



复杂裂隙网络无压渗流分析的变分不等式提法

姜清辉^{①②*}, 叶祖洋^②, 姚池^②, 周创兵^{①②}

① 武汉大学土木建筑工程学院, 武汉 430072;

② 武汉大学水资源与水电工程科学国家重点实验室, 武汉 430072

* E-mail: jqh1972@yahoo.com.cn

收稿日期: 2012-01-12; 接受日期: 2012-04-05

国家自然科学基金(批准号: 51079110)和国家重点基础研究发展计划(“973”计划)(批准号: 2011CB013506)资助项目

摘要 通过对仅适用于湿区裂隙渗流的 Darcy 定理进行延拓处理, 并将潜在溢出面归纳为 Signorini 型互补边界条件, 建立了定义在裂隙网络全域上无压渗流问题的偏微分方程(PDE)提法. 为了减小试探函数的选取难度和消除溢出点的奇异性, 进一步发展了与 PDE 提法等价的变分不等式(VI)提法, 并给出了离散型变分不等式提法的有限元数值求解格式、迭代算法与计算流程. 由于使用了连续型的 Heaviside 函数代替阶跃型函数, 避免了对位于过渡区域裂隙单元进行积分时形成的数值跳跃, 从而显著提高了有限元数值求解过程中的稳定性. 典型算例的计算结果验证了该方法的有效性和可靠性, 并表明基于离散裂隙网络模型的无压渗流分析不但可以较好模拟裂隙岩体渗流的非均质性和优势水流方向, 还可以准确预测坡体内部排水结构的渗流量, 为裂隙岩体边坡防渗排水系统的优化布置提供科学依据.

关键词
裂隙网络
渗流
自由面
变分不等式
Signorini 型条件

在漫长地质历史演变过程中, 岩体经历了复杂的地质作用与构造作用, 导致岩体内部裂隙分布的随机性、形态多样性和空间不均匀性, 由于裂隙的存在控制着岩体的变形、强度和渗透特性, 因此, 对岩体结构及其力学特性的准确描述一直是工程地质和岩体力学领域研究的热点和难点问题.

裂隙岩体渗流是岩体水力学研究的重要内容, 由于孔隙介质十分成熟的理论和工程经验, 使得近代的工程设计仍把裂隙岩体等效为连续体, 采用基于多孔介质的渗流理论分析裂隙岩体的渗流行为^[1-5]. 但对于裂隙岩体而言, 岩体中大量发育的裂隙是地下流体流动的控制性路径, 由全体裂隙构成的裂隙网络所形成的渗流通道控制着地下水的流量、油气储

层的出产率以及溶质运移和核素的迁移速率等, 只有在对裂隙的几何形状和统计特性进行准确描述的基础上才能对裂隙岩体的渗流行为做出合理的预测. 因此, 建立在详细的裂隙统计基础上的离散裂隙网络模型相对更能准确地刻画裂隙岩体渗流的基本规律.

自 20 世纪 60 年代以来, 很多学者开展了基于裂隙网络模型的地下水运动的研究. Wittke 等人^[6]认为裂隙面内的水流为层流, 符合 Darcy 定律, 根据节点流量守恒和回路压力守恒建立总体方程, 提出了裂隙网络渗流分析的线索法; Wilson 等人^[7]采用线单元模拟岩体中的裂隙, 采用三角形单元模拟不规则裂隙的通道, 提出了裂隙岩体渗流分析有限元格式. 毛

昶熙等人^[8]将裂隙系统视为电阻网络或水管网, 发展了各向异性裂隙岩体的渗流计算方法; 王恩志等人^[9]采用图论描述裂隙网络的基本构成, 提出了相应的裂隙网络渗流数值模型. 柴军瑞等人^[10]建立了一个在坝基裂隙网络内非稳定渗流场和应力场耦合分析的数学模型. 由于裂隙展布具有明显的空间特征, 近年来, 裂隙网络渗流分析被拓展到三维, 代表性的研究有 Long^[11]提出的三维圆盘裂隙网络模型、Dershowitz^[12]提出的三维多边形裂隙网络模型、Cacas 等人^[13]提出的圆形管道模型、王恩志等人^[14]建立的由管状线单元、缝状面单元和带状体单元组合而成的三维裂隙网络渗流数值模型.

裂隙岩体稳定渗流分析包括有压渗流和无压渗流. 对于有压渗流, 渗流区域的范围和边界条件已知, 因此, 这类问题的求解是线性的. 对于无压渗流, 由于渗流自由面和溢出面的位置是未知的, 因此, 此类问题往往是非线性的, 需要迭代求解. 目前, 国内外对基于裂隙网络模型的渗流问题研究主要集中在有压渗流分析, 对于有自由面的无压渗流分析, 大多借鉴多孔介质求解渗流自由面的直觉化方法^[15, 16], 由于直觉化方法并没有从理论上解决溢出点的奇异性问题^[17], 将其应用到含有大规模的复杂裂隙网络无压渗流分析时往往难以收敛.

本文的研究目标是发展适用于复杂裂隙网络无压渗流分析的数值模拟方法. 首先, 借鉴 Bathe-Khoshgoftar 的调整渗透系数法思想^[18], 将 Darcy 定理延拓到整个区域, 并将潜在溢出面定义为 Signorini 型互补边界条件, 建立了二维裂隙网络渗流问题全域上的偏微分方程(PDE)提法及与之等效的变分不等式(VI)提法. 然后, 采用有限元法的线单元模拟裂隙, 并通过使用连续型的罚 Heaviside 函数代替阶梯型函数, 提出了求解复杂裂隙网络无压渗流分析的有限元数值求解格式, 给出了相应的迭代算法和计算流程.

1 有自由面裂隙网络渗流问题的描述

由于完整岩块的渗透性相当微弱, 裂隙及其空间组合形成的网络是地下水运动的主要通道. 值得指出, 裂隙网络并不等同于渗透网络, 其主要区别在于: 裂隙网络可能包含孤立的、未连通的结构面, 若忽略岩块的透水性, 则在渗透网络中应将它排除在

外. 因此, 在进行裂隙网络渗流分析前需要进行网络净化处理, 去掉孤立的以及未连通的结构面, 形成渗透网络. 从图论的观点, 所谓的渗透网络是一种连通图, 即渗透网络的每 2 个节点之间至少存在一条通路. 图 1 给出了随机生成的裂隙网络以及经过净化处理后形成的渗透网络.

不失一般性, 以图 1 所示裂隙岩体渗流问题为例. 对于存在自由面的无压渗流问题, 区域 $\Omega(\Omega=\Omega_w\cup\Omega_d)$ 上的渗流实际上仅在自由面 Γ_f 以下的湿区 Ω_w 中运动. 在多孔连续介质渗流理论中, 自由面是一个由计算域上压力水头为零且法向流速为零的点组成的连续曲面. 而对于裂隙岩体而言, 当忽略岩块的渗透性时,

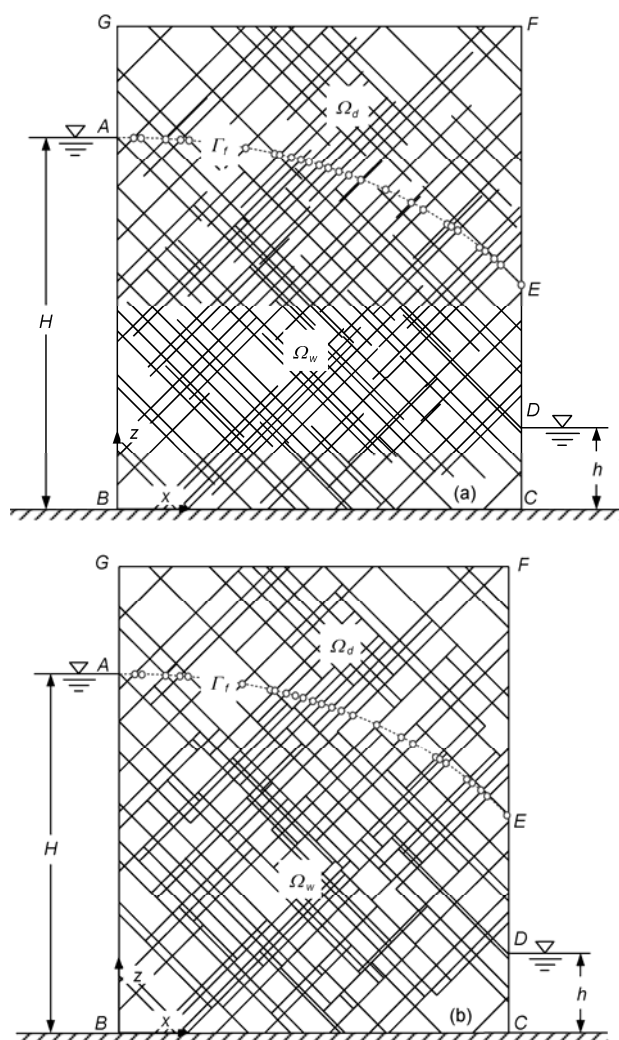


图 1 有自由面的裂隙岩体渗流示意图
(a) 裂隙网络; (b) 渗透网络

裂隙岩体渗流是沿裂隙网络定向进行的, 自由面在裂隙处表现为零压力面, 依次连接裂隙处的零压力面位置可形成裂隙岩体渗流的自由面边界(见图 1), 但与连续介质的渗流自由面不同, 裂隙网络渗流的自由面并不是一条流线.

假定边坡上游水位面位于 A 点, 下游水位面位于 D 点, BC 为不透水边界, E 为溢出点, AE 为由裂隙岩体渗流的自由面. 为了建立裂隙网络无压渗流分析的 PDE 提法, 引入以下基本假定: 1) 流体不可压缩; 2) 岩块不透水, 地下水仅在裂隙网络中流动; 3) 地下水在裂隙中的流动服从立方定理.

把岩体中的裂隙概化为光滑平行板模型, 如图 2 所示, 对任意裂隙段 ij 建立局部坐标系, 根据 Darcy 定理, 在裂隙段 ij 内的流速可表示为

$$v_{ij} = -k_{ij} \frac{\partial \phi}{\partial l} \quad (\text{in } \Omega_w), \quad (1)$$

式中, $\phi = z + p/r_w$ 为总水头, z 为垂直坐标分量, p 为裂隙水压力, r_w 为水的容重; k_{ij} 是裂隙段 ij 的渗透系数, 根据立方定理可得

$$k_{ij} = \frac{gb_{ij}^2}{12\nu}, \quad (2)$$

其中, g 为重力加速度, b_{ij} 为裂隙段 ij 的隙宽, ν 为水的运动粘滞系数.

水在裂隙段 ij 内的流动应满足连续性方程

$$\frac{\partial v_{ij}}{\partial l} = 0 \quad (\text{in } \Omega_w). \quad (3)$$

由方程(3)可知, v_{ij} 在裂隙段 ij 上为常量. 设有 m_i 条裂隙汇聚于节点 i , 如图 3 所示. 由于节点 i 本身不具备储存流体的能力, 依据质量守恒原理, 节点总流量的代数和为零, 即

$$\sum_{j=1}^{m_i} b_{ij} v_{ij} = 0 \quad (\text{in } \Omega_w). \quad (4)$$

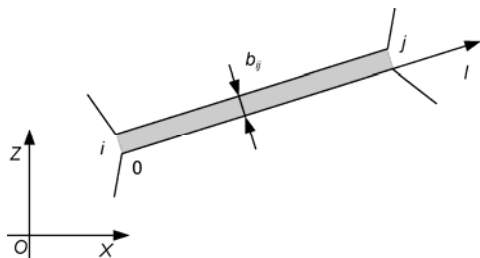


图 2 裂隙 ij 的局部坐标

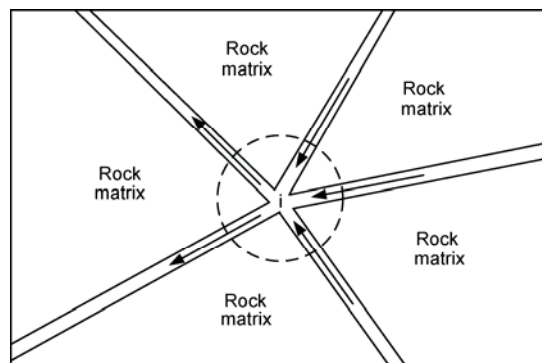


图 3 通过节点 i 的渗流量

水在裂隙网络湿区内的运动应满足连续性方程(3)、质量守恒方程(4)以及下列边界条件.

(I) 水头边界条件

$$\phi_i = \bar{\phi} \quad (\text{节点 } i \text{ 在 } \Gamma_\phi = AB + CD \text{ 上}), \quad (5)$$

式中, $\bar{\phi}$ 为水头边界 Γ_ϕ 上的已知水头, 在上、下游面分别为 H 和 h .

(II) 流量边界条件

$$q_{ij} = b_{ij} v_{ij} = 0 \quad (\text{节点 } i \text{ 在 } \Gamma_q = BC \text{ 上}), \quad (6)$$

式中, Γ_q 为隔水边界.

(III) 自由面边界条件

$$\phi_c = z_c, \quad q_{ic}|_{\Omega_w} = q_{cj}|_{\Omega_d} = 0 \quad (\text{裂隙 } ij \text{ 穿过 } \Gamma_f = AE), \quad (7)$$

式中, c 表示裂隙段 ij 与自由面的交点.

(IV) 溢出面边界条件

$$\phi_i = z_i, \quad q_{ij} \leq 0 \quad (\text{节点 } i \text{ 在 } \Gamma'_s = DE \text{ 上}). \quad (8)$$

至此, 给出了带自由面裂隙网络渗流问题的基本方程和边界条件, 自由面 Γ_f 的位置事先未知, 因此确定其位置成了裂隙岩体无压渗流分析的主要内容.

2 裂隙网络全域上边值问题的 PDE 提法

为了建立整个裂隙网络区域 Ω 上的边值问题, 借鉴 Bathe-Khoshgoftar 的调整渗透系数法的思想, 将仅适用于湿区裂隙渗流的 Darcy 定理延拓到整个区域, 使得位于干区裂隙内的流量趋于 0, 得

$$v_{ij} = -k_{ij}^e \frac{\partial \phi}{\partial l}, \quad (9)$$

式中, $k_{ij}^\varepsilon = H_\varepsilon(\phi - z)k_{ij}$, $H_\varepsilon(\phi - z)$ 是经 ε 惩罚后的 Heavside 函数,

$$H_\varepsilon(\phi - z) = \begin{cases} 1, & \text{if } \phi \geq z \text{ (in } \Omega_w), \\ \varepsilon, & \text{if } \phi < z \text{ (in } \Omega_d). \end{cases} \quad (10)$$

此处要求正数 $\varepsilon \ll 1$, 当 $\varepsilon \rightarrow 0$, H_ε 趋近于真实的 Heavside 函数.

显然, (9) 式中的 v_{ij} 仍满足连续性方程(3). 为了回避 Ω_w 的不确定性, 将构造一个定义在全域上的边值问题: 求函数 ϕ , 使其满足

(I) 广义 Darcy 定律式(9)、连续性方程(3)和质量守恒方程(4);

(II) 在 $\Gamma_\phi = AB + CD$ 上满足水头边界条件(5);

(III) 在 $\Gamma_q = BC$ 上满足流量边界条件(6);

(IV) 在剩余边界 $\Gamma_s = DFGA$ 上满足 Signorini 型互补边界条件

$$\begin{cases} \phi_i \leq z_i, q_{ij} \leq 0, \\ (\phi_i - z_i)q_{ij} = 0, \end{cases}$$

(节点 i 在边界 $\Gamma_s = DFGA$ 上). (11)

定义在全域边值问题上的函数 ϕ 具有以下属性: ϕ 的最大、最小值分别为上、下游水位高程 H 和 h (见图 1); 且 ϕ 将全域 Ω 分成 2 个区域

湿区(正压区):

$$\Omega_w = \{(x, z) | \phi(x, z) \geq z, (x, z) \in \Omega\}. \quad (12)$$

干区(负压区):

$$\Omega_d = \{(x, z) | \phi(x, z) < z, (x, z) \in \Omega\}. \quad (13)$$

现对上述论断给予如下证明. 首先, 对任意裂隙 ij , ϕ 仅在节点 i, j 取得其极大值或极小值, 因为根据连续性方程 $\partial v_{ij} / \partial l = 0$ 可知, ϕ 在裂隙 ij 呈线性变化; 其次, 假定 ϕ 在裂隙 ij 的节点 i 取得极大值(或极小值), 那么 $q_{ij} > 0$ (或 $q_{ij} < 0$). 因此可以断定, ϕ 的最大值不可能在裂隙网络内部 Ω_n 、流量边界 Γ_q 和潜在溢出边界 Γ_s 上的节点取得. 假设 ϕ 在 Ω_n 内的节点 i 取得最大值, 对于围绕与 i 节点相连的所有裂隙, 有 $\sum_{j=1}^{m_i} q_{ij} > 0$, 这与质量守恒方程式(4)相矛盾; 假设 ϕ 在不透水边界 $\Gamma_q = BC$ 或潜在溢出边界 $\Gamma_s = DFGA$ 上的节点 i' 取得最大值, 则有 $q_{i'j} > 0$, 这与边界条件

(6)或(11)相矛盾; 显然, ϕ 也不会在下流水头边界 $\Gamma_\phi = CD$ 上取得最大值, 所以, ϕ 只能在上流水头边界 $\Gamma_\phi = AB$ 上取得最大值 H .

同样, ϕ 也不可能在裂隙网络内部 Ω_n 、流量边界 Γ_q 上的节点取得其最小值. 假设 ϕ 在 Ω_n 内的节点 i 取得最小值, 对于围绕与 i 节点相连的所有裂隙, 有 $\sum_{j=1}^{m_i} q_{ij} < 0$, 这与质量守恒方程式(4)相矛盾; 假设 ϕ 在不透水边界 $\Gamma_q = BC$ 上的节点 i' 取得最小值, 则有 $q_{i'j} < 0$, 这与边界条件(6)相矛盾; 再假设 ϕ 在 $\Gamma_s = DFGA$ 上的节点 i'' 取得它的最小值, 则有 $q_{i''j} < 0$, 由 Γ_s 的互补边界条件(11)可知, 此时 $\phi_{i''} = z_{i''}$, 然而 $z_{i''} > h$, 所以 ϕ 只能是在下游水头边界 $\Gamma_\phi = CD$ 上取得其最小值 h .

根据势函数的定义 $\phi = z + p / r_w$ 可知, 在边界 AB, BC, CD 上 $p > 0$, 对于临近边界 $ABCD$ 上的裂隙, 势函数 ϕ 是线性变化的, 所以存在水压力 p 为正值裂隙网络区域; 同样, 在临近边界 AGF 的区域内, $p / r_w = \phi - z < H - z < 0$, 所以存在水压力 p 为负值的裂隙网络区域. 至此, 已经证实了 ϕ 的前述特性.

为了使势函数 ϕ 在湿区 Ω_w 的限制就是原问题的解, 因此, 要求在干区 Ω_d 和湿区 Ω_w 的交界面 $\Gamma_f = \{(x, z) | \phi = z\}$ 满足流量平衡条件

$$q_{ic}|_{\Omega_w} = q_{cj}|_{\Omega_d} \quad \text{在 } \Gamma_f = AE \text{ 上}. \quad (14)$$

Γ_f 上的条件(14)属于内部自由面, 它对于问题的 PDE 提法是必需的.

综上所述, 新构造的定义在整个裂隙网络区域 Ω 上边值问题的 PDE 提法为: 求函数 ϕ , 使其满足控制微分方程式(9), (3)和(4), 外部边界条件(5), (6)和(11)以及内部自由面边界条件(14).

因为在 Γ_f 上: 当 $\varepsilon \rightarrow 0$ 时, 有 $q_{cj}|_{\Omega_d} = b_{ij}v_{cj} = -b_{ij}H_\varepsilon k_{ij} \frac{\partial \phi}{\partial l} \rightarrow 0$, 即 Γ_f 上的流量边界条件将随着罚参数 ε 的减小而逐渐得以满足, 因此, 当全域上的 PDE 问题获得求解后, 原自由边值问题就自动获得了求解.

经过延拓处理, 建立在全域上边值问题的 PDE 提法, 将原问题中的外部自由边界问题转换成了内

部自由边界问题, 而且还将自由面 Γ_f 在二维空间中的不确定性转换为溢出点 E 在潜在溢出边界 $DFGA$ 上的不确定性, 从而降低了分析的难度.

3 裂隙网络全域上边值问题的 VI 提法

由于上述 PDE 提法中含有未知的内部自由边界 Γ_f 和潜在的溢出面 Signorini 型互补条件, 在数值求解中选取其试探函数非常困难. 因此, 需要通过建立与 PDE 提法等价的变分不等式(VI)提法, 使得自由面边界 Γ_f 以及潜在溢出边界上的互补条件转化为自然边界条件, 从而减小数值求解的难度.

定义试探函数集 Φ_V ,

$$\Phi_V = \{\varphi | \varphi_i = \bar{\phi}, \text{ 在 } \Gamma_\phi \text{ 上}; \varphi_i \leq z_i, \text{ 在 } \Gamma_s \text{ 上}\}, \quad (15)$$

则在数学上与上述 PDE 提法完全等价的变分不等式(VI)提法可表述为: 在 Φ_V 中求一函数 ϕ , 使得对 $\forall \psi \in \Phi_V$, 都有如下不等式成立

$$a(\phi, \psi - \phi) \geq 0, \quad (16)$$

其中, $a(\cdot, \cdot)$ 的形式为

$$a(\zeta, \eta) = \sum_{\Omega} \int_{l_{ij}} \frac{\partial \eta}{\partial l} b_{ij} H_{\varepsilon} k_{ij} \frac{\partial \zeta}{\partial l} dl. \quad (17)$$

为了完成 2 种提法的等价性证明, 首先将(9)式代入 $a(\phi, \psi - \phi)$ 并利用分部积分展开:

$$\begin{aligned} a(\phi, \psi - \phi) &= \sum_{\Omega} \int_{l_{ij}} \frac{\partial(\psi - \phi)}{\partial l} b_{ij} H_{\varepsilon} k_{ij} \frac{\partial \phi}{\partial l} dl \\ &= \sum_{\Omega} - \int_{l_{ij}} \frac{\partial(\psi - \phi)}{\partial l} b_{ij} v_{ij} dl \\ &= \sum_{\Omega} \left(-(\psi - \phi) b_{ij} v_{ij} \Big|_0^{l_{ij}} + \int_{l_{ij}} (\psi - \phi) b_{ij} \frac{\partial v_{ij}}{\partial l} dl \right) \\ &= \sum_{i=1}^n \left(\sum_{j=1}^{m_i} (\psi_i - \phi_i) q_{ij} \right) + \sum_{\Omega} \int_{l_{ij}} (\psi - \phi) b_{ij} \frac{\partial v_{ij}}{\partial l} dl, \end{aligned} \quad (18)$$

式中, n 表示整个区域所有裂隙节点的总数.

3.1 PDE 提法 $\Rightarrow$ VI 提法

如果 ϕ 是 PDE 提法的解, 将连续性方程式(3)和(4), 外部边界条件(5), (6)和(11)代入(18)式, 并注意到条件(15), 可得

$$\begin{aligned} a(\phi, \psi - \phi) &= \sum_{i \in \Gamma_s} \left(\sum_{j=1}^{m_i} (\psi_i - \phi_i) q_{ij} \right) \\ &= \sum_{i \in \Gamma_s} \left(\sum_{j=1}^{m_i} (\psi_i - z_i) q_{ij} \right) - \sum_{i \in \Gamma_s} \left(\sum_{j=1}^{m_i} (\phi_i - z_i) q_{ij} \right) \\ &= \sum_{i \in \Gamma_s} \left(\sum_{j=1}^{m_i} (\psi_i - z_i) q_{ij} \right) \geq 0. \end{aligned} \quad (19)$$

因此, ϕ 也是 VI 提法的解.

3.2 VI 提法 $\Rightarrow$ PDE 提法

假定 ϕ 是变分(VI)提法的解, 则对于 $\forall \psi \in \Phi_V$ 都满足(16)式. 将(18)式代入(16)式, 并注意到条件(15), 可得

$$\begin{aligned} a(\phi, \psi - \phi) &= \sum_{i \in \Omega_n} \left(\sum_{j=1}^{m_i} (\psi_i - \phi_i) q_{ij} \right) + \sum_{i \in \Gamma_q \cup \Gamma_s} \left(\sum_{j=1}^{m_i} (\psi_i - \phi_i) q_{ij} \right) \\ &\quad + \sum_{\Omega} \int_{l_{ij}} (\psi - \phi) b_{ij} \frac{\partial v_{ij}}{\partial l} dl \geq 0. \end{aligned} \quad (20)$$

分别取 $\psi = \phi + \theta_1$ 和 $\psi = \phi - \theta_1$, 其中 θ_1 为在所有裂隙节点上等于零的任意函数, 可以得到连续性方程

$$\frac{\partial v_{ij}}{\partial l} = 0 \quad (\text{in } \Omega). \quad (21)$$

因此, (20)式可以简化为

$$\begin{aligned} a(\phi, \psi - \phi) &= \sum_{i \in \Omega_n} \left(\sum_{j=1}^{m_i} (\psi_i - \phi_i) q_{ij} \right) \\ &\quad + \sum_{i \in \Gamma_q} \left(\sum_{j=1}^{m_i} (\psi_i - \phi_i) q_{ij} \right) + \sum_{i \in \Gamma_s} \left(\sum_{j=1}^{m_i} (\psi_i - \phi_i) q_{ij} \right) \geq 0. \end{aligned} \quad (22)$$

在(22)式中分别取 $\psi = \phi + \theta_2$, $\psi = \phi - \theta_2$, 其中 θ_2 为在 Γ_ϕ , Γ_q 和 Γ_s 边界上的裂隙节点等于零的任意函数, 则可以得到质量守恒方程

$$\sum_{j=1}^{m_i} q_{ij} = 0. \quad (23)$$

(22)式因而可以简化为

$$\begin{aligned} a(\phi, \psi - \phi) &= \sum_{i \in \Gamma_q} \left(\sum_{j=1}^{m_i} (\psi_i - \phi_i) q_{ij} \right) + \sum_{i \in \Gamma_s} \left(\sum_{j=1}^{m_i} (\psi_i - \phi_i) q_{ij} \right) \geq 0. \end{aligned} \quad (24)$$

对(24)式分别取 $\psi = \phi + \theta_3$, $\psi = \phi - \theta_3$, 其中 θ_3

为在 Γ_ϕ 和 Γ_s 边界上裂隙节点等于零的任意函数, 可以得到 Γ_q 上裂隙节点的流量边界条件

$$q_{ij} = 0 \quad (\text{节点 } i \in \Gamma_q). \quad (25)$$

因此, (24)式可以进一步简化为

$$a(\phi, \psi - \phi) = \sum_{i \in \Gamma_s} \left(\sum_{j=1}^{m_i} (\psi_i - z_i) q_{ij} \right) - \sum_{i \in \Gamma_s} \left(\sum_{j=1}^{m_i} (\phi_i - z_i) q_{ij} \right) \geq 0. \quad (26)$$

考虑到上式等号右边的第二项为一常数, 要使不等式对于 $\forall \psi \in \Phi_V$ 都成立, 则等号右边的第一项必须非负, 即

$$\sum_{i \in \Gamma_s} \left(\sum_{j=1}^{m_i} (\psi_i - z_i) q_{ij} \right) \geq 0. \quad (27)$$

考虑到(15)式, 很明显可以得到

$$q_{ij} \leq 0, \quad (\text{节点 } i \in \Gamma_s). \quad (28)$$

在(26)式中当然也可以取 $\psi = z$, 如此就有

$$\sum_{i \in \Gamma_s} \left(\sum_{j=1}^{m_i} (z_i - \phi_i) q_{ij} \right) \geq 0. \quad (29)$$

由(28)和(29)式以及在 Γ_s 上 $\phi_i \leq z_i$, 可得 Γ_s 上的互补条件

$$(\phi_i - z_i) q_{ij} = 0, \quad (\text{节点 } i \in \Gamma_s). \quad (30)$$

为导出内部自由面 Γ_f 边界条件, 将(18)式中的 Ω 表示成 Ω_w 和 Ω_d 上的积分之和, 则有

$$\begin{aligned} a(\phi, \psi - \phi) &= \sum_{\Omega_w} \left(\sum_{j=1}^{m_i} (\psi_i - \phi_i) q_{ij} \right) + \sum_{\Omega_w} \int_{l_{ij}} (\psi - \phi) b_{ij} \frac{\partial v_{ij}}{\partial l} dl \\ &+ \sum_{\Omega_d} \left(\sum_{j=1}^{m_i} (\psi_i - \phi_i) q_{ij} \right) + \sum_{\Omega_d} \int_{l_{ij}} (\psi - \phi) b_{ij} \frac{\partial v_{ij}}{\partial l} dl \geq 0. \end{aligned} \quad (31)$$

利用上面已经导出的条件, 可得对于 $\forall \psi \in \Phi_V$,

$$\begin{aligned} a(\phi, \psi - \phi) &= \sum_{c \in \Gamma_f} (\psi_c - \phi_c) (q_{ci} |_{\Omega_w} + q_{cj} |_{\Omega_d}) \\ &+ \sum_{i \in \Gamma_s} \left(\sum_{j=1}^{m_i} (\psi_i - \phi_i) q_{ij} \right) \geq 0, \end{aligned} \quad (32)$$

分别取 $\psi = \phi + \theta_4$ 和 $\psi = \phi - \theta_4$, θ_4 为在 Γ_ϕ 和 Γ_s 边界上裂隙节点等于零的任意函数, 如此可得 Γ_f 上的流量平衡条件(14).

至此, 已经导出了 PDE 提法中的全部方程及内、

外边界条件, 因此, 变分(VI)提法的解也是 PDE 提法的解. 显然, 在 VI 提法中, 除了在上下游的水头边界 Γ_ϕ 上约束 $\phi_i = \bar{\phi}$ 以及潜在溢出边界 Γ_s 上约束 $\phi_i \leq z_i$, 其余边界条件, 包括流量边界条件、自由面 Γ_f 上的强制边界条件以及潜在溢出边界 Γ_s 上的互补条件均转化为自然边界条件, 因此, 对试探函数 ψ 的要求要比 PDE 提法宽松得多.

4 有限元数值求解

4.1 有限元求解格式

将裂隙网络中的裂隙段视为有限元中的线单元, 单元节点即为裂隙段的 2 个端点, 对裂隙段 ij , 任意一点的水头可以用节点 i, j 的水头表示为

$$\phi = N_i \phi_i + N_j \phi_j, \quad (33)$$

其中, N_i, N_j 为形函数, $N_i = 1 - l/l_{ij}$, $N_j = l/l_{ij}$.

由于在变分不等式(16)中的渗透系数 k_{ij}^ε 依赖于函数 ϕ , 因此它是非线性的, 需要通过迭代法来求解. 对(16)式施以有限元近似, 可以得到其离散形式的变分不等式提法为: 在有限维试探向量空间

$$\begin{aligned} \Phi_V^h &= \{\phi \mid \phi \in R^n; \phi_i = \bar{\phi}_i, \text{ for } i \in \Gamma_\phi; \\ &\phi_i \leq z_i, \text{ for } i \in \Gamma_s\}, \end{aligned} \quad (34)$$

寻找一水头向量 $\phi^{r+1} \in \Phi_V^h$, 使得对于 $\forall \psi \in \Phi_V^h$, 都有以下不等式成立,

$$(\psi - \phi^{r+1})^T K^r \phi^{r+1} \geq 0, \quad r = 1, 2, \dots, \quad (35)$$

其中,

$$K^r = \sum_{\Omega} K_\varepsilon^r, \quad (36)$$

$$K_\varepsilon^r = \int_{l_{ij}} H_\varepsilon(\phi^r - z) B^T b_{ij} k_{ij} B dl, \quad (37)$$

$$B = \begin{Bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial l} & \frac{\partial N_j}{\partial l} \end{Bmatrix}. \quad (38)$$

4.2 罚 Heaviside 函数

在对离散形式的变分不等式(35)进行求解时, 由于其中罚 Heaviside 函数的不连续性, 将导致数值计算的不稳定性, 主要原因是罚 Heaviside 函数为非连续的阶梯式函数(见图 4(a)), 在对单元积分时会造成数值的跳跃.

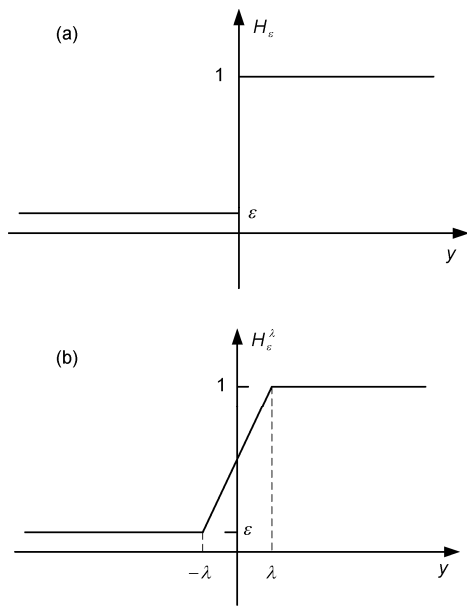


图4 两种类型的罚 Heaviside 函数

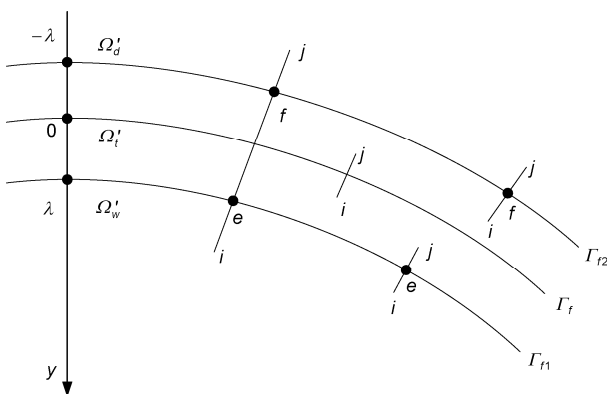
(a) 阶梯式罚函数; (b) 连续型罚函数

为避免这种数值跳跃, 采用连续型的罚 Heaviside 函数来(见图 4(b))代替原函数, 其具体表达式为

$$H_{\varepsilon}^{\lambda}(y) = \begin{cases} \varepsilon, & \text{if } y \leq -\lambda, \\ \frac{\lambda + \varepsilon\lambda + (1-\varepsilon)y}{2\lambda}, & \text{if } -\lambda < y < \lambda, \\ 1, & \text{if } y \geq \lambda, \end{cases} \quad (39)$$

式中, $y = \phi - z$, 2λ 表示自由面附近由湿区到干区的过渡层厚度(见图 5), 在计算中可以取为计算区域裂隙单元的平均长度, 对于自由面急剧降落的情况, 可以适当放大过渡层厚度以保证计算收敛.

事实上, 从渗流的物理过程来看, 在湿区和干区

图5 位于自由面附近过渡层区域 Ω_Q 的裂隙单元类型

之间应该是存在一个过渡层, 在过渡层内水压力逐渐消失^[19]. 因此, 对于有自由面的裂隙岩体渗流问题, 整个材料区域在计算过程中可以划分为 3 个子区域: Ω'_w , Ω'_t 和 Ω'_d , 其中, Ω'_w 为完全处于湿区的裂隙单元所组成的区域、 Ω'_t 为完全处于干区的裂隙单元所组成的区域、 Ω_Q 为自由面附近由湿区到干区的过渡层区域. 如图 5 所示, 位于过渡层区域 Ω_Q 的裂隙单元通常可以分为以下 4 种情况.

Case 1. $\phi_i - z_i \geq \lambda$ && $\phi_j - z_j \leq -\lambda$

当裂隙 ij 穿过渡层(见图 5)时, 假定节点 i 位于湿区 Ω'_w , 节点 j 位于干区 Ω'_d , 此时有 $\phi_i - z_i \geq \lambda$ && $\phi_j - z_j \leq -\lambda$ 成立. 裂隙 ij 中任一点的压力水头可以表示为

$$y = \phi - z = N_i \phi_i + N_j \phi_j - N_i z_i - N_j z_j \\ = y_i - (y_i - y_j)l / l_{ij}, \quad (40)$$

式中, y_i 和 y_j 分别表示裂隙节点 i, j 的压力水头, 其中 $y_i = \phi_i - z_i$, $y_j = \phi_j - z_j$.

裂隙 ij 的单元渗透矩阵为

$$\mathbf{K}^e = \int_{l_{ij}} H_{\varepsilon}^{\lambda} \mathbf{B}^T b_{ij} k_{ij} \mathbf{B} dl \\ = \left[\int_{l_{ie}} dl + \int_{l_{ef}} \frac{\lambda + \varepsilon\lambda + (1-\varepsilon)y}{2\lambda} dl + \int_{l_{fj}} \varepsilon dl \right] \mathbf{B}^T b_{ij} k_{ij} \mathbf{B} \\ = [(1-\varepsilon)(l_{ie} + l_{fj}) / 2 + \varepsilon l_{ij}] b_{ij} k_{ij} \mathbf{B}^T \mathbf{B}, \quad (41)$$

式中, l_{ie} 和 l_{fj} 分别表示裂隙 ij 与过渡层下界 Γ_{f1} 交点 e , 上界 Γ_{f2} 交点 f 的局部坐标

$$l_{ie} = (y_i - \lambda) l_{ij} / (y_i - y_j), \\ l_{fj} = (y_i + \lambda) l_{ij} / (y_i - y_j).$$

Case 2. $-\lambda < \phi_i - z_i < \lambda$ && $-\lambda < \phi_j - z_j < \lambda$

当裂隙 ij 完全处在过渡层内(见图 5), 此时有 $-\lambda < \phi_i - z_i < \lambda$ && $-\lambda < \phi_j - z_j < \lambda$ 成立. 裂隙 ij 的单元渗透矩阵为

$$\mathbf{K}^e = \int_{l_{ij}} H_{\varepsilon}^{\lambda} \mathbf{B}^T b_{ij} k_{ij} \mathbf{B} dl \\ = \left[\int_{l_{ij}} \frac{\lambda + \varepsilon\lambda + (1-\varepsilon)y}{2\lambda} dl \right] \mathbf{B}^T b_{ij} k_{ij} \mathbf{B} \\ = \frac{2\lambda + 2\varepsilon\lambda + (1-\varepsilon)(y_i + y_j)}{4\lambda} l_{ij} b_{ij} k_{ij} \mathbf{B}^T \mathbf{B}. \quad (42)$$

Case 3. $\phi_i - z_i \geq \lambda$ && $-\lambda < \phi_j - z_j < \lambda$

当裂隙 ij 仅与过渡层的下界 Γ_{f1} 相交, 假定节点 i 位于湿区 Ω'_w , 节点 j 过渡层 Ω_f 内, 此时有 $\phi_i - z_i \geq \lambda$ 且 $-\lambda < \phi_j - z_j < \lambda$ 成立. 裂隙 ij 的单元渗透矩阵为

$$\begin{aligned} \mathbf{K}^e &= \int_{l_{ij}} H_\varepsilon^\lambda \mathbf{B}^T b_{ij} k_{ij} \mathbf{B} dl \\ &= \left[\int_{l_{ie}} dl + \int_{l_{ej}} \frac{\lambda + \varepsilon\lambda + (1-\varepsilon)y}{2\lambda} dl \right] \mathbf{B}^T b_{ij} k_{ij} \mathbf{B} \\ &= \left[l_{ie} + \frac{3\lambda + \lambda\varepsilon + y_j(1-\varepsilon)}{4\lambda} l_{ej} \right] b_{ij} k_{ij} \mathbf{B}^T \mathbf{B}, \quad (43) \end{aligned}$$

式中,

$$\begin{aligned} l_{ie} &= (y_i - \lambda) l_{ij} / (y_i - y_j), \\ l_{ej} &= (-y_i + \lambda) l_{ij} / (y_i - y_j). \end{aligned}$$

Case 4. $-\lambda < \phi_i - z_i < \lambda$ 且 $\phi_j - z_j \leq -\lambda$

当裂隙 ij 仅与过渡层的上界 Γ_{f2} 相交, 假定节点 i 位于过渡层 Ω_f , 节点 j 位于干区 Ω'_d , 此时有 $-\lambda < \phi_i - z_i < \lambda$ 且 $\phi_j - z_j \leq -\lambda$ 成立. 裂隙 ij 的单元渗透矩阵为

$$\begin{aligned} \mathbf{K}^e &= \int_{l_{ij}} H_\varepsilon^\lambda \mathbf{B}^T b_{ij} k_{ij} \mathbf{B} dl \\ &= \left[\int_{l_{if}} \frac{\lambda + \varepsilon\lambda + (1-\varepsilon)(\phi - z)}{2\lambda} dl + \int_{l_{jf}} \varepsilon dl \right] \mathbf{B}^T b_{ij} k_{ij} \mathbf{B} \\ &= \left[\frac{2\varepsilon\lambda + \lambda(1+\varepsilon) + y_i(1-\varepsilon)}{4\lambda} l_{if} + \varepsilon l_{jf} \right] b_{ij} k_{ij} \mathbf{B}^T \mathbf{B}, \quad (44) \end{aligned}$$

式中,

$$l_{if} = (y_i + \lambda) l_{ij} / (y_i - y_j), \quad l_{jf} = (-\lambda - y_j) l_{ij} / (y_i - y_j).$$

4.3 算法与流程

Signorini 型变分不等式方法求解有自由面的渗流问题时, 自由面在二维空间中的不确定性转换成了溢出点沿出渗边界的一维不确定性. 为表述方便, 将位于潜在溢出边界(Signorini 型边界)的节点集 $\mathbb{N}$ 划分为 2 个子集:

$$\begin{aligned} \mathbb{N}_{s1} &= \{i | i \in \Gamma_s; \phi_i < z_i, q_{ij} = 0\}, \\ \mathbb{N}_{s2} &= \{i | i \in \Gamma_s; \phi_i = z_i, q_{ij} \leq 0\}. \end{aligned} \quad (45)$$

式中, $\mathbb{N}_{s1}$ 表示位于 Signorini 型边界溢出点以上裂隙节点的集合, $\mathbb{N}_{s2}$ 表示位于 Signorini 型边界溢出点以下裂隙节点的集合.

基于离散型 VI 提法的裂隙网络无压渗流分析的有限元迭代算法如下.

裂隙网络无压渗流分析算法.

Step 1. Generate the fracture network by Monto-Carlo method.

Step 2. Remove the isolated as well as unconnected fractures and form the penetration network by block cut approach.

Step 3. Regard the whole domain of the fracture network as the wet domain. Calculate the global hydraulic matrix $\mathbf{K}$ and solve $\mathbf{K}\phi^l = 0$, then obtain ϕ^l .

Step 4. Set the iteration step $r \leftarrow 1$.

Step 5. Decompose the set of nodes on Γ_s :

If $i \in \mathbb{N}_{s1}^r$ and $\phi_i^r \geq z_i$, then $\mathbb{N}_{s1}^{r+1} \leftarrow \mathbb{N}_{s1}^r - \{i\}$ and $\mathbb{N}_{s2}^{r+1} \leftarrow \mathbb{N}_{s2}^r + \{i\}$;

If $i \in \mathbb{N}_{s2}^r$ and $q_{ij}^r > 0$, then $\mathbb{N}_{s1}^{r+1} \leftarrow \mathbb{N}_{s1}^r + \{i\}$ and $\mathbb{N}_{s2}^{r+1} \leftarrow \mathbb{N}_{s2}^r - \{i\}$.

Step 6. For $i \in \mathbb{N}_{s1}^{r+1}$, let $q_{ij}^{r+1} \leftarrow 0$; while for $i \in \mathbb{N}_{s2}^{r+1}$, let $\phi_i^{r+1} \leftarrow z_i$.

Step 7. According to the relationship between water head and position coordinates of fracture nodes, calculate the element stiffness matrix $\mathbf{K}_e^r$ of the fractures located in Ω'_w , Ω_f and Ω'_d , respectively, then assemble to form the global matrix $\mathbf{K}^r$.

Step 8. Solve $\mathbf{K}^r \phi^{r+1} = 0$, then obtain ϕ^{r+1} .

Step 9. If $\|\phi^{r+1} - \phi^r\| < \delta \|\phi^r\|$, turn to step (10); otherwise, let $r \leftarrow r + 1$ and turn to Step (5).

Step 10. Let $\phi = \phi^{r+1}$, then end calculation.

该算法类似弹塑性有限元分析的切线刚度法, 在每个迭代步中需要重新计算和装配形成总体渗透矩阵. 值得注意的是, 在进行裂隙网络渗流分析之前需要对网络进行净化处理, 本文采用石根华提出的块体切割方法删除孤立的以及未连通的裂隙[20], 进行“砍树”和寻找封闭回路, 从而形成完全连通的渗透网络. 通过自动搜索渗透网络中的裂隙交点即可得到裂隙节点信息, 任意两个相邻节点之间的裂隙段形成一个裂隙单元.

5 算例

基于本文所建立的裂隙网络无压渗流分析的变

分不等式提法, 采用 Visual C++ 语言和面向对象的程序设计方法, 研制开发了相应的计算程序 FracFlow^{2D}, 并用多个算例对程序进行了考察, 验证了程序的有效性和鲁棒性.

5.1 有褥垫式排水的均质坝

如图 6 所示, 一布置有褥垫式排水的均质梯形坝, 坝高 25 m, 上下游坝面坡度均为 1:1, 上游水位 20 m, 底部边界隔水. 采用间距为 2.5 m, 有着常水力开度的两组虚拟正交裂隙来模拟均质坝的渗流, 则虚拟裂隙的等效隙宽可以表示为

$$b = (12\nu Bk / g)^{1/3}, \tag{46}$$

式中, k 为坝体材料的渗透系数, B 为裂隙间距.

图 6 给出了采用裂隙网络无压渗流分析和解析法得到的自由面, 两者较为吻合, 表明数值解的计算结果是合理可靠的, 该算例从另一个角度也说明了采用虚拟的离散裂隙网络分析连续介质渗流的可行性, 从而为连续介质渗流分析提供了一种新的途径.

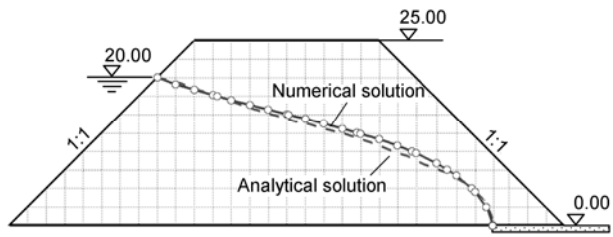


图 6 有水平排水的均质梯形坝

5.2 裂隙岩体边坡

某裂隙岩体边坡基岩主要为新鲜或微风化的斜长花岗岩, 完整岩石的渗透系数为 10^{-10} cm/s 量级, 相对于岩体中的结构面, 从工程角度可以认为岩石是不透水的. 在坡体内部 IV, V 级结构面发育, 形成裂隙网络, 对坡体内部地下水运动起控制作用. 根据

现场地质调查和统计分析, 在坡体内部共发育有 4 组裂隙(见表 1), 采用 Monto-Carlo 法随机生成的离散裂隙网络模型如图 7(a) 所示, 该模型含有 2267 条裂隙. 经过净化处理后形成的渗透网络如图 7(b)所示, 渗透网络模型含有 28903 个裂隙单元和 15851 个节点. 由于该算例主要目的是验证本文算法的有效性, 求解有自由面的复杂裂隙网络渗流问题能力, 采用 Monto-Carlo 法生成裂隙网络模型与真实现场情况之间的差异在这个研究中并没有被考虑.

边坡左边界和右边界的设定水头分别为 62.2 和 200 m. 为了降低坡体内的地下水位, 改善边坡的稳定性, 在坡体内布置有 6 层排水洞, 排水洞的断面尺寸为 3 m×2.5 m. 图 8 给出了船闸边坡在设置排水洞前后的自由面位置和压力水头等值线分布. 从中可以看出, 压力水头等值线由自由面往下逐步增大, 这是符合一般规律的. 对比图 8(a)和(b)可知, 在坡体内设置排水洞后, 自由面位置降低至排水洞附近, 因此, 排水洞充分发挥了疏干边坡、降低边坡地下水水位的作用. 对于该算例而言, 由于地下水全部由排水洞排出, 下游坡面库水位以上处于干区, 很好地维护了下游边坡的渗透稳定性.

图 9 给出了设置排水洞前后在边坡坡体内部的流量分布和主要渗透路径. 从中可以看出, 裂隙网络内部的优势水流方向主要受隙宽较大、连通性较好的裂隙所控制, 表现出明显的非均质性. 在排水洞附件, 自由面下降趋势急剧增大, 在其他位置下降较为缓慢. 对比图 9(a)和(b)可知, 在坡体内设置排水洞后, 各排水洞附近的裂隙流量明显增加, 由于 1#排水洞布置的高程较低, 导致下游坡面附近裂隙内部的流速方向发生了改变, 由溢出坡体变为流向 1#排水孔. 表 2 给出了边坡上、下游坡面及各个排水洞的溢出流量, 从中可以看出, 位于边坡下游面附近的 1#排水洞起主要排水作用, 排泄流量占总渗流量的 71.7%, 而 2#排水洞位于自由面以上的干区, 对地下水渗流

表 1 裂隙几何参数及统计分布规律^[21]

Fracture set	Trace length (m)			Dip (Degree)			Aperture (mm)			Mean spacing (m)
	Mean values	Variance	Probability model	Mean values	Variance	Probability model	Mean values	Variance	Probability model	
1	25.97	0.52	Normal	74.27	10.00	Normal	0.20	0.10	Lognormal	2.18
2	31.00	0.92	Normal	110.00	15.00	Normal	0.15	0.75	Lognormal	1.30
3	17.52	0.52	Normal	110.43	10.00	Normal	0.20	0.10	Lognormal	3.56
4	11.13	0.92	Normal	65.49	15.00	Normal	0.15	0.75	Lognormal	7.39

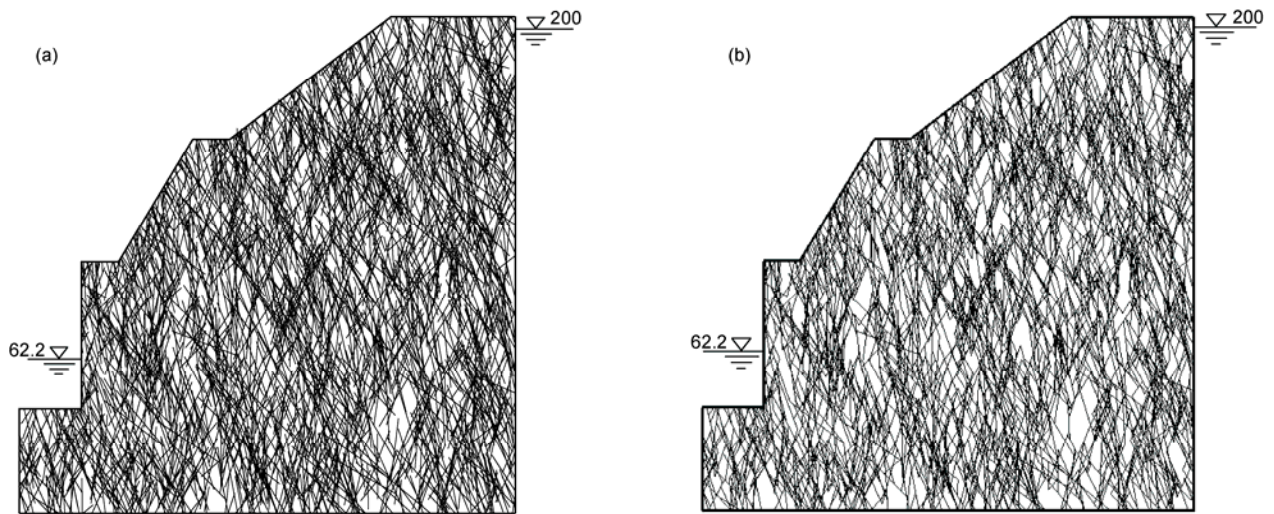


图7 边坡坡体内部裂隙分布

(a) 裂隙网络; (b) 渗透网络

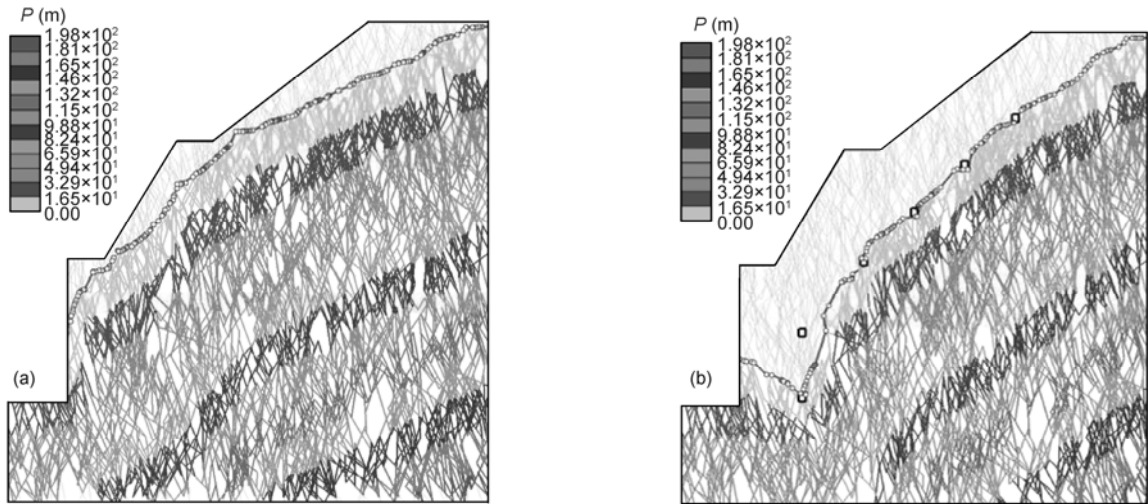


图8 自由面位置与压力水头等值线

(a) 无排水洞; (b) 有排水洞

控制不起作用,但其对降雨补给和坡体内部可能存在的上层滞水的疏导和排干仍起一定的作用.由此可见,基于裂隙网络的无压渗流分析方法可以确定裂隙岩体内部的优势水流方向,准确计算坡体内部排水结构的渗流量,从而为边坡防渗排水系统的优化布置提供科学依据.而且,本文提出的无压渗流分析方法具有较高的计算效率,对于这个具有复杂裂隙网络的边坡算例而言,迭代4次即可得到收敛解,在一个处理器为Intel(R) Core(TM) i3 CPU @3.2 GHz,安装内存为4 G的计算机上运行时间小于1 min.

6 结论

为了求解有自由面的裂隙网络问题,通过延拓处理,本文建立了定义在整个裂隙网络区域上的PDE提法及与之等效的VI提法,发展了相应的有限元数值求解格式及其迭代算法,可以得到如下主要结论.

(i) 通过将仅适用于湿区裂隙渗流的Darcy定理扩展到整个区域,并将潜在溢出面边界条件归纳为Signorini型边界条件,建立了定义在整个裂隙网络区

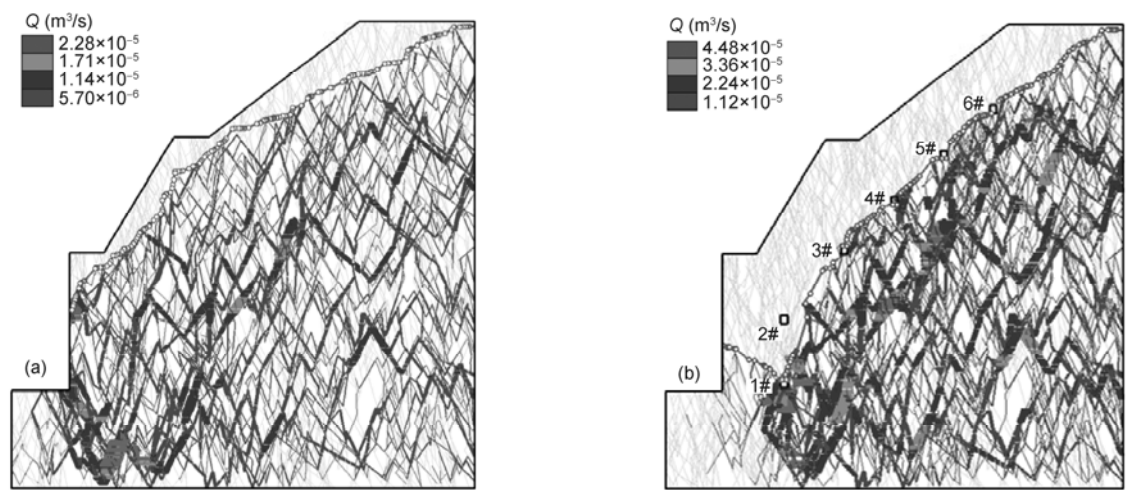


图 9 坡体内部流量分布与主要渗透路径
(a) 无排水洞; (b) 有排水洞

表 2 边坡上、下游坡面及排水洞的流量

Locations	Upstream surface	Drainage tunnels						Downstream surface
		1#	2#	3#	4#	5#	6#	
Flux rates per unit width ($10^{-5} \text{ m}^3/\text{s}$)	10.390	-7.791	0	-1.056	-1.694	-0.290	-0.041	0.482
Ratio of flow rate to the total discharge (%)	95.6	71.7	0	9.7	15.6	2.6	0.4	4.4

域的 PDE 提法, 从而把外部自由边界问题转换成了裂隙网络渗流的内部边界问题.

(ii) 为了减小数值求解中选取试探函数的难度和消除出渗点的奇异性, 建立与 PDE 提法等价的变分不等式(VI)提法, 从而使得自由面边界 Γ_f 上的流量平衡条件以及潜在溢出边界上的互补条件转化为 VI 提法中自然边界条件, 在理论上解决了溢出点的定位问题.

(iii) 通过使用连续型的 Heaviside 函数代替阶跃型的 Heaviside 函数, 避免了对位于过渡区域的裂隙单元进行积分时形成的数值跳跃, 从而显著提高了有限元数值求解过程中的稳定性. 典型算例的数值结果验证了本文算法的可靠性, 并能有效反映复杂裂隙网络渗流的非均质性和主要渗透路径, 在裂隙岩体防渗排水系统的优化布置中具有重要的应用价值.

参考文献

1 Long J C S, Remer J S, Wilson C R. Porous media equivalents for networks of discontinuous fractures. *Water Resour Res*, 1982, 18(3): 645-658

2 Oda M. An equivalent continuum model for coupled stress and fluid flow analysis in jointed rock masses. *Water Resour Res*, 1986, 22 (13): 1845-1856

3 王媛, 速宝玉, 徐志英. 三维裂隙岩体渗流耦合模型及其有限元模拟. *水文地质工程地质*, 1995, (3): 1 - 4

4 田开铭, 万力. 各向异性裂隙介质渗透性的研究与评价. 北京: 学苑出版社, 1989

5 张乾飞, 吴中如. 有自由面非稳定渗流分析的改进截止负压法. *岩土工程学报*, 2005, 127(1): 48-54

6 Wittke W. *Rock Mechanics-Theory and Applications with Case Histories*. Berlin: Springer, 1990. 377-386

7 Wilson C R, Witherspoon P A. Steady state flow in rigid networks of fractures. *Water Resour Res*, 1974, 10(2): 328-335

8 毛昶熙, 陈平, 李祖贻, 等. 裂隙岩体渗流计算方法研究. *岩土工程学报*, 1991, 13(6): 1-10

9 王恩志. 岩体裂隙的网络分析及渗流模型. *岩石力学与工程学报*, 1993, 12(3): 214-221

10 Chai J R, Xu W S. Coupling analysis of unsteady seepage and stress fields in discrete fractures network of rock mass in dam foundation. *Sci*

- China Tech Sci, 2011, 54 (Suppl. 1): 133-139
- 11 Long J C S, Gilmour P, Witherspoon P A. A method for steady fluid flow in random three-dimensional networks of disc-shaped fractures. *Water Resour Res*, 1985, 21(8): 1105-1115
 - 12 Dershowitz W S, Einstein H H. Three dimensional flow modeling in jointed rock masses. In: Herget, Vongpaisal, eds. *Proceedings of the sixth international congress on rock mechanics*, Rotterdam, Balkema, 1987. 87-92
 - 13 Cacas M C, Ledoux E, Marsily de G, et al. Modeling fracture flow with a stochastic discrete fracture network: Calibration and validation 1. The flow model. *Water Resour Res*, 1990, 26(3): 479-489
 - 14 王恩志, 孙役, 黄远智, 等. 三维离散裂隙网络渗流模型与实验模拟. *水利学报*, 2002, (5): 37-40
 - 15 王恩志. 剖面二维裂隙网络渗流计算方法. *水文地质工程地质*, 1993, 20(4): 27-29
 - 16 柴军瑞, 仵彦卿. 岩体裂隙网络渗流自由面的确定方法. *工程勘察*, 2000, 1: 23-24
 - 17 Zheng H, Liu D F, Lee C F, et al. A new formulation of Signorini's type for seepage problems with free surfaces. *Int J Numer Meth Eng*, 2005, 64: 1-16
 - 18 Bathe K J, Khoshgoftaar M R. Finite element free surface seepage analysis without mesh iteration. *Int J Numerical Analytical Methods Geomech*, 1979, 3(1): 13-22
 - 19 Harr M E. *Groundwater and Seepage*. New York: Dover Publications, 1990
 - 20 Shi G H. *Discontinuous Deformation Analysis-A New Numerical Model for the Statics and Dynamics of Block System*. Dissertation of Doctoral Degree. Berkeley: University of California, 1988
 - 21 张有天, 周维垣. *岩石高边坡的变形与稳定*. 北京: 中国水利水电出版社, 1999