errors. *IEEE Trans Inform Theory*, 2004, 50: 2850–2854
- 128 Sparsh M. A survey of techniques for approximate computing. *ACM Comput Surv*, 2016, 48: 62
- 129 St. Amant R, Yazdanbakhsh A, Park J, et al. General-purpose code acceleration with limited-precision analog computation. *ACM SIGARCH Comput Archit News*, 2014, 42: 505–516
- 130 Venkataramani S, Raghunathan A, Liu J, et al. Scalable-effort classifiers for energy-efficient machine learning. In: *Proceedings of the 52nd Annual Design Automation Conference*. New York: Association for Computing Machinery, 2015, 1–6
- 131 Yazdanbakhsh A, Mahajan D, Thwaites B, et al. Axilog: Language support for approximate hardware design. In: *Proceedings of the 2015 Design, Automation Test in Europe Conference Exhibition*. Grenoble: IEEE, 2015, 812–817
- 132 Miguel J S, Badr M, Jerger N E. Load value approximation. In: *Proceedings of the 47th Annual IEEE/ACM International Symposium on Microarchitecture*. Cambridge: IEEE, 2014, 127–139
- 133 Venkataramani S, Chippa V K, Chakradhar S T, et al. Quality programmable vector processors for approximate computing. In: *Proceedings of the 46th Annual IEEE/ACM International Symposium on Microarchitecture (MICRO)*. Davis: IEEE, 2013, 1–12
- 134 Yeh T, Faloutsos P, Ercegovac M, et al. The art of deception: Adaptive precision reduction for area efficient physics acceleration. In: *Proceedings of the 40th Annual IEEE/ACM International Symposium on Microarchitecture (MICRO 2007)*. Chicago: IEEE, 2007, 394–406
- 135 Tian Y, Zhang Q, Wang T, et al. Approxma: Approximate memory access for dynamic precision scaling. In:

- Proceedings of the 25th Edition on Great Lakes Symposium on VLSI. New York: Association for Computing Machinery, 2015, 337–342
- 136 Flajolet P, Martin G N. Probabilistic counting algorithms for data base applications. *J Comput Syst Sci*, 1985, 31: 182–209
 - 137 Huang Q, Jin X, Lee P P C, et al. Sketchvisor: Robust network measurement for software packet processing. In: *Proceedings of the Conference of the ACM Special Interest Group on Data Communication*. New York: Association for Computing Machinery, 2017, 113–126
 - 138 Braverman V, Ostrovsky R. Generalizing the layering method of Indyk and Woodruff: Recursive sketches for frequency-based vectors on streams. In: *Approximation, Randomization, and Combinatorial Optimization. Algorithms and Techniques*. Berlin-Heidelberg: Springer, 2013, 58–70
 - 139 Chippa V K, Mohapatra D, Roy K, et al. Scalable effort hardware design. *IEEE Trans Very Large Scale Integr VLSI Syst*, 2014, 22: 2004–2016
 - 140 Rahimi A, Ghofrani A, Cheng K-T, et al. Approximate associative memristive memory for energy-efficient GPUs. In: *Proceedings of the 2015 Design, Automation Test in Europe Conference Exhibition*. Grenoble: IEEE, 2015, 1497–1502
 - 141 McAfee L, Olukotun K. Emeuro: A framework for generating multi-purpose accelerators via deep learning. In: *Proceedings of the 2015 IEEE/ACM International Symposium on Code Generation and Optimization (CGO)*. San Francisco: IEEE, 2015, 125–135
 - 142 Pitel G, Fouquier G. Count-min-log sketch: Approximately counting with approximate counters. *arXiv:1502.04885*, 2015
 - 143 Chen J C, Zhang Q. Bias-aware sketches. *Proc VLDB Endow*, 2017, 10: 961–972
 - 144 Pandey P, Bender M A, Johnson R, et al. A general-purpose counting filter: Making every bit count. In: *Proceedings of the 2017 ACM International Conference on Management of Data*. New York: Association for Computing Machinery, 2017, 775–787
 - 145 Goyal A, DauméII H, Cormode G. Sketch algorithms for estimating point queries in NLP. In: *Proceedings of the 2012 Joint Conference on Empirical Methods in Natural Language Processing and Computational Natural Language Learning*. Jeju Island: Korea, 2012, 1093–1103
 - 146 Candès E J, Romberg J K, Tao T. Stable signal recovery from incomplete and inaccurate measurements. *Commun Pure Appl Math*, 2006, 59: 1207–1223
 - 147 Cormode G, Muthukrishnan S. Towards an algorithmic theory of compressed sensing. Technical Report. Center for Discrete Math and Comp Sci (DIMACS), 2005, 25
 - 148 Chen Y-C, Qiu L, Zhang Y, et al. Robust network compressive sensing. In: *Proceedings of the 20th annual international conference on Mobile computing and networking*. Maui: Association for Computing Machinery, 2014, 545–556
 - 149 Kong L, Xia M, Liu X-Y, et al. Data loss and reconstruction in sensor networks. In: *Proceedings of the 2013 IEEE INFOCOM*. Turin: IEEE, 2013, 1654–1662
 - 150 Zhang Y, Roughan M, Willinger W, et al. Spatio-temporal compressive sensing and internet traffic matrices. In: *Proceedings of the ACM SIGCOMM 2009 Conference on Data communication*. New York: Association for Computing Machinery, 2009, 267–278
 - 151 Vardi Y. Network tomography: Estimating source-destination traffic intensities from link data. *J Amer Stat Assoc*, 1996, 91: 365–377
 - 152 Bharti V, Kankar P, Setia L, et al. Inferring invisible traffic. In: *Proceedings of the 6th International Conference*. Philadelphia: Association for Computing Machinery, 2010, Article 22
 - 153 Roughan M. Simplifying the synthesis of internet traffic matrices. *ACM SIGCOMM Comput Commun Rev*, 2005, 35: 93–96
 - 154 Zhang Y, Roughan M, Lund C, et al. Estimating point-to-point and point-to-multipoint traffic matrices: An information-theoretic approach. *IEEE Trans Netw*, 2005, 13: 947–960
 - 155 Xie K, Wang X, Wang X, et al. Accurate recovery of missing network measurement data with localized tensor completion. *IEEE-ACM Trans Netw*, 2019, 27: 2222–2235

Ten key ICT challenges in the post-Shannon era

Wenwei Xu, Gong Zhang, Bo Bai, Chao Ai & Jin Wu

Abstract Considering the vision of building a fully connected, intelligent world, this paper investigates the technological challenges and proposes ten key challenges that the information and communications technologies (ICT) industry is facing from the perspectives of the generation, transmission, and processing of information. These challenges cover the subjects of information theory, operational research, control theory, computational theory, and artificial intelligence. The paper first discusses the backgrounds of these ten challenges and their definitions, and offers the literature reviews of the current research. Then, it presents the potential methods for solving these problems as well as the future research directions. Finally, the paper introduces the opportunities for making theoretical breakthroughs in order to solve these problems, including the following: Transcending the Shannon information theory to build a framework of semantic information theory; building a theoretical framework to improve the explainability of deep neural networks; overcoming the challenges of the traditional queuing theory and optimization theory related to solving networking problems, and developing new theories such as network queuing theory and network optimization theory; and overcoming the constraints of power consumption and complexity to build a theoretical framework for approximate computing.

Keywords information theory, probability theory, optimization theory, operational research, inverse problem, non-linear Schrödinger equation, deep neural network (DNN), approximate computing

MSC(2020) 00A07, 11T71, 35-02, 35Q41, 35Q61, 41-02, 68-02, 68M10, 68M20, 68P20, 68P30, 68T07, 68W25, 78-02, 78A46, 93-02, 93A16, 93C57, 94-02, 94A05, 94A15, 94A24, 94A29, 94A34, 94B27, 94B35

doi: 10.1360/SSM-2021-0013