



玻色编码量子纠错

范桁

中国科学院物理研究所, 北京 100190

E-mail: hfan@iphy.ac.cn

人们设想的量子计算机是按照量子力学原理进行操作和读出的机器, 利用量子系统叠加态的性质, 可以自然地实现并行计算. 同时考虑到多粒子量子系统涉及的希尔伯特空间维数是随粒子数指数增长的, 则量子计算机在模拟量子系统时应具有天然优势, 是现有经典计算机所难以匹敌的. 人们同时也设计出多种量子算法, 可以用量子计算机去解决现有经典算力难以完成的任务. 这些量子的基本特征, 是人们对量子计算技术抱有期望的简单原因.

科研人员很早就意识到, 微观系统的量子态很容易受到退相干的影响, 导致量子特性难以保持, 而基于量子态操作的量子计算机, 其计算精度是量子计算机成功运行的一个关键问题. 在经典计算机中, 计算精度问题得到了很好的解决, 如我们经常所说的单精度和双精度, 通过增加一个数字的编码比特数就能使得精度得到提升, 但是我们默认比特的0和1本身是没有错误的. 物理系统当然不会没有错误, 但我们可以把接近0和1的状态都直接归于0和1, 则完全错掉的几率是非常低的, 这就是数字电路的特征.

量子计算机的基本单元是量子比特, 量子态包含振幅参数和相位参数. 这些参数是连续的实数, 而量子计算操作中的逻辑门就是对这些参数按照需求进行改变, 对应于模拟电路, 计算中难以做到很高的精度. 因此, 退相干和量子态参数连续的特征, 是量子计算难以实现高精度的主要原因. 如何克服这些困难, 特别是退相干的影响呢? 人们提出了多种方法, 量子纠错是重要的解决方案之一. 而减弱退相干影响的一个标志性现象是量子比特的相干时间延长, 也就是在一定时间段内, 退相干影响被压制或者纠正. 南方科技大学俞大鹏团队及其合作者^[1]利用量子纠错延长量子信息的存储时间取得了显著进展, 即实现了正的量子纠错增益, 成果“玻色编码纠错延长量子比特寿命”入选“2023年度中国科学十大进展”.

1 量子纠错

由于量子态参数是连续可变的, 可以想象量子态发生错误会导致这些参数发生的改变也是连续的, 所以原则上纠错应该是纠正所发生的连续变动, 可以称之为量子相干纠错. 经典的信息论有较为成熟的纠错码理论, 所研究的问题是比



范桁 中国科学院物理研究所研究员, 博士生导师, 固态量子信息与计算实验室主任. 长期从事量子信息与量子计算理论与实验研究, 近年来特别致力于利用超导量子计算技术模拟各种量子现象, 实现量子计算、纠缠态制备及量子算法、量子化学和量子机器学习等, 推动量子计算的科学应用. 从2017年开始, 带领团队搭建了系列超导量子计算系统, 规划超导量子芯片制备, 实现软硬件一体化、开放量子计算云平台quafu上线运行.

特的0和1发生错误, 分别变为1和0, 人们可以将这种错误描述为比特反转错误(bit-flip). 对于量子比特, 比特反转错误和相位反转(phase-flip)错误, 或者同时发生, 就可以描述量子比特发生错误的类型. 这样, 人们可以借鉴成熟的经典纠错理论, 发展出量子纠错理论, 只是需要将量子系统的比特反转错误和相位反转错误都纠正, 即可以实现量子纠错.

人们对这种量子纠错方法经常会产生误解, 以为量子纠错只能纠正3种特定错误, 即分离式的错误, 但是对于实际发生的量子态参数连续变化的错误无能为力. 实际上, 量子纠错巧妙地利用了测量塌缩机制来解决这个问题. 正如人们所指出的, 如果利用量子纠错码来制备出逻辑比特, 物理比特所发生的连续变量的错误, 可以被表示为对应几率的分离的3种量子错误类型, 即比特反转、相位反转, 或者同时反转, 分别用特定物理比特上的 X , Z , Y 三个泡利矩阵表述, 通过辅助比特可测量出发生错误的类型和位置, 同时逻辑比特塌缩于发生特定错误的量子态, 施加纠错的操作, 总可以实现逻辑比特的纠错.

具体思路如下所示: 编码为逻辑比特后, 例如在第 j 个物理量子比特上所发生的不可知错误表示为

$$U_j = \alpha_0 I_j + \alpha_x X_j + \alpha_y Y_j + \alpha_z Z_j, \quad (1)$$

其中, 参数 α_l , $l \in \{0, x, y, z\}$ 是连续参数, 所以这个错误是连续

变量错误. 在量子纠错中, 通过制备辅助态和操作, 可以把此错误标记入辅助态, 粗略写为下面的形式, 实际上我们一般会分别纠正比特和相位错误:

$$\alpha_0 |\psi\rangle_L | \text{Ancilla} \rangle + \alpha_x X_j |\psi\rangle_L | X_j \text{Ancilla} \rangle + \alpha_y Y_j |\psi\rangle_L | Y_j \text{Ancilla} \rangle + \alpha_z Z_j |\psi\rangle_L | Z_j \text{Ancilla} \rangle. \quad (2)$$

量子纠错的方法是测量辅助比特. 基于量子力学测量理论, 测量后量子态会以一定的几率塌缩到不同的量子态. 通过测量会探测出所发生的错误, 并在逻辑比特上进行纠错. 经过纠错, 获得的量子态为

$$\left(\sum_l \alpha_l^2 \right) |\psi\rangle \langle \psi| = |\psi\rangle \langle \psi|. \quad (3)$$

很明显, 连续参数 $\alpha_l, l \in \{0, x, y, z\}$ 对应于测量塌缩到某个态的几率, 而逻辑比特只是发生了分离的一类错误. 这样连续变量的错误应该可以借助纠正3种不同类型的分离错误来完成. 应该指出的是, 这里只是考虑了逻辑比特编码后, 特定物理比特发生的连续错误是可被探测和纠正的. 也就是说, 逻辑比特在量子存储中, 所有错误都是可以被纠正的. 应该说, 量子纠错理论已经发展多年, 但是如何实现对一般量子态所发生的连续错误进行纠错, 仍然有很多值得研究的问题.

逻辑比特可以将物理比特按照量子纠错码的形式编码, 量子纠错码不同于经典纠错码的特点在于需要纠正 X, Y, Z 三种不同的错误, 除了比特反转错误, 特别需要能纠正相位反转错误. 量子态处于希尔伯特空间, 量子纠错码的原理是将一个大的希尔伯特空间分为一些小的希尔伯特空间, 处于不同小希尔伯特空间的量子态可以被探测和区分, 这样我们可以利用一个小希尔伯特空间的量子态代表逻辑比特, 发生错误意味着量子态从一个小希尔伯特空间变动到另一个小希尔伯特空间. 但由于特殊的编码方式, 这个错误可以被甄别并纠正. 同时也应该明确, 如果发生的错误数大于规定的数目, 即错误率高于阈值, 则纠错码会无效.

量子纠错码理论从舒尔(Shor)^[2]提出第一个量子纠错码至今, 理论框架已基本成熟, 方法包括借助经典纠错码的特殊对称性所建立的CSS码^[3,4], 利用泡利算子本征态特点的稳定子码^[5], 基塔耶夫(Kitaev)^[6]提出基于二维格点量子比特布局的表面码等. 但是这些纠错码技术需要用多个物理比特来代表一个逻辑比特, 在资源方面是非常不划算的. 所以, 人们也研究了诸如玻色码^[7]的纠错技术.

针对玻色子所表示的福克态, 例如 $|0\rangle, |1\rangle, |2\rangle, |3\rangle, |4\rangle$ 等, 分别表示包含0, 1, 2, 3, 4个玻色子, 比如光子, 人们提出了一种编码:

$$|W_1\rangle = \frac{|0\rangle + |4\rangle}{\sqrt{2}}, \quad |W_2\rangle = |2\rangle. \quad (4)$$

一个量子比特 $\alpha |W_1\rangle + \beta |W_2\rangle$, 在发生一个光子丢失时变为 $\alpha |3\rangle + \beta |1\rangle$, 这个错误是可以纠正的. 考虑到光腔系统中最可能发生的错误就是光子丢失, 如能进行纠错, 则这种技术将具有很好的发展前景.

2 量子纠错盈亏平衡点的超越

量子纠错码的编码和纠错操作都需要对量子态进行操控, 包括编码将一个物理比特的信息通过系列操作映射为一个包含数个物理比特的逻辑比特, 一般其形式是较为复杂的纠缠态, 我们知道纠缠态易于受到环境噪音的影响. 纠错过程需要将逻辑比特和辅助比特进行信息传递, 测量辅助比特得到发生错误的信息, 并进行纠错. 这些过程不可避免会带来错误, 所以在操控精度达不到一定要求时, 一般会越纠越错, 导致纠错码并不能使用. 随着精度的提升, 当超过一个阈值时就会越纠越好, 从而达到一个理想的精度. 但是利用量子纠错实现高精度通用量子计算, 实际还隐含着前提, 就是量子比特扩展性很好, 即集成的物理比特数非常多, 可以进行多层级联的纠错编码, 实现高精度的逻辑比特. 以现有的技术来看, 这些目标还显得过于遥远. 所以人们也在关心, 作为一个开始, 是否可以先达到一个较容易的目标, 即经过纠错之后, 逻辑比特的相干时间可以延长. 这一目标的实现将是超越量子纠错盈亏平衡点的一个标志性成果, 玻色编码技术有望实现这一目标.

南方科技大学俞大鹏团队与国内数家单位合作^[1], 在一个带有共振腔的超导量子比特系统, 使用最简单的编码(式(4))并纠错, 使得逻辑比特的相干时间延长了16%, 超越了量子纠错盈亏平衡点. 他们利用了一个超导量子比特以及与之耦合的3D谐振腔, 这个超导量子比特在实验中的作用是纠错码的辅助比特, 3D腔中的微波光子福克态用来编码逻辑比特, 微波光子数不超过4个, 如式(4)所示.

超导量子比特首先被制备到不同的量子态, 例如对应于布洛赫球北极的 $|0\rangle$ 态, 以及两个赤道态 $\frac{|0\rangle + (i)|1\rangle}{\sqrt{2}}$, 这3个量子态被传递至谐振腔中成为逻辑比特, 此时是量子纠错的起点. 和腔有耦合的超导量子比特被用作辅助比特, 通过测量其状态可以探测到福克态编码的逻辑比特是否发生了光子丢失, 并根据结果确定是否进行纠错. 实验分别得到了不纠错、一层纠错和两层纠错的数据, 逻辑比特的寿命分别为694、755、805 μs . 可以看出, 经过一层和两层纠错, 比特寿命分别延长了8.8%和16%, 从而实现了盈亏平衡点的超越.

此实验的成果得益于合作团队在此研究方向的长期积累, 包括3D谐振腔超导量子比特工艺的进步、测量反馈操作实验技术的迭代优化、高质量器件制备、合适的实验方案选择等, 是国内在量子计算领域的一个代表性成果.

3 展望

以超越盈亏平衡点为起点, 下一步工作应该是使得逻辑比特的寿命大幅延长, 一方面可完成更深的量子线路, 另一方面可减少退相干所带来的噪音影响。基于多个逻辑比特上的门操作或者多个逻辑比特纠缠态将是下一步工作的努力方向, 其中基于逻辑比特上的量子门操作如能展示出更高的精度则符合人们的期待, 当然这也是一项挑战性的实验。

现阶段, 量子纠错是量子计算受关注的研究方向, 也是

实现容错通用量子计算的关键一步。除了玻色编码量子纠错, 利用多量子比特的表面码进展也非常迅速。谷歌团队的量子纠错实现了随着纠错码规模的扩大, 逻辑比特的错误率下降这一成果^[8], 也是量子纠错重要的进展。同时, 我们也应该认识到, 量子纠错的成功依赖于扩展性问题的解决, 这一挑战需要两个维度的协同进展, 即规模的扩大和精度的提升必须兼顾。相信随着诸多技术路线的快速发展, 这些困难终将被克服, 而量子计算的时代也会早日来临。

推荐阅读文献

- 1 Ni Z, Li S, Deng X, et al. Beating the break-even point with a discrete-variable-encoded logical qubit. *Nature*, 2023, 616: 56–60
- 2 Duan L M, Guo G C. Scheme for reducing collective decoherence in quantum memory. *Phys Lett A*, 1998, 243: 265–269
- 3 Calderbank A R, Shor P W. Good quantum error-correcting codes exist. *Phys Rev A*, 1996, 54: 1098–1105
- 4 Steane A M. Error correcting codes in quantum theory. *Phys Rev Lett*, 1996, 77: 793–797
- 5 Gottesman D. Stabilizer codes and quantum error correction. California Institute of Technology, 1997
- 6 Kitaev A Y. Fault-tolerant quantum computation by anyons. *Ann Phys*, 2003, 303: 2–30
- 7 Michael M H, Silveri M, Brierley R T, et al. New class of quantum error-correcting codes for a bosonic mode. *Phys Rev X*, 2016, 6: 031006
- 8 Acharya R, Aleiner I, Allen R, et al. Suppressing quantum errors by scaling a surface code logical qubit. *Nature*, 2023, 614: 676–681

Summary for “玻色编码量子纠错”

Quantum error correction with bosonic encoding

Heng Fan

Institute of Physics, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100190, China

E-mail: hfan@iphy.ac.cn

Recently, the achievement, entitled “lifetime enhancement for a logic qubit by bosonic encoding error correction”, has been selected as one of “The Ten Major Advances in Chinese Science 2023”. Here, we will introduce briefly the importance of this work. It is known that quantum states are fragile due to decoherence induced by environment. Error will happen on a qubit, resulting in continuously changes of the parameters for this qubit, such as amplitude and phase parameters. The aim of quantum error correction is to amend those errors by using various quantum error correction codes, in which a logic qubit can be represented by several physical qubits. It should be noted that the quantum error correction can be realized by correcting a discrete set of errors, such as bit-flip error, phase-flip error or both of them.

On the other hand, types of errors occurred depend on specific platforms of quantum computation. For example, photon loss is more inclined to occur in photonic systems. In this case, the approach of bosonic encoding of quantum error correction is more efficient. The work “lifetime enhancement for a logic qubit by bosonic encoding error correction” is for such a scenario. The challenge of quantum error correction is that operation itself is not perfect which may incur new errors. So it is actually difficult to demonstrate that we can benefit from quantum error correction. The achievement of lifetime enhancement by bosonic encoding error correction succeeds in beating this break-even point. The experiments are performed by circuit quantum electrodynamics on a superconducting processor with a qubit and a coupled resonant cavity. The logic qubit is realized by the bosonic mode of the cavity, while the superconducting qubit plays the role of the ancillary qubit in error correction. The initial states are prepared by the superconducting qubit, and are transferred to the logic qubit in the cavity. Then the error correction can be performed based on detection of photon loss by the superconducting qubit. The results show that the lifetime of the logic qubit increases from 694 μs to 805 μs with 16% enhancement. Besides high quality devices, the success of this experiment depends on the feedback control to detect and correct the error of photon loss in a short time.

The result of beating the break-even point of bosonic encoding error correction is for one logic qubit. In the near future, it is hopeful to implement logic gates, such as single-qubit rotation gate and two-qubit gate, on a couple of logic qubits by bosonic encoding. The importance of the results will depend on whether higher fidelity can be achieved compared with those of gates with physical qubits. In this way, the advantage of the logic qubits for quantum computation is presented. It will be significant that the approach of bosonic encoding with a superconducting processor is scalable to hundreds of logic qubits, which may take a few years to realize. Our aim is to realize a fault-tolerant universal quantum computer based on a large quantity of high-precision logic qubits. The work “lifetime enhancement for a logic qubit by bosonic encoding error correction” is an important step toward this aim.

quantum error correction, superconducting qubit, bosonic encoding, quantum computation

doi: [10.1360/TB-2024-0454](https://doi.org/10.1360/TB-2024-0454)