基于辩论语义的算子模糊逻辑*

程晓春 姜云飞 刘叙华

(吉林大学计算机系,符号计算与知识工程开放实验室,长春 130023)

摘要 定义了一种基于辩论语义的算子模糊逻辑,这种逻辑是相关的、次协调的、非单调的,能形象地刻画认知过程中的信念修正,适于在知识不一致、不精确、不完全情形下推理.

关键词 算子模糊逻辑 相关逻辑 非单调逻辑 次协调逻辑

在传统逻辑中,逻辑的真值和逻辑的运算都是精确的,对复杂的模糊事物常采用简化和抽象的手段来研究. 但是,传统逻辑在描述认知过程时会遇见某些困难. 正如模糊集合论创始人 Zadeh 所概括的不相容原理所指出的,当系统复杂性增大时,对系统精确而且有意义的描述能力将相应地降低. 不同质的问题只有用不同质的方法才能解决. 人类推理的力量恰在于能直接掌握并运用不严格的概念.

1971 年,Lee 和 Chang 迈出了模糊逻辑中自动演绎的第一步. 1975 年,Zadeh 提出真值取在"语言集"上的模糊逻辑,较成功地描述了命题的模糊性质,但是语言真值之间的运算无法封闭[1,2]. 1982 年 Mukaidono 重新讨论了模糊归结和模糊蕴涵. 1991 年 Dubois 对模糊逻辑发展的评论[2] 中指出:Lee 和 Chang 的模糊逻辑及如上学者的工作,在语法上和经典逻辑相同导致了模糊逻辑的恒真、恒假、逻辑结果等基本定义及相应结果与经典逻辑的相同.

1985 年刘叙华将程度词 (Hedges) 从谓词符号中分离,建立了语法与经典逻辑不同的算子模糊逻辑 OFL[1], 将命题的模糊程度用算子形式地表示在命题原子的左侧;关于同一命题的不同层次的程度词间通过算子运算进行综合. 算子格上的不同算子运算体现为对程度词的不同理解. 安直[3]、陆汝钤[4,5] 分别从不同应用角度推广了算子模糊逻辑.

上述模糊逻辑系统,当真值取在 $[0,1]$ 上时,合取、析取对应的真值运算都是 min 和 max. 如果模糊逻辑中公式的真值对应模糊集的隶属度,那么合取、析取运算对应模糊集的交、并运算,从而应满足模糊交、并的公理. 可以证明[6], 在 $[0,1]$ 上,min 是唯一连续、有幂等律的模糊交对应的真值运算,max 是唯一连续、有幂等律的模糊并对应的真值运算.

对于大规模的知识系统来说,要想保持知识库绝对一致是非常困难的;利用不一致的知识推理,辩论是一种重要的方法. 基于信度语义的算子模糊逻辑[3] 中,模糊值小于 0.5 表示反对,模糊值越接近于 0 表示反对程度越大;模糊值大于 0.5 表示支持,模糊值越接近于 1 表示

1995-03-03 收稿
*国家自然科学基金、国家"八六三"计划和国家"攀登计划"资助项目

支持程度越大；模糊值等于0.5表示持折中态度．当模糊逻辑用作辩论工具时，辩论结果取决于参辩者支持或反对的不同程度，即依据的是模糊值距0.5的远近，而不是模糊值的大小．此时，min, max作为模糊交、模糊并运算是不合理的．

本文改进算子模糊逻辑，提出了基于辩论语义的算子模糊逻辑，其上的推理是相关的、次协调的[7]、非单调的[8]，适于在知识不一致、不精确、不完全情形下推理，能形象地刻画认知过程中的信念修正．

1　基于辩论语义的算子模糊逻辑DOFL

定义1　设$(£, \&, \#, Op, \bigstar)$是一个五元组，其中$(£, \&, \#)$是完备的分配格，$\&$, $\#$分别是$£$的下确界、上确界运算，Op是一程度词集，算子运算$\bigstar$满足如下条件：对任意$\lambda \in Op$及任意$a, b \in £$，

(1) $\lambda \bigstar a \in £$,

(2) $\lambda \bigstar (a\&b) = (\lambda \bigstar a)\&(\lambda \bigstar b)$,

(3) $\lambda \bigstar (a\#b) = (\lambda \bigstar a)\#(\lambda \bigstar b)$,

则称$(£, \&, \#, Op, \bigstar)$是一个算子格．

定义2　设$(£, \&, \#, Op, \bigstar)$是一个算子格，若$Op \subseteq £$，对任意$\lambda_1, \lambda_2 \in Op$及任意$a \in £$，算子运算$\bigstar$满足：

(1) $\lambda_1 \bigstar \lambda_2 \in Op$,

(2) $\lambda_1 \bigstar (\lambda_2 \bigstar a) = (\lambda_1 \bigstar \lambda_2) \bigstar a$,

则称$\bigstar$是结合的算子运算，称$(£, \&, \#, Op, \bigstar)$是结合算子格．

定义3　设$(£, \&, \#)$是完备的分配格，若$£$上的一元运算$'$满足对任意$a \in £$, $(a')' = a$，则称$'$是$£$上的模糊余运算，a'称为a的模糊余元，$£$称为模糊有余格．

注意，这里的模糊余运算与格论中的余运算要求是不同的．

定义4　在结合算子格$(£, \&, \#, Op, \bigstar)$中，对任意$\lambda \in Op$及任意$a \in £$，若$£$上的模糊余运算$'$满足$(\lambda \bigstar a)' = \lambda \bigstar a'$，则称$(£, \&, \#, Op, \bigstar, ')$是模糊有余结合算子格．

以上介绍一般的算子格，下面介绍一种具体的算子格．在这种算子格中，设$£$为$[0,1]$．

定义5　对任意$a \in [0,1]$，称$|a-0.5|$为元素a的确定性，记为$CE(a)$．

格$£$中的序关系$\boxed{\geqslant}$如下规定：对任意$a, b \in [0,1]$，

$$a \boxed{\geqslant} b \quad \text{iff} \quad \begin{cases} CE(a) > CE(b) & \text{或} \\ CE(a) = CE(b) \text{ 且 } a > b & \text{或} \\ a = b \end{cases}$$

在序关系$\boxed{\geqslant}$下，$£$中任意两个元素可比较，从而$(£, \boxed{\geqslant})$是全序格．根据序关系$\boxed{\geqslant}$可定义$£$的上确界运算$\#$与下确界运算$\&$：对任意$a, b \in [0,1]$, $a\&b = a$且$a\#b = b$ iff $b \boxed{\geqslant} a$．即当a和b的确定性不同时，a和b在$£$中的上确界$a\#b$取a和b中确定性大者，a和b在$£$中的下确界$a\&b$取a和b中确定性小者；当a和b的确定性相同时，$a\#b$取$\max\{a, b\}$, $a\&b$取$\min\{a, b\}$．

命题1　$£$是个完备的分配格．

证 显然，£ 是有界的全序格，最大元为 1，最小元为 0.5，全序格的任意非空子集都有上确界、下确界，因此 £ 是完备格．£ 不含菱形 $m3$ 和五边形 $n5$ 为子格，因此 £ 是分配格．即 £ 是个完备的分配格．证毕．

命题 2 定义 £ 的子集 (0.5, 1] 为程度词集 Op，算子运算★定义为：$\forall\lambda\in$Op，$\forall a\in$£，$\lambda\bigstar a=0.5+2(\lambda-0.5)(a-0.5)$，则 (£, &, #, Op, ★) 是一个结合算子格．

证 (1) $\forall\lambda\in$Op，$\forall a\in$£，有 $\lambda\bigstar a\in$£．

只需证，$\forall\lambda\in(0.5,1]$，$\forall a\in[0,1]$ 有 $\lambda\bigstar a\in[0,1]$．

因为 $|\lambda-0.5|\leqslant 0.5$，$|a-0.5|\leqslant 0.5$，故 $2|\lambda-0.5|\,|a-0.5|\leqslant 0.5$；从而 $2(\lambda-0.5)(a-0.5)\in[-0.5,+0.5]$，所以 $\lambda\bigstar a=0.5+2(\lambda-0.5)(a-0.5)\in[0,1]$．

(2) $\forall\lambda\in$Op，$\forall a,b\in$£，有 $\lambda\bigstar(a\&b)=(\lambda\bigstar a)\&(\lambda\bigstar b)$．

1) 当 $\mathrm{CE}(a)\neq\mathrm{CE}(b)$ 时，

$$\forall a,\ b\in[0,1],\quad \begin{array}{l}|\lambda\bigstar a-0.5|=2|\lambda-0.5|\ |a-0.5|\\ |\lambda\bigstar b-0.5|=2|\lambda-0.5|\ |b-0.5|.\end{array}$$

因为 $\lambda\in(0.5,1]$，$|\lambda-0.5|>0$，所以 $|\lambda\bigstar a-0.5|>|\lambda\bigstar b-0.5|$ iff $|a-0.5|>|b-0.5|$，即

$$\mathrm{CE}(\lambda\bigstar a)>\mathrm{CE}(\lambda\bigstar b)$$

iff $\mathrm{CE}(a)>\mathrm{CE}(b)$． 因为 $\mathrm{CE}(a)\neq\mathrm{CE}(b)$，$\mathrm{CE}(a)>\mathrm{CE}(b)$ iff $a\&b=b$，$\mathrm{CE}(\lambda\bigstar a)>\mathrm{CE}(\lambda\bigstar b)$ iff $(\lambda\bigstar a)\&(\lambda\bigstar b)=\lambda\bigstar b$，所以，$\lambda\bigstar(a\&b)=(\lambda\bigstar a)\&(\lambda\bigstar b)$ 成立．

2) 当 $\mathrm{CE}(a)=\mathrm{CE}(b)$ 时，

若 $a=b$，显然有 $\lambda\bigstar(a\&b)=(\lambda\bigstar a)\&(\lambda\bigstar b)$．

若 $a=1-b$，不妨设 $a>0.5$，$b<0.5$，

$$\begin{aligned}(\lambda\bigstar a)\&(\lambda\bigstar b)=&(\lambda\bigstar a)\&(\lambda\bigstar(1-a))=\\&(\lambda\bigstar a)\&(0.5+2(\lambda-0.5)(1-a-0.5))=\\&(\lambda\bigstar a)\&(0.5-2(\lambda-0.5)(a-0.5))=\\&(\lambda\bigstar a)\&(1-\lambda\bigstar a)=1-\lambda\bigstar a,\\ \lambda\bigstar(a\&b)=\lambda\bigstar b=&\lambda\bigstar(1-a)=0.5+2(\lambda-0.5)(1-a-0.5)=\\&0.5-2(\lambda-0.5)(a-0.5)=1-\lambda\bigstar a,\end{aligned}$$

所以，此时也有 $\lambda\bigstar(a\&b)=(\lambda\bigstar a)\&(\lambda\bigstar b)$．

同理可证：

(3) $\forall\lambda\in$Op，$\forall a,b\in$£，有 $\lambda\bigstar(a\# b)=(\lambda\bigstar a)\#(\lambda\bigstar b)$．

据定义 1，(£, &, #, Op, ★) 是一个算子格．

类似① 的证明可证：

(4) $\forall\lambda_1,\ \lambda_2\in(0.5,1]$，有 $\lambda_1\bigstar\lambda_2\in(0.5,1]$．

据定义 2，只需再证明：

(5) $\forall\lambda_1,\lambda_2\in(0.5,1]$，$\forall a\in$£，有 $\lambda_1\bigstar(\lambda_2\bigstar a)=(\lambda_1\bigstar\lambda_2)\bigstar a$．

$$\begin{aligned}\lambda_1\bigstar(\lambda_2\bigstar a)=&\lambda_1\bigstar(0.5+2(\lambda_2-0.5)(a-0.5))=\\&0.5+2(\lambda_1-0.5)(2(\lambda_2-0.5)(a-0.5))=\\&0.5+4(\lambda_1-0.5)(\lambda_2-0.5)(a-0.5),\end{aligned}$$

$$(\lambda_1 \bigstar \lambda_2) \bigstar a = (0.5+2(\lambda_1-0.5)(\lambda_2-0.5)) \bigstar a = 0.5+2(2(\lambda_1-0.5)(\lambda_2-0.5))(a-0.5) = 0.5+4(\lambda_1-0.5)(\lambda_2-0.5)(a-0.5),$$

故 $\lambda_1 \bigstar (\lambda_2 \bigstar a) = (\lambda_1 \bigstar \lambda_2) \bigstar a$.　　证毕.

命题 3　在 £ 上定义一元运算 ′ 如下: $\forall a \in [0,1], a' = 1-a$, 则 ′ 是 £ 上的模糊余运算.

证　$\forall a \in [0,1], (a')' = 1-(1-a) = a$, 由定义 3, ′ 是 £ 上的模糊余运算. 证毕.

命题 4　(£, &, ⋕, Op, ★, ′) 是模糊有余结合算子格.

证　由定义 4 只需证明 $\forall \lambda \in (0.5,1], \forall a \in$ £, 有 $(\lambda \bigstar a)' = \lambda \bigstar a'$.

$$(\lambda \bigstar a)' = 1-(0.5+2(\lambda-0.5)(a-0.5)) = 0.5-2(\lambda-0.5)(a-0.5),$$

$$(\lambda \bigstar a') = 0.5+2(\lambda-0.5)(a'-0.5) = 0.5+2(\lambda-0.5)(1-a-0.5) = 0.5+2(\lambda-0.5)(0.5-a) = 0.5-2(\lambda-0.5)(a-0.5),$$

故 $(\lambda \bigstar a)' = \lambda \bigstar a'$ 成立.　　证毕.

定义在 (£, &, ⋕, Op, ★, ′) 上的算子模糊逻辑[1,3~5] 记为 DOFL (Dialectic Operator Fuzzy Logic). 规定在 DOFL 的任意解释 I 下有: $T_I(\sim G) = (T_I(G))'$, $T_I(\lambda G) = \lambda \bigstar T_I(G)$, $T_I(G \vee H) = T_I(G) \# T_I(H)$, $T_I(G \wedge H) = T_I(G) \& T_I(H)$.

下面给出 DOFL 的几条性质: $\forall \lambda_1, \lambda_2 \in$ Op, $\forall a_1, a_2 \in$ £, 对任意公式 G, H 有

性质 1　$1G = G$, 即 $1G$ 表示完全支持 G.

性质 2　$\sim(\lambda_1 G) = \lambda_1(\sim G)$, 即反对"在某种程度上支持 G"与在某种程度上支持"反对 G"是相同的.

性质 3　$\lambda_1(\lambda_2 G) = (\lambda_1 \bigstar \lambda_2)G$; 因为 $\lambda_1 > 0.5$ 且 $\lambda_2 > 0.5$ 时必有 $\lambda_1 \bigstar \lambda_2 > 0.5$, 所以多个表示支持的算子累积作用仍然表示支持. 注意, 文献 [1] 中算子运算不具有结合性; 文献 [3] 中公式外层多个相邻算子可由其乘积代替:

$$\lambda_1 \cdots \lambda_n G = (\lambda_1 \times \cdots \times \lambda_n) G.$$

当 $\lambda_1, \cdots, \lambda_n$ 均大于 0.5 表示支持时, 累积作用 $\lambda_1 \times \cdots \times \lambda_n$ 却可能小于 0.5 表示反对, 这是不合理的. 多个关于 G 不确定性的算子积累作用应该趋于"完全不确定" G 的真假 (即 $0.5G$) 而不是趋于"反对" G (即 $0G$), 这正是 DOFL 中算子结合运算所具有的性质. 因此, 在 DOFL 中, 当多个算子作用于一个命题时, 可以先把这些算子结合为一个算子, 再作用于命题.

性质 4　$\lambda_1(G \vee H) = \lambda_1 G \vee \lambda_1 H$.

性质 5　$\lambda_1(G \wedge H) = \lambda_1 G \wedge \lambda_1 H$.

性质 6　$\lambda_1((\forall X)G(X)) = (\forall X)(\lambda_1 G(X))$,

$\lambda_1((\exists X)G(X)) = (\exists X)(\lambda_1 G(X))$,

$(\lambda_1 \forall X)G(X) = (\forall X)(\lambda_1 G(X))$,

$(\lambda_1 \exists X)G(X) = (\exists X)(\lambda_1 G(X))$.

性质 7　若 $\mathrm{CE}(\lambda_1) \geqslant \mathrm{CE}(\lambda_2)$, 且 $\mathrm{CE}(a_1) \geqslant \mathrm{CE}(a_2)$, 则 $\mathrm{CE}(\lambda_1 \bigstar a_1) \geqslant \mathrm{CE}(\lambda_2 \bigstar a_2)$, 即新的算子运算★能保持确定性的序关系.

性质 8　$\mathrm{CE}(G) = \mathrm{CE}(\sim G)$, 即观点的确定性与观点是支持还是反对无关.

性质 9 DOFL 中公式满足交换律、结合律、分配律、吸收律；但不满足 Demorgan 律.

例 1 设 $T_I(G)=0.5$, $T_I(H)=0.6$, 则 $T_I(G\vee H)=T_I(G)\#T_I(H)=0.5\#0.6=0.6$; $T_I(\sim(G\vee H))=(T_I(G\vee H))'=0.6'=1-0.6=0.4$; $T_I(\sim G\wedge\sim H)=T_I(\sim G)\&T_I(\sim H)=0.5\&0.4=0.5$. 这时，$T_I(\sim(G\vee H))\neq T_I(\sim G\wedge\sim H)$.

我们可以把逻辑推理看作是一种智能选择：从一些相互关联的知识片中选出一个做为结论；选择的依据便是对知识片的排序，选择的结论应该是既满足关联条件又在序关系下是最好的. 模型 AOFL[3] 中算子格 [0,1] 的上、下确界运算分别是 max, min, 承认序关系“支持的比反对的好”. 例如，当 $T_I(P)\geqslant 0.5$ 时，$0.6P\vee 0.9\sim P\vee 0.8\sim P=0.6P$, 尽管有多个强烈反对者，只有一个稍稍支持者，结论却是支持的；这不符合辩论语义. 算子格 £ 的上、下确界运算体现的序关系是“确定性不同的结论之间确定性大的好，确定性相同的结论之间支持的比反对的好”. 对不同好坏的观点，DOFL 的析取运算选参辩观点中最好者做为择一而选时的好坏标志；合取运算选参辩观点的最坏者做为保持多观点共存、采取折中态度时的好坏标志. DOFL 结论选择主要依据公式取值的确定性(代表参辩者的权威或态度的确定程度)，据性质 8, DOFL 有同等的机会采用支持的观点与采用反对的观点，从而更符合辩论语义.

例 2 $0.6P\vee 0.9\sim P\vee 0.8\sim P=0.9\sim P$, 即对问题 P, 一个专家稍稍支持，多个专家强烈反对，则系统择一而选时的辩论结果是“P 被反对”.

例 3 $0.6P\wedge 0.9\sim P\wedge 0.9P=0.6P$, 即对问题 P, 有专家稍稍支持，有专家强烈反对，有专家强烈支持，则系统保持多观点共存时的辩论结果是“P 被稍稍支持”. 注意这时参辩观点的真值与结论观点的真值差额最小:

$$\begin{aligned}
&|T_I(0.6P)-T_I(0.6P)|+|T_I(0.9\sim P)-T_I(0.6P)|+|T_I(0.9P)-T_I(0.6P)|=\\
&\quad|[0.5+2(0.9-0.5)(1-T_I(P)-0.5)]-[0.5+2(0.6-0.5)(T_I(P)-0.5)]|+\\
&\quad|[0.5+2(0.9-0.5)(T_I(P)-0.5)]-[0.5+2(0.6-0.5)(T_I(P)-0.5)]|=\\
&\quad|2(-0.4-0.1)(T_I(P)-0.5)|+|2(0.4-0.1)(T_I(P)-0.5)|=1.6|T_I(P)-0.5|.\\
&|T_I(0.6P)-T_I(0.9P)|+|T_I(0.9\sim P)-T_I(0.9P)|+|T_I(0.9P)-T_I(0.9P)|=\\
&\quad|[0.5+2(0.6-0.5)(T_I(P)-0.5)]-[0.5+2(0.9-0.5)(T_I(P)-0.5)]|+\\
&\quad|[0.5+2(0.9-0.5)(1-T_I(P)-0.5)]-[0.5+2(0.9-0.5)(T_I(P)-0.5)]|=\\
&\quad|2(0.1-0.4)(T_I(P)-0.5)|+|2(-0.4-0.4)(T_I(P)-0.5)|=2.2|T_I(P)-0.5|.\\
&|T_I(0.6P)-T_I(0.9\sim P)|+|T_I(0.9\sim P)-T_I(0.9\sim P)|+|T_I(0.9P)-T_I(0.9\sim P)|=\\
&\quad|[0.5+2(0.6-0.5)(T_I(P)-0.5)]-[0.5+2(0.9-0.5)(1-T_I(P)-0.5)]|+\\
&\quad|[0.5+2(0.9-0.5)(T_I(P)-0.5)]-[0.5+2(0.9-0.5)(1-T_I(P)-0.5)]|=\\
&\quad|2(0.1-(-0.4))(T_I(P)-0.5)|+|2(0.4-(-0.4))(T_I(P)-0.5)|=2.6|T_I(P)-0.5|.
\end{aligned}$$

因此，合取运算是一种在含大量矛盾时的折中方案.

在 £ 这个全序格上，可任选一点 B 作为本次辩论成功结束时所达到的有效结论的最低好坏程度，称 B 为分界元.

定义 6 对任意给定分界元 B, 设 G 是任意不含 → 和〈－〉的公式，对任意解释 I, 称 I 满足 G iff $T_I(G)\boxed{\geqslant}B$; 否则称 I 不满足 G。

显然，I 满足 $P\wedge Q$ iff I 满足 P 且 I 满足 Q; I 满足 $P\vee Q$ iff I 满足 P 或 I 满足 Q. 从而

I 满足 $(\exists X)G(X)$ iff 有一基例 t, I 满足 $G(t)$; I 满足 $(\forall X)G(X)$ iff 对任一基例 t, I 满足 $G(t)$.

当 £ 退化为 $\{0,1\}$ 时, 上、下确界运算退化为 max, min, 从而当分界元 B 取 1 而且 Op 为空时, DOFL 便退化为经典逻辑. 所以, DOFL 是经典逻辑的推广.

经典逻辑中 $\sim P \vee P$ 是重言式, 从而实质蕴涵 $P \rightarrow P$ 总成立; 而且, 对任意解释 I, I 满足 $P \rightarrow Q$ 当且仅当"若 I 满足 P 则 I 满足 Q", 从而 $P \rightarrow Q$ 可表示 P 和 Q 之间的条件关系.

但是 DOFL 中 $\sim P \vee P$ 不再是重言式: 例如设 $B=0.7$, $T_I(P)=T_I(\sim P)=0.5$, 因为 $0.5 \boxed{\geqslant} B$ 不成立, 故 I 不满足 $\sim P \vee P$. DOFL 中, 对任意解释 I, 如果规定 $T_I(P \rightarrow Q)=T_I(\sim P \vee Q)$, 则 $P \rightarrow P$ 不总成立; 而且 $P \rightarrow Q$ 没有表示 P 和 Q 之间的条件关系: 例如设 $T_I(P)=0.9$, $T_I(\sim P)=0.1$, $T_I(Q)=0.6$, 分界元 $B=0.8$, 则 I 满足 P ($0.9 \boxed{\geqslant} B$ 成立), 不满足 Q ($0.6 \boxed{\geqslant} B$ 不成立), 却满足 $P \rightarrow Q$ ($T_I(P \rightarrow Q)=T_I(\sim P \vee Q)=0.1 \boxed{\geqslant} B$ 成立). 因此, 规定 $T_I(P \rightarrow Q)=T_I(\sim P \vee Q)$ 是无意义的. 为了表示条件关系的知识, 我们可以如下定义 DOFL 的蕴涵式:

定义 7　对任意解释 I, 设 P, Q 是不含 $\rightarrow$ 和 $\langle - \rangle$ 的公式, 称 I 满足蕴涵式 $P \rightarrow Q$ iff 对任意给定分界元 B, 若 I 满足 P 则 I 满足 Q; 即或者 I 不满足 P 或者 I 满足 Q.

显然, 对任意公式 P, 对任意解释 I, I 满足 $P \rightarrow P$.

规定 I 满足蕴涵式 $\forall X(P(X) \rightarrow Q(X))$ iff 对任一基例 t, I 满足 $P(t) \rightarrow Q(t)$.

规定 I 满足等价式 $P \langle - \rangle Q$ iff I 满足 $P \rightarrow Q$ 且 I 满足 $Q \rightarrow P$.

规定 I 满足等价式 $\forall X(P(X) \langle - \rangle Q(X))$ iff 对任一基例 t, I 满足 $P(t) \langle - \rangle Q(t)$.

在 DOFL 中只讨论蕴涵式和等价式的可满足性, 不讨论蕴涵式和等价式的真值大小, 蕴涵式和等价式可以理解为规则而不是普通意义的公式, 从而只允许出现在推理的前提中. 称不含 $\rightarrow$ 和 $\langle - \rangle$ 的公式为普通公式.

若解释 I 满足公式集 S 中的每个公式, 称 I 满足 S.

2　基于 DOFL 的推理

定义 8　对任意分界元 B, 若满足公式(集) S 的所有解释都满足普通公式 G, 称 S 可能蕴涵 G 或 G 是 S 的可能逻辑结果, 记为 $S|=G$; 否则, 称 S 不可能蕴涵 G, 记为 $S|\neq G$.

例 4　设 $S_1=\{\forall X(1\mathrm{BIRD}(X) \rightarrow 0.8\mathrm{CANFLY}(X)), 1\mathrm{BIRD}(\mathrm{Tweety})\}$, $G=0.8\mathrm{CANFLY}(\mathrm{Tweety})$, 则 $S_1|=G$. 由性质 7 可知, $T_I(0.9\mathrm{CANFLY}(\mathrm{Tweety})) \boxed{\geqslant} T_I(G)$, $T_I(0.9 \sim \mathrm{CANFLY}(\mathrm{Tweety})) \boxed{\geqslant} T_I(G)$; 对任意分界元 B, 若 $T_I(G) \boxed{\geqslant} B$, 则 $T_I(0.9\mathrm{CANFLY}(\mathrm{Tweety})) \boxed{\geqslant} B$, $T_I(0.9 \sim \mathrm{CANFLY}(\mathrm{Tweety})) \boxed{\geqslant} B$. 从而, $S_1|=0.9\mathrm{CANFLY}(\mathrm{Tweety})$, $S_1|=0.9 \sim \mathrm{CANFLY}(\mathrm{Tweety})$. 这说明, 若 0.8CANFLY(Tweety) 作为 S_1 的辩论结果足够好, 则 0.9CANFLY(Tweety) 和 0.9～CANFLY(Tweety) 作为 S_1 的辩论结果也足够好, 从而也是 S_1 的可能逻辑结果. 但是 0.9CANFLY(Tweety) 和 0.9～CANFLY(Tweety) 分别代表不同的观点, 而且确定性不能代表 S_1 的确定性, 因此作为 S_1 的逻辑结果是不自然的. 因此, 我们在下面的定义中增加限制.

定义 9　对任意公式集 S, 任意普通公式 λG, 称 S 蕴涵 λG 或 λG 是 S 的逻辑结果 (记为 $S|=_D \lambda G$) 当且仅当存在 S 的极小子集 S_1, $S_1|=\lambda G$, 而且对任意 λ_1, 若 $S_1|=\lambda_1 G$, 必有 $\lambda_1 \geqslant \lambda$; 若 $S_1|=\lambda_1 \sim G$, 必有 $\lambda_1 > \lambda$. 否则, 称 S 不蕴涵 λG, 记为 $S|\neq_D \lambda G$.

例 5　设 $S_1=\{\forall X(1\mathrm{BIRD}(X) \rightarrow 0.8\mathrm{CANFLY}(X)), 1\mathrm{BIRD}(\mathrm{Tweety})\}$, 则 $S_1|=_D 0.8\mathrm{CANFLY}(\mathrm{Tweety})$, $S_1|\neq_D 0.9 \sim \mathrm{CANFLY}(\mathrm{Tweety})$. 因此 $|=_D$ 有合理的三段论推理.

例 6　$\{\sim G\wedge G\}|\neq_D H$. 因为当 $T_I(G)=0.3$, $T_I(\sim G)=0.3'=0.7$, $T_I(H)=0.5$ 时，令分界元 B 为 0.3, $T_I(\sim G\wedge G)\boxed{\geqq}B$ 成立，但是 $T_I(H)\boxed{\geqq}B$ 却不成立，即 I 满足$\{\sim G\wedge G\}$却不满足 H. 事实上，当 $S|=_D G$ 时一定有 S 和 G 含公共的原子(即 $|=_D$ 是相关的[7])，从而不存在有限的公式集(即使是含矛盾的公式集)能蕴涵所有的普通公式，即 $|=_D$ 是次协调的[7].

$|=_D$ 的相关性可如下说明：不妨设公式集 S 中程度词均已移到原子前而且嵌套的程度词都结合运算为一个新的程度词(由性质 2～5 易知，这可以做到). 设普通公式 G 和 S 无共同原子，首先，G 不会是从 S 中蕴涵式或等价式推出的结论；又因为程度词均大于 0.5, 令 S 中程度词最小者为 λ_1, 令解释 I 下 S 中原子取值为 0 或 1, 因为 $\lambda\bigstar 1=\lambda$, $\lambda\bigstar 0=1-\lambda$, 据性质 7 可知 S 中普通公式取值不比 $\min\{\lambda_1,1-\lambda_1\}$ 坏；规定分界元 B 为 $\min\{\lambda_1,1-\lambda_1\}$, 则 I 满足 S. 令解释 I 下 G 中原子取值都为 0.5, 因为 $\lambda\bigstar 0.5=0.5$, 因此普通公式 G 取值为 0.5; 此时 I 不满足 G. 于是对 S 的任意子集 S_0, $S_0|\neq G$, 从而 $S|\neq_D G$.

例 7　设

$$S_2=\{\forall X(1\mathrm{BIRD}(X)\to 0.8\mathrm{CANFLY}(X)),\ 1\mathrm{BIRD}(\mathrm{Tweety}),\ 0.9\sim\mathrm{CANFLY}(\mathrm{Tweety})\},$$

则 $S_2|=_D 0.8\mathrm{CANFLY}(\mathrm{Tweety})$ 且 $S_2|=_D 0.9\sim\mathrm{CANFLY}(\mathrm{Tweety})$. 即由 S_2 的不同子集(代表来自不同专家的知识)可分别得到关于 CANFLY(Tweety) 的不同结论.

定义 10　对任意公式集 S, 任意普通公式 λG, 称 S 择优蕴涵 λG 或 λG 是 S 的择优逻辑结果当且仅当 $S|=_D\lambda G$ 且对任意 λ_1, 若 $S|=_D\lambda_1 G$ 或 $S|=_D\lambda_1\sim G$, 必有 $\lambda\geqslant\lambda_1$, 记为 $S|=_{DP}\lambda G$; 否则，称 S 不择优蕴涵 λG, 记为 $S|\neq_{DP}\lambda G$.

即择优蕴涵 $|=_{DP}$ 选取不同专家关于同一问题的不同观点中确定性最高者.

非单调推理[8] 是在信息不完全时，大胆地或谨慎地作出在一般情况成立的假设，并在获取新的信息后，对不符合新信息中特殊情况的部分进行适当修正的一种推理方式. 当规定特殊情况的知识比一般情况的知识确定性高时，DOFL 能反映这种非单调性.

例 8　设 $S_1=\{\forall X(1\mathrm{BIRD}(X)\to 0.8\mathrm{CANFLY}(X)), 1\mathrm{BIRD}(\mathrm{Tweety})\}$, 由例 5 可知 $S_1|=_{DP}$ 0.8CANFLY (Tweety), 设 $S_2=\{\forall X(1\mathrm{BIRD}(X)\to 0.8\mathrm{CANFLY}(X)), 1\mathrm{BIRD}(\mathrm{Tweety}), 0.9\sim\mathrm{CANFLY}(\mathrm{Tweety})\}$, 由例 7 可知 $S_2|=_{DP}0.9\sim\mathrm{CANFLY}(\mathrm{Tweety})$ 且 $S_2|\neq_{DP}0.8\mathrm{CANFLY}(\mathrm{Tweety})$. 基于特殊知识的专家的结论更新了基于一般知识的专家的结论. 择优蕴涵 $|=_{DP}$ 是非单调的.

例 8 也说明，当认为新产生的信息确定性应更高时，DOFL 的推理能体现知识不断更新的认知进程[9].

例 9　设 $S_3=\{\forall X(1\mathrm{BIRD}(X)\to 0.8\mathrm{CANFLY}(X)), 1\mathrm{BIRD}(\mathrm{Tweety}), 0.7\sim\mathrm{CANFLY}(\mathrm{Tweety})\}$, 则 $S_3|=_{DP}0.8\mathrm{CANFLY}(\mathrm{Tweety})$, $S_3|\neq_{DP}0.7\sim\mathrm{CANFLY}(\mathrm{Tweety})$; 当新观点不如原来观点的确定程度高时，择优蕴涵 $|=_{DP}$ 能保持原来的观点.

当遇到反驳时，一味地用新知识更换原来与之矛盾的旧知识的作法[9] 与一味地保留旧知识、排斥新知识的作法是同样盲目的，因为这两种作法都没有利用客观的选择标准. 采用客观标准——“确定程度”为依据，基于辩论语义的 DOFL 能公平地处理矛盾的观点.

3 讨论

在实际应用中,用于推理的知识,尤其是来自不同专家的知识,绝对相容是不可能的;特别在模糊情形,不一致情况更为复杂.因此,利用不一致知识推理有重要的意义.辩论是一种重要的不一致处理方法;又由于相关逻辑没有有限模型性[7],本文给出的基于辩论语义的算子模糊逻辑中语义直观而且相关的择优蕴涵 $|=_{DP}$ 有重要的理论和应用价值.研究 DOFL 的证明论及其在不确定知识处理中的应用是我们进一步要做的工作.

参 考 文 献

1 Liu X H, Xiao H. Operator fuzzy logic and fuzzy resolution. In: Proc of 15th ISMVI. Canada, 1985. 68～75
2 Dubois D. Fuzzy sets in approximate reasoning. Fuzzy Sets and Systems, 1991, 40(1): 219～224
3 刘叙华,安 直. 算子 Fuzzy 逻辑及其归结推理的改进. 计算机学报, 1990, 13(12): 890～899
4 陆汝钤. 人工智能(下册). 北京: 科学出版社, 1995. 100～150
5 程晓春,刘叙华,陆汝钤. 基于证据语义的算子模糊逻辑. 科学通报, 1995, 40(1): 86～88
6 George J K, Tina A F. Fuzzy Sets, Uncertainty and Information. New Jersey: Prenpice Hall, 1986. 50～80
7 陈自立,史忠植. 次协调逻辑的新公理系统 RF. 见: 1993 年人工智能学术会议论文集. 长春: 吉林大学出版社, 1993. 30～36
8 Ginsberg M. Readings in Nonmonotonic Reasoning. Los Altos, CA: Morgan Kauffman, 1987. 227～250
9 李 未. 一个开放的逻辑系统. 中国科学, A 辑, 1992, (10): 1 103～1 113