

* 科学家 *

为计算数学的发展奋斗终生 ——追忆冯康院士

余德浩* 汪道柳

(计算数学与科学工程计算研究所 北京 100080)

关键词 科学家, 计算数学, 有限元方法, 边界归化方法, 哈密尔顿系统, 辛几何算法

1997 年国家自然科学奖一等奖授予了已故的冯康院士开创的“哈密尔顿系统的辛几何算法”。这是 90 年代第二个国家自然科学奖一等奖, 也是冯康院士继 1980 年的“有限元方法”获国家自然科学奖二等奖后又一次获国家大奖。

哈密尔顿系统是一类具有特殊几何结构的常微分或偏微分方程。系统的几何结构——辛结构是该系统的数学基础。一种数值方法要想获得成功, 必须尽可能地保持原问题的基本特征。但在传统的数值方法中, 该系统都被当作一般的系统来处理, 而没有注意到其几何上的特殊性。冯康首次从辛几何的角度出发来构造哈密尔顿系统的数值方法, 使得原系统固有的几何特征得以保持, 从而使所得到的数值方法很好地保持了系统的动力学行为、对称性和守恒性, 避免了人为耗散等扭曲系统特征的缺陷。

哈密尔顿系统具有普适性, 一切耗散可忽略不计的系统都可以写成某种形式的哈密尔顿系统, 如天体力学、刚体力学、几何光学、高能加速器设计、自动控制、理想流体力学、弹性力学、电动力学、量子力学等等。哈密尔顿系统的辛几何算法已在一些领域获得有效应用并将会有更广阔的应用前景。

1 辛勤耕耘 硕果累累

1957 年以前, 冯康主要从事基础数学研究, 在拓扑群及广义函数论的研究中取得了杰出成就。1957 年, 他被调到中国科学院计算技术研究所工作, 从而与计算数学结下了不解之缘。

1.1 创始有限元方法

50 年代末, 我国的计算数学研究刚刚起步。1959 年我国第一台大型电子计算机在中国科学院计算技术研究所研制成功。冯康带领他的科研小组承担了应用计算机计算一系列水坝建

* 计算数学与科学工程计算研究所副所长, 研究员, 博士生导师
收稿日期: 1997 年 12 月 25 日

设中大型弹性力学问题的国家任务。为了克服传统的差分方法难以处理几何与材料的复杂性以及缺乏理论保证的困难,从1960年起,冯康等人开展了椭圆型方程计算方法的系统研究。通过把变分原理与剖分逼近有机结合,于1964年创造了有限元方法,形成了标准的算法形态,并编制了通用的有限元程序,及时地解决了刘家峡水坝的应力分析问题。

1965年,冯康在《应用数学与计算数学》上发表了“基于变分原理的差分格式”一文,在极其广泛的条件下证明了方法的收敛性和稳定性,给出了误差估计,从而建立了有限元方法严格的数学理论基础,为其实际应用提供了可靠的理论保证。这篇论文的发表是我国学者独立创始有限元方法的标志。

冯康并不满足于经典的连续有限元即协调元的成功。70年代中后期,他注意到了间断有限元,于1979年在《计算数学》上发表了“论间断有限元的理论”。这正是后来得到系统发展的非协调有限元理论研究的先导。冯康还将椭圆方程的经典理论推广到具有不同维数的组合流形,即由不同维数子流形组成的几何结构,这在国际上为首创。

有限元方法的创立是计算数学发展的一个里程碑。冯康在远比西方落后的计算机设备条件下做出了领先于西方的工作,外国科学家对他这一工作的历史地位和作用予以充分肯定,法国科学院院士、院长、国际数学家联盟主席的利翁斯(Lions)教授曾于1981年说:“有限元方法意义重大。中国学者在对外隔绝的环境下独立创始了有限元方法,在世界上属最早之列。今天这一贡献已为全人类共享。”

1.2 发展边界归化方法

60年代以来,有限元方法对于求解有界区域椭圆边值问题取得了极大的成功,被广泛应用于工程技术和科学计算。但是,许多实际计算问题涉及无界区域,而用有限元方法求解无界区域问题必然遇到本质困难,为达到所需要的计算精度,往往要付出极大的代价。为克服这一困难,70年代后期至80年代初期,冯康又将研究方向转向了边界归化及边界元方法领域。

关于微分方程边值问题作边界归化的思想早在上一世纪就已出现,但应用于数值计算却是到本世纪60年代才开始的,这就是边界积分方程法。70年代后期,这一方法又被称为边界元方法,并在国际上形成了直接法与间接法两大流派。这两类方法均基于经典边界归化理论,而冯康则根据微分方程边值问题的物理和数学特性,提出了与上述两类方法完全不同的正则边界归化的思想。他指出,唯有通过正则边界归化,才能保持能量不变,从而保持问题的本质不变。后他又改称此类归化为自然边界归化。基于这一思想,他和他的学生系统地发展了自然边界元方法。这一方法除了具备所有边界元方法共有的将问题降维处理及适于处理无界区域问题的优点外,还有使原边值问题的许多基本性质被保持、自然边界元与经典有限元自然而直接地耦合、自然积分方程由原边值问题唯一确定等许多独特之处。

1978年冯康应法国国家科学研究中心和意大利科学院邀请赴法、意讲学,首次在国际上提出了自然边界归化的思想,讲演的主要内容随后发表在1980年《计算数学》“论微分与积分方程以及有限与无限元”论文中。1982年他与利翁斯院士一起主持了“中法有限元讨论会”,与他的学生联名发表了论文“椭圆边值问题的正则积分方程及其数值解”,这是该次会议的两个最主要的报告之一。1983年,冯康在国际数学家大会上作45分钟特邀报告,题为“有限元方法与自然边界归化”。1984年,冯康应用自然边界归化于海伦霍兹(Helmholtz)方程,对其无穷

远边界条件即辐射条件给出了一系列近似的人工边界条件。这些工作对经典的边界归化理论的发展做出重大贡献,提出了新的边界归化方法,这一方法已成为当今国际上边界归化理论的三大流派之一。

1.3 开创哈密顿系统的辛几何算法

80年代初,冯康的研究兴趣从静态问题转到动态问题。在发展有限元方法的过程中,冯康深深地体会到,与物理过程等价的数学表述,在实际计算中却不一定等效。有限元成功主要是因为选择了静态问题的数学表达方式——拉格朗日力学体系。拉格朗日力学是从变分原理出发来描述一个物理过程,它表明一个真实的物理状态,是所有可能的状态中使得作用量处于最小的状态,这恰恰是平衡态(静态)问题的本质特征。有限元不能很好地解决动态问题大概是由于拉格朗日力学不能很好反映动态问题的本质特征,而哈密顿力学是唯一可供选择的力学体系。

哈密顿系统首先是由哈密顿(Hamilton)于19世纪20年代描述几何光学时发现的,不久就被推广到力学中去,成为在数学上与牛顿力学和拉格朗日力学等价的又一种力学的描述方式。但当时哈密顿系统不大被人们接受,认为它漂亮而无用。著名数学家克莱因(Klein)在大为赞叹哈密顿系统数学上精巧的同时,对其可用性表示怀疑。他曾说过,哈密顿系统这套理论对于物理学家是难望有用的,而对工程师则根本无用。不过,量子力学的奠基人薛定谔(Schrodinger)却认为,哈密顿原理已经成为现代物理的基石,如果你要用现代理论解决任何物理问题,首先得把它表示成哈密顿形式。

如何从哈密顿系统出发来构造计算方法呢?以前的计算数学家从未想到将哈密顿系统作为一个特殊的系统来构造计算方法。哈密顿力学虽然可以在理论物理和理论力学的教科书中找到,但大多写得深奥难懂。70年代末,前苏联著名数学家阿诺尔德(V. I. Arnold)的《经典力学的数学方法》的英译本出版。该书以现代数学的观点,从辛几何的角度来叙述哈密顿系统。在辛几何的框架下,哈密顿系统的理论脉络清晰而流畅,哈密顿系统的最主要特点表现为相流是相空间上的辛变换群。心有灵犀一点通,冯康以他特有的数学直觉,一下子抓住了设计哈密顿系统的数值方法的突破口——辛几何方法。辛几何是哈密顿系统的数学基础,也必将是哈密顿系统的数值方法的基础,只有辛型数值方法——辛几何算法,才是哈密顿系统的合适的数值方法。在1984年的国际微分几何与微分方程北京讨论会上,冯康作了题为“差分格式与辛几何”的大会报告,首次系统地提出了哈密顿系统的辛几何算法,从而开创了计算数学一个充满活力、发展前景广阔的新领域。

1984年的国际会议后,他立即组织了一支研究队伍对哈密顿系统的辛几何算法进行系统研究。通过十余年的不懈努力,取得了丰硕的成果。他们提出了基于辛几何的哈密顿算法及其完整的理论框架;发展了辛变换生成函数与哈密顿-雅可比方程的系统理论;给出了产生任意阶精度辛差分格式的构造性方法;提出了由动力系统向量场决定相流形式幂级数的理论,应用该理论来研究算法的定性定量性质,使动力系统及其数值方法在该理论框架下得到了统一;提出了保持动力系统结构的算法,包括保哈密顿系统几何结构的辛算法,无源系统的保体积算法,切触系统的切触算法,量子系统的酉算法,实现了动力系统算法的几何化;发展了一套利用组合格式达到高精度保结构的算法,即乘积外推方法;发展了辛算法的KAM理论;

等等。

传统的非辛算法都不可避免地带有耗散性等歪曲体系特征的缺陷。而辛算法却有保持体系结构的优点,在空间结构、对称性和守恒性方面优于传统算法,特别在稳定性与长期跟踪能力上具有独特的优越性。深入的理论分析和大量的数值实验令人信服地表明,辛算法解决了久悬未决的动力学长期预测计算问题,也正在促进天体轨道、高性能加速器、分子动力学等领域计算的革新,还会在更多的领域有更为广泛的发展应用前景。

冯康开辟了一个理应受到重视但却长期被忽视的研究领域,取得了举世瞩目的研究成果。1990年他获得了中国科学院自然科学奖一等奖,并于1997年又获国家自然科学基金一等奖。这些奖项是对他和他的研究小组,在哈密尔顿系统的辛几何算法方面所做的特殊贡献的肯定和奖励。他的成果产生了重大的国际影响,在美国、前苏联、西班牙、瑞士、荷兰、意大利、日本等国以及我国引发了大量的后继工作,促进了国际上这一方向研究工作的迅速发展。

2 呕心沥血 献身科学

冯康在学生时代就酷爱科学,学习极其刻苦。上大学时他患了脊椎结核病,在脊椎已经弯曲的困境下,仅用不到两年时间,就读完了物理系的全部课程,胜过健康人两倍的学习量。后来病情加重,在卧床的一年间又自学了许多数学经典著作。参加工作后,他对科学事业的追求更是执著,“开夜车”是经常的事。有人说他天资聪明,但和他一起工作过的人都知道,他在事业上的成就,更主要是来自于他的勤奋。

他对自己的生活要求不高,也没有什么其它爱好,科学是他唯一的爱好。改革开放后,国内外的学术会议多起来,他多次去外地参加各种学术会议,也多次出国进行学术访问。每次他总是全身心地投入学术交流,对游览则漠然置之。在科学院工作了42年,他没有去过庐山、青岛等疗养院。在晚年,学生们担心他工作太累,劳动强度太大,提醒他年事已高,应该降低工作强度,他的回答总是“我越用脑子,我的身体就越健康”。年逾古稀的他仍经常废寝忘食、通宵达旦地工作,对待科学事业达到了如醉如痴的程度。

50年代末,我国的计算数学队伍刚刚组建,人才匮乏。冯康与计算所三室和北京大学的同事们一起,通过开办各种短期培训班,强化培养计算数学人才。从我国第一台电子计算机研制成功到文化大革命前的7年里,由计算所三室成长起210多人的计算数学队伍,完成了国防与国民经济建设中亟待解决的数百个重大计算问题,在解决实际问题的能力与学术水平两方面都堪称“国家队”,在有限元法等学科领域的研究工作当时也已走在国际前列。

文化大革命期间,冯康蒙受无端的冲击,被迫停止工作。但当“闹革命”的势头稍过,他又投身到科学研究中,开展了有限元方法早期应用工作。到1972年有限元法的推广、发展工作在全国兴起。计算所主办的300人有限元讲习班便由他主讲,他还应邀到外地举办讲习班或做学术报告,为有限元法推广普及做了大量工作。在此期间,他还主编了《数值计算方法》一书,系统地介绍了近十几年计算方法的新发展,该书出版后深受读者欢迎。在他的身上真正体现了中国知识分子历经磨难矢志不渝的爱国敬业精神!

1978年,中国科学院计算中心成立,冯康任主任。他深知人才与成果是衡量研究所水平的一把尺子。他积极招收研究生,把业务骨干送到国外著名大学或研究机构进修或访问,培养学

术带头人,为计算中心形成优秀专业人才梯队打下了坚实的基础。他还积极创办了《计算数学》、《数值计算与计算机应用》与《Journal of Computational Mathematics》三个全国性计算数学刊物,为培养我国计算数学专业科技队伍发挥了很大作用,也为全国乃至国际学术交流与合作做出了贡献。他还与几位老一代知名计算数学家一起创建了计算数学学会,为我国计算数学事业的发展做了大量工作。

进入 80 年代,冯康基于他坚实的工程科学、物理学、数学知识和丰富的科学与工程计算的实践,以及他对学科发展的深邃见解,论证了计算是与理论研究和科学实验相并列的第三种科学研究方法。在国家制定“七五”规划期间,他联合计算数学专家向中央领导提出了紧急建议:把科学与工程计算方法 and 应用软件的研究与开发列入“七五”重点科技攻关项目;把大型科学计算和计算方法研究纳入高科技发展规划。这个建议为国家有关部门采纳,建议内容被列入了“七五”计划与高科技发展规划。他还率先撰写文章呼吁社会各界重视科学与工程计算,向国家有关部门建议成立科学与工程计算国家重点实验室,这一建议也为国家所采纳。

1991 年,冯康担任了国家基础性研究重大关键项目“大规模科学与工程计算的方法和理论”的首席科学家。他率领各课题组在计算数学和科学与工程计算的几个重要领域取得了一系列国际先进的研究成果。

冯康的科学成就得到了国家的肯定,1959 年他被评为全国先进工作者,1964 年当选为第三届全国人大代表,1979 年被评为全国劳动模范,1980 年当选为中国科学院学部委员(后改称院士)。他先后获得全国科学大会重大成果奖、国家自然科学基金二等奖、国家科技进步奖二等奖、中国科学院自然科学奖一等奖和国家自然科学奖一等奖。

1993 年 8 月 17 日,冯康因后脑蛛网膜大面积出血经抢救无效逝世,终年 73 岁。他的逝世是中国数学界乃至国际数学界的重大损失。美国科学院院士、曾任美国总统科学顾问及美国数学会会长的著名数学家拉克斯(Lax)教授在获悉冯康去世后,在美国杂志《SIAM News》发表的悼文中写道:“冯康教授的声望是国际性的,在各种国际会议上我们都记得他矮小的身材,散发活力的智慧的眼睛以及充满灵感的面孔,整个数学界及他众多的朋友将深深怀念他。”