

DOI:10.13228/j.boyuan.issn0449-749x.20190175

## 冷轧带钢卷取过程内应力的逐层增量求解

肖 宏, 徐子安, 张春杰

(燕山大学国家冷轧板带装备及工艺工程技术研究中心, 河北 秦皇岛 066004)

**摘 要:** 带钢卷取过程由于张力的作用会在钢卷内部产生内应力, 内应力的大小和分布直接影响轧后钢卷塌卷和内凸等缺陷的产生。考虑钢卷径向和周向弹性模量的差异, 以及径向弹性模量的非线性, 根据平面轴对称弹性理论, 推导带钢卷取过程中内应力的逐层增量求解方程, 引入相应的边界条件得到了卷取任意层数时钢卷内每一层带钢径向应力增量和位移增量方程组。基于逐层增量求解方法研究了带钢厚度、卷取张力、卸卷对卷筒压力和钢卷内应力分布的影响, 并与试验结果进行了比较, 验证了提出方法的正确性。

**关键词:** 带钢卷取; 应力分布; 各向异性; 增量求解

**文献标志码:** A      **文章编号:** 0449-749X(2020)02-0082-06

## Incremental solution of internal stress in coiling process of cold rolled strip

XIAO Hong, XU Zi-an, ZHANG Chun-jie

(National Engineering Research Center for Equipment and Technology of Cold Strip Rolling, Yanshan University, Qinhuangdao 066004, Hebei, China)

**Abstract:** The coiling process of strip steel produces internal stress in the coil due to the action of tension. The magnitude and distribution of the internal stress directly affect the occurrence of defects such as the coil collapse and the convexity after rolling. Considering the difference of the radial and circumferential elastic modulus of the coil and the nonlinearity of the radial elastic modulus, based on the plane axisymmetric elastic theory to deduce the incremental solution equation of the internal stress in the coiling process, introducing the corresponding boundary conditions, the article obtains the equations of radial stress increment and displacement increment for each layer of strip in coil with arbitrary number of coiling layers. The effect of strip thickness and coiling tension and unwinding on the drum pressure and stress distribution in the coil is studied based on the incremental solution method. The results are compared with the experimental results, and the correctness of the proposed method is verified.

**Key words:** strip coiling; distribution of stress; anisotropy; incremental solution

冷轧带钢在卷取过程, 由于张力的作用会在钢卷内部产生径向应力和周向应力, 径向应力和周向应力的大小及分布与卷取张力、带钢厚度以及带钢表面质量等多种因素有关。内应力的大小直接影响轧后钢卷塌卷和内凸等缺陷的产生<sup>[1-2]</sup>, 应力场分布规律是影响卷取过程板形缺陷的主要因素之一<sup>[3]</sup>, 过大的径向压力还会在后续的退火中产生黏结现象<sup>[4]</sup>, 同时钢卷对卷筒的压力计算也是卷筒设计的基础<sup>[5]</sup>。冷轧板带板形质量是钢铁企业竞争中的关键筹码<sup>[6]</sup>, 为了提高板形质量, 分析缺陷产生的原因, 需对冷轧带钢卷取过程中的卷筒和钢卷应力变化进行研究, 有限元法无疑是目前工程数值分析的理想方法。但对于冷轧带钢卷取过程, 由于带钢厚

度远远小于钢卷直径, 有时钢卷直径会达到厚度的几千倍, 采用有限元法所需单元数量通常难以承受, 同时卷取过程带钢层与层接触的处理也非常困难, 因此, 采用有限元法模拟冷轧卷取的全过程还无法实现。目前关于卷取过程的分析大多采用解析的方法, 由于带钢厚度相对于钢卷直径非常小, 通常可假设卷取过程为轴对称弹性问题, 即每卷一圈相当于厚度为带钢厚度的薄壁筒套在厚壁筒(已卷取钢卷)的过程<sup>[7]</sup>。WANG Y Q 等<sup>[8]</sup>将钢卷看成各向同性弹性厚壁筒进行计算, 分别考虑了不缩径卷筒卷取、缩径卷筒卷取和卸卷后这 3 种情况, 建立了带钢卷取过程应力-应变变化模型, 分析了卷取过程径向和轴向应力变化。Park W W<sup>[9]</sup>考虑带钢厚度沿宽度

**基金项目:** 国家自然科学基金资助项目(51474190)

**作者简介:** 肖 宏(1962—), 男, 博士, 教授;      **E-mail:** xhh@ysu.edu.cn;      **收稿日期:** 2019-04-22

方向的变化,分析了凸度变化对卷取过程径向和周向应力分布的影响。上述研究均假设钢卷为各向同性,忽略了钢卷径向由于带钢层间接触引起的力学性能改变。对于实际的卷取过程,钢卷径向是由多层带钢组成的非连续体,力学性质与周向和宽度方向明显不同,为各向异性。在径向压力的作用下,带钢层间会产生不同于周向弹性变形的附加变形,且此变形与径向压力关系表现为明显的非线性。为了考虑径向弹性模量随径向压力的变化,连家创等<sup>[10]</sup>提出了一种逐层迭代法计算卷曲过程径向和周向应力的方法,当卷取层数较多时,迭代收敛有时会遇到困难。

冷轧带钢卷取过程中,钢卷径向力学性质与周向和宽度方向不同,表现为明显的各向异性。在径向压力的作用下,带钢层间会产生附加接触变形,且此变形与径向压力和带钢表面粗糙度相关,且与径向压力表现为明显的非线性。为了考虑径向压力与变形的非线性,理想的方法应采用增量求解。为此本文提出了一种计算卷取过程径向和周向应力变化的逐层增量求解方法,对卷取、缩径和卸卷过程中应力变化进行分析,并进行试验,验证理论计算的正确性。

## 1 逐层增量加载模型的建立

### 1.1 基本假设

如图1所示,假设钢卷层间没有滑动,钢卷处于轴对称应力状态。假设卷取第*i*层的过程为具有周向初应力等于卷取张力 $\sigma_0$ 的薄壁筒套在已卷取*i*-1层的钢卷上,将卷取*i*-1层后的钢卷等效为套在一起的*i*-1个薄壁筒,则卷取第*i*层后第*j*层带钢内圈径向压力 $p_{i,j}$ 和第*j*层带钢周向应力 $\sigma_{\theta(i,j)}$ 分别写成如下增量形式。

$$p_{i,j} = \sum_{k=j}^i \Delta p_{k,j} \quad (1)$$

$$\sigma_{\theta(i,j)} = \sigma_0 + \sum_{k=j}^i \Delta \sigma_{\theta(k,j)} \quad (2)$$

式中: $\Delta p_{i,j}$ 为卷取第*i*层后相对于卷取第*i*-1层后第*j*层带钢内圈的径向压力增量; $\Delta \sigma_{\theta(i,j)}$ 为卷取第*i*层后相对于卷取第*i*-1层后第*j*圈带钢的周向应力增量。

由于钢卷是逐层非连续介质,其径向弹性模量明显不同于周向弹性模量,且径向弹性模量是变化的,它与带钢厚度、表面粗糙度以及所承受的压力等因素有关,采用文献<sup>[11]</sup>的假设,径向弹性模量可

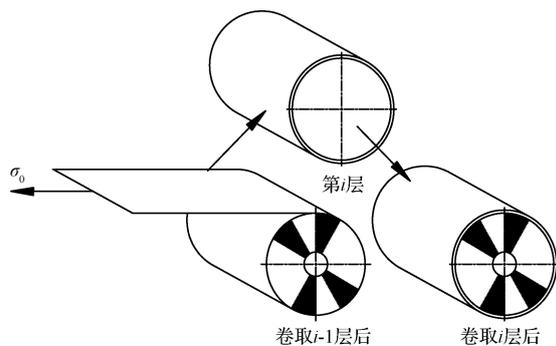


图1 冷轧带钢卷取过程简图

Fig. 1 Sketch of coiling process of cold rolled strip

写为

$$\frac{1}{E_{r(i,j)}} = \frac{1}{E} + 1.27k_0 \frac{\delta_{\max}}{Eh_{i,j}} \left( \frac{E}{p_{i-1,j}} \right)^{\frac{4}{5}} \quad (3)$$

式中: $E_{r(i,j)}$ 为卷取第*i*层时第*j*层带钢的径向弹性模量; $E$ 为材料自身的弹性模量; $h_{i,j}$ 为卷取第*i*层时第*j*层带钢的厚度; $p_{i-1,j}$ 为卷取第*i*-1层后第*j*层带钢内圈的径向压力; $k_0$ 为考虑理论与实际存在差别的修正系数,可由薄板压缩试验获得,其值为0.3~0.6,通常可取中间值0.45; $\delta_{\max}$ 为带材接触表面的平面度,包括微观平面度和宏观平面度两项之和,即

$$\delta_{\max} = 4\Delta + \Delta h = 4\Delta + \eta h \quad (4)$$

式中: $\Delta$ 为微观平面度即粗糙度; $\Delta h$ 为由纵向和横向厚差及板形所决定的宏观平面度,与带材厚度有关,可以写成带钢初始厚度 $h$ 与系数 $\eta$ 的乘积, $\eta$ 的数值为0.005~0.015,可由试验测得。

### 1.2 增量平衡方程和边界条件

如图2所示,带卷内取一微元体,径向尺寸取为带钢厚度,则平衡方程可写成增量形式见式(5)。

$$\Delta \sigma_{\theta(i,j)} + \frac{\Delta p_{i,j} + \Delta p_{i,j+1}}{2} + r_{i,j} \frac{\Delta p_{i,j+1} - \Delta p_{i,j}}{h_{i,j}} = 0 \quad (5)$$

式中: $r_{i,j}$ 、 $h_{i,j}$ 分别为卷取第*i*层后第*j*层带钢的半径和厚度; $\Delta p_{i,j+1}$ 为卷取第*i*层后相对于卷取第*i*-1层后第*j*层带钢外圈的径向压力增量。

卷取第*i*层后,最外层外表面压力 $p_{i,i+1}$ 为0,第*i*层带钢的周向应力 $\sigma_{i,i}$ 等于卷取张应力 $\sigma_0$ ,即

$$\sigma_{i,i} = \sigma_0 = \frac{T}{bh} \quad (6)$$

式中: $T$ 为卷取时带钢的总张力; $b$ 为带钢宽度; $h$ 为带钢厚度。

将式(6)代入式(5)得卷取第*i*层带钢前后第*i*-1层带钢的外圈径向压力增量为

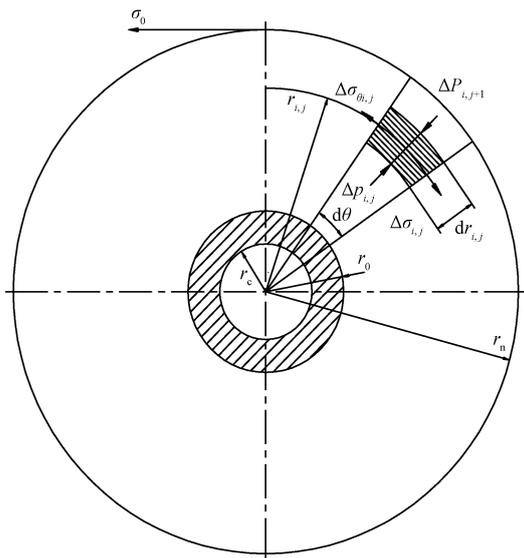


图 2 钢卷径向应力增量计算简图

Fig. 2 Sketch for calculating radial stress increment of steel coil

$$\Delta p_{i,i} = \frac{2\sigma_0 h_{i,i}}{2r_{i,i} - h_{i,i}} \quad (7)$$

如将卷筒假设为厚壁筒,卷取第  $i$  层时第 1 层钢卷内表面的径向位移增量  $\Delta u_{i,1}$  等于卷筒外表面的径向位移增量  $\Delta u_0$ , 根据厚壁筒受外压的计算公式得<sup>[12]</sup>

$$\Delta u_{i,1} = \Delta u_0 = -\frac{r_0}{E_0} \left( \frac{r_0^2 + r_c^2}{r_0^2 - r_c^2} - \mu_0 \right) \Delta p_{i,1} \quad (8)$$

式中:  $r_0$ 、 $r_c$  分别为卷筒初始无负荷时外半径和内半径;  $E_0$ 、 $\mu_0$  分别为卷筒材料弹性模量和泊松比;  $\Delta p_{i,1}$  为卷取第  $i$  层时第 1 层钢卷内表面的径向压力增量,即卷筒外径所受的压力增量。

### 1.3 应力和位移增量方程

应变增量和应力增量满足胡克定律,并考虑径向弹性模量与周向弹性模量的差异,则卷取第  $i$  层时第  $j$  层带钢的周向应变增量  $\Delta\epsilon_{\theta(i,j)}$  和径向应变增量  $\Delta\epsilon_{r(i,j)}$  分别为

$$\Delta\epsilon_{\theta(i,j)} = \frac{1}{E} (\Delta\sigma_{\theta(i,j)} + \mu \Delta p_{i,j}) \quad (9)$$

$$\Delta\epsilon_{r(i,j)} = -\frac{1}{E_{r(i,j)}} (\Delta p_{i,j} + \frac{E_{r(i,j)} \mu}{E} \Delta\sigma_{\theta(i,j)}) \quad (10)$$

式中:  $\mu$  为带钢的泊松比。

板带卷取过程为逐层卷取,以每层钢卷的厚度中心为基准,周向和径向应变增量可用位移增量表示,即

$$\Delta\epsilon_{\theta(i,j)} = \frac{\Delta u_{i,j} + \Delta u_{i,j+1}}{2r_{i,j}} \quad (11)$$

$$\Delta\epsilon_{r(i,j)} = \frac{\Delta u_{i,j+1} - \Delta u_{i,j}}{h_{i,j}} \quad (12)$$

式中:  $\Delta u_{i,j}$ 、 $\Delta u_{i,j+1}$  分别为卷取第  $i$  层时相对于卷取第  $i-1$  层后第  $j$  层带钢内圈和外圈的径向位移增量。

将式(11)和式(12)代入式(9)和式(10),得

$$\frac{\Delta u_{i,j} + \Delta u_{i,j+1}}{2r_{j,j}} = \frac{1}{E} \left[ \Delta\sigma_{\theta(i,j)} + \frac{1}{2} \mu (\Delta p_{i,j} + \Delta p_{i,j+1}) \right] \quad (13)$$

$$\frac{\Delta u_{i,j+1} - \Delta u_{i,j}}{h_{i,j}} = -\frac{1}{E_{r(i,j)}} \left( \frac{\Delta p_{i,j} + \Delta p_{i,j+1}}{2} + \frac{\mu E_{r(i,j)}}{E} \Delta\sigma_{\theta(i,j)} \right) \quad (14)$$

将式(13)分别代入式(14)和式(5),消去周向应力增量,可得到卷取第  $i$  层时第  $j$  层带钢位移增量和径向压力增量的关系为

$$\begin{cases} \left( \frac{\mu}{2r_{j,j}} - \frac{1}{h_{i,j}} \right) \Delta u_{i,j} + \left( \frac{\mu}{2r_{j,j}} + \frac{1}{h_{i,j}} \right) \Delta u_{i,j+1} = \\ \left( \frac{\mu^2}{2E} - \frac{1}{2E_{r(i,j)}} \right) (\Delta p_{i,j} + \Delta p_{i,j+1}) \\ \frac{E}{2r_{j,j}} (\Delta u_{i,j} + \Delta u_{i,j+1}) = \left( \frac{\mu-1}{2} + \frac{r_{i,j}}{h_{i,j}} \right) \Delta p_{i,j} + \\ \left( \frac{\mu-1}{2} - \frac{r_{i,j}}{h_{i,j}} \right) \Delta p_{i,j+1} \end{cases} \quad (15)$$

对于每层带钢均可以列出上述 2 个方程。每层带钢的上下表面各有 1 个径向位移和 1 个径向压力未知数,共 4 个未知数,带钢层与层之间径向位移和径向压力相等,带卷内外表面满足边界条件式(6)和式(7)。因此,方程数与未知数相等,即卷取  $i$  ( $i=1,2,\dots,N$ ) 层后可采用方程组(15)求得  $j$  ( $j=1,2,\dots,N$ ) 层的径向位移和径向压力增量,进而求得径向位移、径向压力和周向应力。

$$u_{i,j} = \sum_{k=j}^i \Delta u_{k,j} = u_{i-1,j} + \Delta u_{i,j} \quad (16)$$

$$p_{i,j} = \sum_{k=j}^i \Delta p_{k,j} = p_{i-1,j} + \Delta p_{i,j} \quad (17)$$

$$\sigma_{\theta(i,j)} = \sigma_0 + \sum_{k=j}^i \Delta\sigma_{\theta(k,j)} = \sigma_{\theta(i-1,j)} + \Delta\sigma_{\theta(i,j)} \quad (18)$$

### 1.4 卸卷过程内应力求解

当卷取结束后,卷筒缩径,以便将钢卷从卷筒上卸下,此时第 1 层钢卷内侧变成自由表面,径向压力变成 0。卸卷之前,第 1 层钢卷内侧受到卷筒的压力  $p_{N,1}$  的作用,卷筒去除后等效于在第 1 层钢卷内

侧施加了大小相等、方向相反的拉力  $p_{N,1}$ , 为了考虑径向弹性模量与径向压力关系的非线性, 仍然采用增量法计算卸卷过程内应力的变化, 假设通过  $M$  步将卷筒的压力卸为 0, 则卸卷过程满足方程式 (19), 计算方法与卷筒缩径计算方法相同。

$$\Delta p_{i,1} = -p_{N,1}/M \quad (19)$$

## 2 卷取参数对钢卷内应力的影响

### 2.1 计算条件

为了便于与试验结果对比分析, 采用实验室卷取机的实际参数作为计算条件。卷筒的外半径  $r_o = 52 \text{ mm}$ , 卷筒的内半径  $r_c = 32.5 \text{ mm}$ , 卷筒和带钢的弹性模量  $E_o = 210 \text{ GPa}$ , 泊松比  $\mu_o = 0.28$ , 带钢的表面粗糙度  $\Delta = 0.8 \text{ }\mu\text{m}$ , 系数  $\eta = 0.01$ , 修正系数  $k_o = 0.45$ , 张力分别取 35、50 MPa, 带钢厚度分别取 0.2 和 0.4 mm。

### 2.2 卷筒所受的压力

图 3 所示为带钢厚度和卷取张力对卷筒径向压力的影响。在卷取初期, 随着卷取层数的增加, 卷筒所受的压力逐渐增加, 当卷取到一定层数后趋于稳定。这是因为随着卷取层数的增加, 卷取张力对卷筒的作用逐渐减弱。卷筒所受的压力随厚度的增加而增加, 这是因为, 一方面当张应力不变时, 厚度的增加使每卷取一圈时总张力增加, 引起径向压应力增加; 另一方面, 厚度增加使径向弹性模量增大, 也会引起径向压应力增加。同时, 张力的变化对卷筒所受的压力影响更大, 张力的增加使卷筒所受的

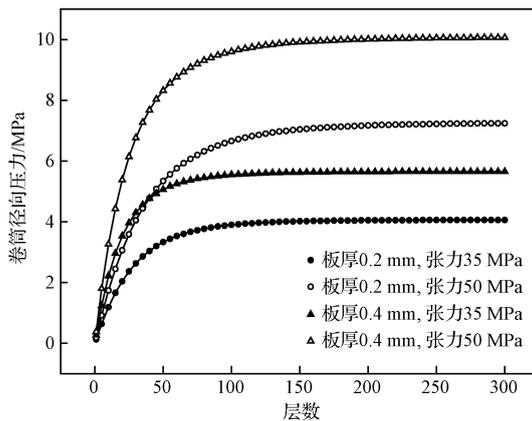
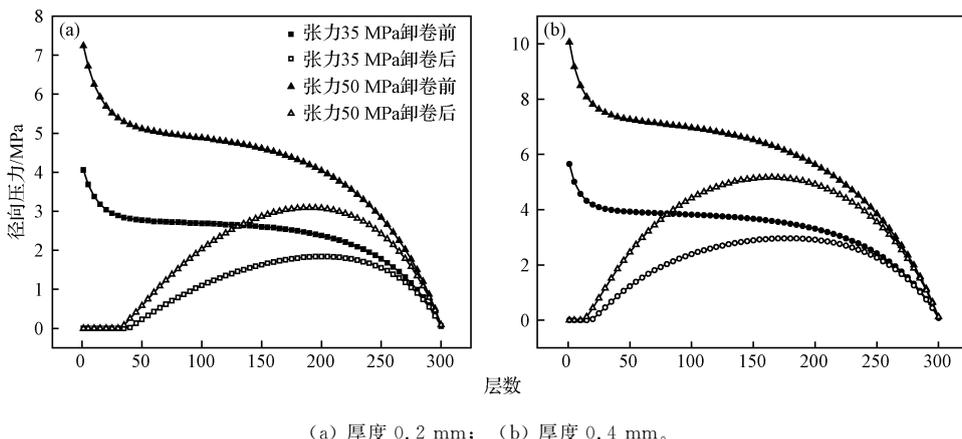


图 3 带钢厚度和张力对卷筒径向压力的影响  
Fig. 3 Effect of strip thickness and tension on radial pressure of drum

压力增加。

### 2.3 钢卷内部径向压力和周向应力

图 4 所示为厚度和张力对卸卷前后径向压力的影响。带钢厚度和卷取张力的增加使钢卷内部径向压力明显增加, 卸卷前径向压力呈现由内圈向外圈逐渐减小的分布, 在内圈靠近卷筒处变化较为剧烈, 这是由于卷筒相对于内圈带钢刚度要大得多, 加大了对内圈附近径向位移抑制的结果。卸卷后, 由于卷筒对内圈位移的抑制被消除, 钢卷内部径向压力整体减小, 越靠近内圈减小越多。由于钢卷在径向不能承受拉应力, 因此在最内圈出现了径向压应力为 0 的区域。



(a) 厚度 0.2 mm; (b) 厚度 0.4 mm。

图 4 厚度和张力对卸卷前后径向压力的影响

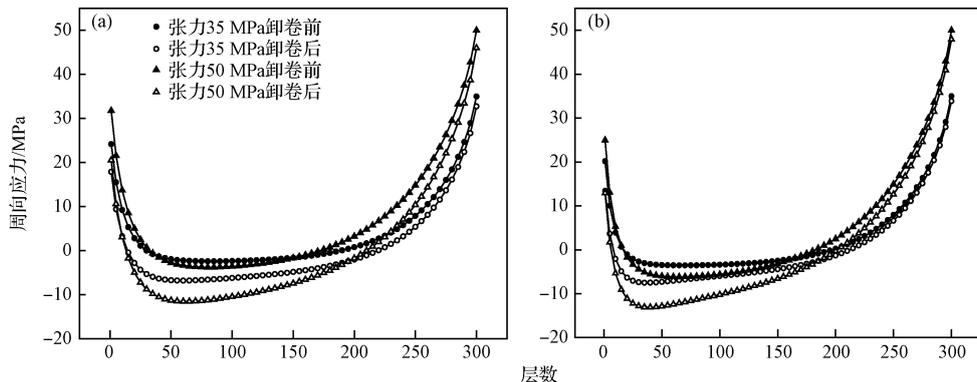
Fig. 4 Effect of thickness and tension on radial pressure before and after unwinding

图 5 所示为带钢厚度和卷取张力对钢卷内部周向应力的影响。张力的增加使周向应力整体上增大, 但同时张力的增加会引起径向压力增加, 径向压

力的增加会使带钢产生径向压缩变形增加, 周向应力减小。由最外圈向内圈靠近, 径向压力逐渐增大, 径向压缩变形增大, 周向应力由最外圈等于卷取张应力

向内逐渐减小,在内圈附近变为压应力,在最靠近内圈时又变为拉应力,这是由于卷筒的支撑作用限制了径向位移的增加。卸卷后由于卷筒的支撑作用消失,

靠近内圈的带钢径向压缩变形进一步增大,周向压应力明显增大。而对于不同的厚度,卸卷前后周向应力的变化规律相同,大小略有差异,但并不明显。



(a) 厚度 0.2 mm; (b) 厚度 0.4 mm。

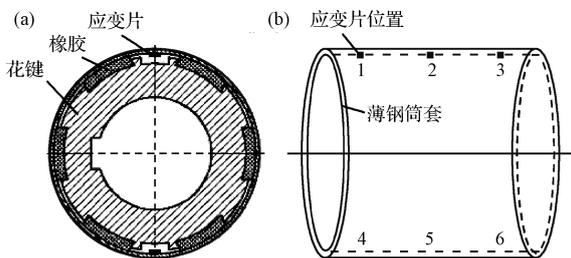
图 5 厚度和张力对卸卷前后周向应力的影响

Fig. 5 Effect of thickness and tension on circumferential stress before and after unwinding

### 3 试验研究

#### 3.1 试验设计

为了检验本文提出方法的正确性,在实验室进行对比试验。由于钢卷内部的应力无法测量,在试验中设计了图 6 所示的卷筒,该卷筒包括外层薄壁筒、花键套和橡胶支撑块。橡胶支撑块的目的是使橡胶块在一定的压缩变形下通过摩擦带动外层薄壁筒转动,同时,由于橡胶的弹性模量较小,对外层薄壁筒的支撑力也较小,对外层薄壁筒变形的影响也相对较小。卷取过程通过贴于薄壁筒内壁的应变片测量卷取过程薄壁筒内壁的周向应变,利用弹性力学理论计算出薄壁筒所受的压力。沿宽带方向布置了 3 组应变片,取平均值作为测试结果。试验测试用卷筒外半径  $r_o = 60$  mm,内半径  $r_i = 58$  mm。



(a) 卷筒结构; (b) 应变片位置。

图 6 测试用卷筒结构图

Fig. 6 Structural drawing of test drum

#### 3.2 试验与理论结果对比

选取厚度为 0.2 mm 的带钢,根据实测结果,表

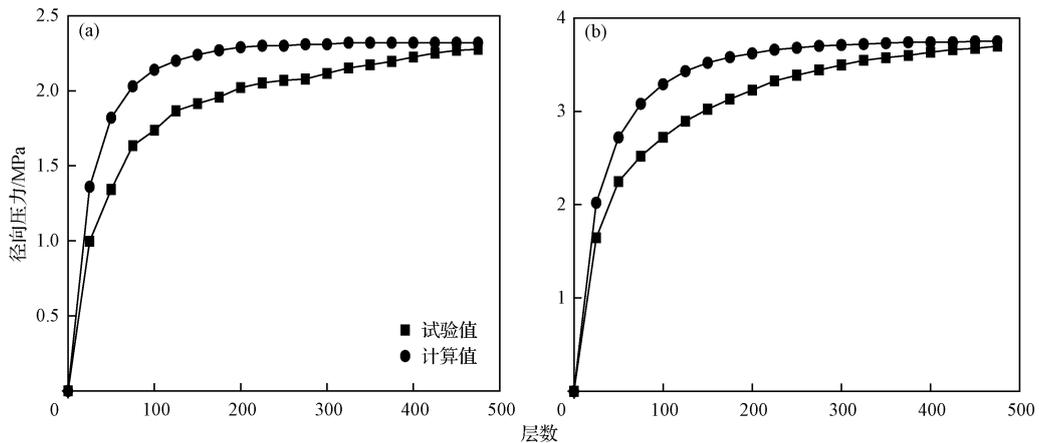
面粗糙度取  $\Delta = 0.0008$  mm。卷筒和带钢的弹性模量和泊松比分别取为  $E = 210$  GPa,  $\mu_0 = 0.28$ 。参考文献[11],板形系数取  $\eta = 0.01$ ,修正系数取  $k_0 = 0.3$ 。

图 7 所示为张力分别为 35、50 MPa 时测得的卷筒压力与理论计算结果的对比。试验测得卷筒径向压力值与理论计算值变化趋势一致,即随着卷取张力增加而逐渐增大,在卷取初期,卷筒所受的径向压力先是随着卷取层数的增加而迅速增大,然后是随着卷取层数的增加而增大得比较缓慢。卷取张力对卷筒所受的径向压力影响很大。试验结果普遍小于理论计算结果,这是因为试验薄壁筒采用橡胶条进行支撑,试验结果是通过测试薄壁圆筒内表面的周向应变,进一步计算得到卷筒外表面的径向压力,理论计算忽略了橡胶条的支撑作用。因此,理论计算的周向压应变会偏大,试验测得的周向应变值就偏小,所以换算成的卷筒所受径向压力值也就比理论值偏小。

### 4 结论

(1) 考虑钢卷径向和周向弹性模量的差异,以及径向弹性模量的非线性,推导带钢卷取过程中内应力的逐层增量求解方程,提出了一种新的带钢卷取过程中内应力逐层增量求解方法。

(2) 基于逐层增量求解方法研究了带钢厚度、卷取张力、卸卷对卷筒压力和钢卷内应力分布的影响。



(a) 张力 35 MPa; (b) 张力 50 MPa。

图7 卷筒压力试验和理论结果对比

Fig.7 Comparison of experimental and theoretical results of drum pressure

(3) 设计了卷取过程测量卷筒压力的试验装置,并进行了相应的试验,试验结果与理论结果吻合较好,证明了本文提出方法的正确性。

#### 参考文献:

- [1] 白振华,司红鑫,周庆田. 冷轧钢卷“心型卷”缺陷的预报及防治技术开发[J]. 钢铁,2013,48(6):45. (BAI Zhen-hua, SI Hong-xin, ZHOU Qing-tian. Prediction and prevention of "heart-shaped coil" defect on cold rolling coil[J]. Iron and Steel,2013,48(6):45.)
- [2] 张少红,李秀军,赵胜昔. 冷轧产品心形卷的原因分析[J]. 轧钢,2013,30(1):58. (ZHANG Shao-hong, LI Xiu-jun, ZHAO Sheng-xi. Cause analysis of heart-shaped coils of cold-rolled products[J]. Steel Rolling,2013,30(1):58.)
- [3] 林海海,常安,孔凡庆. 冷轧镀锌卷取工艺对塌卷的影响研究[J]. 轧钢,2017,34(3):39. (LIN Hai-hai, CHANG An, KONG Fan-qing. Research on influence of coiling process of cold rolled galvanized strip on coil collapse[J]. Steel Rolling, 2017,34(3):39.)
- [4] 孙蓟泉. 冷轧钢卷粘结原因及消除措施的研究[D]. 秦皇岛:燕山大学,2000. (SUN Ji-quan. Study on Origin and Avoidance Means of the Cold Rolling Strip Coil Cohesion[D]. Qin-huangdao: Yanshan University,2000.)
- [5] 丛书和. 带材卷取机四棱锥卷筒压力计算[J]. 钢铁,1980,15(3):31. (CONG Shu-he. Calculation of stresses in the quart-to-prism mandrels for strip coilers[J]. Iron and Steel,1980,15(3):31.)

- [6] 管现亮. 罩退重卷带头印缺陷原因分析及控制措施[J]. 中国冶金,2019,29(6):72. (ZAN Xian-liang. Cause analysis and control measures of head print defect in batch annealing recoiling line[J]. China Metallurgy,2019,29(6):72.)
- [7] 常安,王树岗,张栋. 薄规格铝镇静钢板形缺陷的控制研究[J]. 钢铁,2017,34(5):35. (CHANG An, WANG Shu-gang, ZHANG Dong. Research on control of shape defect of thin gauge Al-killed steel strip[J]. Iron and Steel, 2017, 34(5):35.)
- [8] WANG Y Q, LI L I. Modeling of stress distribution during strip coiling process[J]. Journal of Iron and Steel Research, International,2012,19(8):6.
- [9] Park W W, Kim D K, Yong-Taek Im, et al. Effects of processing parameters on elastic deformation of the coil during the thin-strip coiling process[J]. Metals and Materials International,2014,20(4):719.
- [10] 连家创,李俊洪,孙蓟泉. 逐层迭代法计算卷取机卷筒单位压力[J]. 重型机械,2001(6):6. (LIAN Jia-chuang, LI Jun-hong, SUN Ji-quan. Calculating unit pressure of coiler drum by layer-by-layer iteration method[J]. Heavy Machinery, 2001(6):6.)
- [11] 连家创. 矫直理论与卷取理论[M]. 北京:机械工业出版社,2011:91. (LIAN Jia-chuang. Straightening Theory and Coiling Theory[M]. Beijing: Machinery Industry Press, 2011: 91.)
- [12] 徐芝纶. 弹性力学[M]. 北京:高等教育出版社,2016. (XUN Zhi-lun. Elastic Mechanics[M]. Beijing: Higher Education Press,2016.)