

大型液体运载火箭 POGO 动力学模型研究

张青松*, 张兵

北京宇航系统工程研究所, 北京 100076

* E-mail: zhangqs3210@163.com

收稿日期: 2014-02-25; 接受日期: 2014-03-20

总装备部预先研究(批准号: 050201)资助项目

摘要 本文基于键合图理论的建模思想提出新的液体火箭跷振(POGO)稳定性分析状态变量模型, 该模型的系数矩阵线性且非奇异, 与以往模型相比更有利于实现模块化建模和时域仿真分析. 在此基础上通过模型研究给出补燃发动机燃气系统的动力学模型, 使该分析模型可以对采用补燃循环发动机的火箭进行 POGO 稳定性分析, 是对目前 POGO 理论分析模型的一个重要完善.

关键词POGO
动力学模型
补燃发动机
模块化建模

1 引言

跷振(POGO)指液体火箭结构系统与推进系统相互耦合而产生的纵向不稳定振动, 是液体火箭中普遍存在的一种耦合振动现象. 这种振动主要出现在 100 Hz 以内的低频范围内, 振动频率与火箭结构一些振型的频率基本一致, 可以出现在火箭飞行的不同时段. 无论是推进系统还是结构系统都不是这一问题的“起因”, 系统间的相互作用才是这种过程的根本原因. 在火箭飞行过程中, 当结构系统与推进系统振动因正反馈进入自加强状态时会导致不稳定性发生, 使得系统振动发散直至结构破坏或产生极限环特性的非线性振动状态.

开展 POGO 稳定性分析是抑制 POGO 的基础. 关于 POGO 稳定性分析方法和理论分析模型研究主要有两个方面, 一种分析模型主要是用传递函数描述各部件的动力学特性^[1~6], 根据系统的开环传递函数特性来判断系统稳定性, 由于输送管路的传递函数中含有超越函数, 计算闭环系统特征

根有较大难度, 所以很难通过特征根的性质来判断系统的稳定性. 后来文献[7]通过研究提出了一种新的 POGO 建模分析方法, 采用有限元描述各物理部件, 建立推进系统相对结构的振动模型, 该模型能严格处理推进系统与结构之间的所有用力, 可以直接进行特征根的计算, 该方法是目前研究 POGO 问题的主要分析方法, 在此基础上文献[8,9]对泵的汽蚀特性和动特性模型进行更深入的研究. 但该模型的系数矩阵是奇异的, 在进行模块化建模时会产生代数环, 容易给数值计算带来困难且难以直接进行积分计算. 文献[10]在该模型的基础上, 对输送管路模型进行改进, 通过采用分段三次 Hermite 插值, 提高分析模型的精度.

本文基于键合图理论的建模思想, 在文献[7]的基础上提出一套新的状态变量模型, 该模型的系数矩阵线性、非奇异, 便于实现模块化建模和仿真分析. 另外在本文的模型研究中给出补燃发动机燃气系统的动力学模型, 使该分析模型可以对采用补燃循环发动机的火箭进行 POGO 稳定性分析,

是对目前 POGO 理论分析模型的一个重要完善。

2 POGO 稳定性分析动力学模型

2.1 键合图方法简介

功率键合图又简称键合图、键图。功率键合图方法是一种系统动力学建模方法, 认为一个物理系统的动态过程就是在特定激励作用下, 其功率流重新调整与分布的过程是其最主要的核心思想。键图理论发展至今已成为一门新兴的科学, 它作为控制技术的一个重要分支, 已广泛应用于许多工程领域, 如机械、液压、电气、热力等^[11,12]。

功率键合图在统一的方法下, 将系统各部分功率流的转换、构成、物理特征及相互间逻辑关系等进行规范性描述, 可定义和描述某一工程系统模型, 实现对其充分且完备的表达。与其他数学模型相比, 键合图模型具有独特的优越性, 结构简明, 物理意义清晰, 具有拓扑性, 数学模型规则化, 能预示某些键图模型数学模化和求解时将会遇到的困难, 易于采取措施克服上述困难。

键合图方法将多种物理参量统一归纳为 4 种广义的状态变量, 即势、流、位移和动量, 同时采用了表征基本物理性能与描述功率变换和守恒的基本连接方式的 9 种基本键图元, 即惯性元 I, 容性元 C, 阻性元 R, 势源 SE, 流源 SF, 变换器 TF, 回转器 GY, 1 结, 0 结, 根据系统中功率流的方向, 按照键图规则就可以很方便地把整个系统的各种输入输出关系用键图的形式明确直观地表达出来, 建立起整个系统的统一扩展键合图模型, 这样就可以通过键图软件进行仿真, 分析出整个系统的动态特性和控制规律, 从而优化系统结构和参数。

2.2 动力学模型

POGO 稳定性分析模型包括动力系统模型、结构系统模型以及耦合作用力三个部分。其中结构系统指箭体结构及其内部的推进剂, 描述结构纵向振动的方程是将推进剂与箭体结构固结在一起共同考虑的。推进系统的动力学模型中压力、流量均采用脉动分量, 脉动流量是相对于当地结构纵向振动的相对脉动量。各系统具体的模型如下。

2.2.1 推进系统模型

在键合图理论中, 将影响系统动态特性的作用元划分为三大类: 阻性元(消耗能量的元件)、容性元(储存能量的元件)、感性元(惯性环节)。本文在模型研究过程中, 基于上述基本元件思想建立推进系统各部件的状态变量模型来描述多输入多输出的 POGO 耦合回路。该模型改进了文献[7]中部分部件二阶振动模型扩维降阶之后因引入代数方程, 导致系统特征矩阵不满秩而难以进行仿真计算的问题。相比基于信号流的建模方法, 模型间数据传递具有双向性, 可以有效降低模块化建模时信号连接的复杂性, 有利于避免代数环。

推进系统的数学模型通常主要包括贮箱、波纹管、输送管、蓄压器、泵、推力室等部件的模型, 对于补燃循环发动机, 则还应包括预燃室、燃气管路等部件的模型。

1) 贮箱模型

$$I_t \cdot \frac{dQ_{tb}}{dt} = -p_{tb} - R_t \cdot Q_{tb} - \rho H_t \ddot{X}_{zx}, \quad (1)$$

其中 I_t 为贮箱内推进剂的惯性, p_{tb} , Q_{tb} 分别为贮箱底部的压力脉动和相对流量脉动, \ddot{X}_{zx} 为贮箱内液体质心的纵向振动加速度。

2) 波纹管的模型

$$p_i = p_e, \quad (2)$$

$$Q_e = Q_i + \rho_e A (\dot{X}_i - \dot{X}_e). \quad (3)$$

波纹管的方程表示流体通过波纹管时绝对流量是连续的, 波纹管中流体的惯性、阻力和柔度的影响折算到与其相连的管路模型中考虑。

3) 可压缩管路的模型

为了便于模块化建模, 对管路进行有限元划分(图 1), 建立如下状态方程形式的动力学模型。

$$\frac{dp_i}{dt} = k_i (Q_{i-1} - Q_i), \quad i=0, 1, \dots, N, \quad (4)$$

其中 $k_i = \frac{a^2}{V_i} = \frac{N \cdot a^2}{LA}$, $i=1, 2, \dots, N-1$ 。

$$I_i \cdot \frac{dQ_i}{dt} = p_i - p_{i+1} - R_i Q_i - \rho H_i \ddot{X}, \quad i=0, 1, \dots, N-1. \quad (5)$$



图1 可压缩管路分段示意图

其中 Q_{-1}, Q_N 为管道进出口流量边界条件, K_i 为每个中间管路单元的刚度, 两端的单元刚度为中间管路单元刚度的 2 倍. L, A, a 分别为管路的长度、横截面积以及管路中流体的声速. \ddot{X} 为管路纵向振动加速度, H_i 为每个管路单元在振动方向上投影的长度.

4) 蓄压器的模型

$$\frac{dp}{dt} = \frac{1}{C_a} \cdot (Q_i - Q_e), \quad (6)$$

$$C_a = \rho \frac{p_0 V_0}{\gamma p^2} \cdot \frac{T}{T_0} = \rho \frac{p_0 V_0}{\gamma p^2} \cdot \left(\frac{p}{p_0}\right)^{\frac{n-1}{n}}$$

其中, C_a 为蓄压器的柔度, n 为飞行过程中膜盒内气体的多变指数, 模型中暂不考虑蓄压器入口的阻力及惯性的影响.

5) 泵的模型

泵的模型可分为两个部分, 第一部分描述泵入口气蚀区的可压缩性, 第二部分考虑流体在泵叶轮通道中的不可压缩流动.

$$\frac{dp_i}{dt} = \frac{1}{C_b} \cdot (Q_i - Q_e), \quad (7)$$

$$I_p \frac{dQ_e}{dt} = (m+1)p_i - p_e - R_p Q_p. \quad (8)$$

其中 $C_b, (m+1), I_p, R_p$ 分别为泵的气蚀柔度、动态增益、惯性和阻力系数, 这些参数主要依靠试验获得. Q_i, P_e 分别为进出口边界条件.

6) 推力室的数学模型

推力室的数学模型描述的是燃烧室入口氧化剂和燃烧剂流量脉动所引起的燃烧室压力脉动.

$$\tau_c \frac{dp_c}{dt} = \frac{\bar{C}^*}{A_f} \left[\left(1 + \frac{1+\bar{r}}{\bar{C}^*} \cdot \frac{\partial \bar{C}^*}{\partial r} \right) \cdot Q_o + \left(1 - \frac{\bar{r}(1+\bar{r})}{\bar{C}^*} \right) \cdot \frac{\partial \bar{C}^*}{\partial r} \cdot Q_f \right] - p_c. \quad (9)$$

τ_c 为燃烧室时间常数, 由燃烧时滞和燃气停留时间两部分组成. \bar{r}, \bar{C}^* 为燃烧室额定工况下的混合比和特征速度. A_f 为燃烧室的喉部面积.

7) 预燃室的数学模型

在对预燃室进行建模时, 将其分为两个部分来考虑, 第一部分为燃烧区, 推进剂在燃烧区燃烧之后, 生成的燃气与燃烧区的滞留燃气瞬时均匀混合. 预燃室中的第二个部分为流动区, 这个区域连同后面的燃气导管一起按绝热流动进行建模. 燃烧区的数学模型如下, 主要描述了预燃室入口推进剂流量脉动对燃烧区燃气压力和密度(或者温度)的影响, 按容性单元进行建模.

$$\frac{dp}{dt} = \frac{\gamma}{V} \left[\frac{\bar{p}}{\bar{\rho}} \cdot (q_{mo} + q_{mf}) - (\bar{p}u_e + p\bar{u}_e)A \right], \quad (10)$$

$$\frac{d\rho}{dt} = \frac{1}{V} \left[(q_{mo} + q_{mf}) - (\bar{\rho}u_e + \rho\bar{u}_e)A \right]. \quad (11)$$

其中, $\bar{p}, \bar{\rho}, \bar{u}_e, V$ 分别为预燃室稳态压力、稳态密度、稳态流速和燃烧区容积.

8) 燃气管路的数学模型

建立燃气管路的数学模型时, 不考虑摩擦、与管壁的热交换和气体之间的轴向热传导, 则描述一维气体流动的控制方程为

$$\frac{\partial(\rho A)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u A)}{\partial x} = 0,$$

$$\frac{\partial(\rho u A)}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u^2 A + p A)}{\partial x} = p \frac{\partial A}{\partial x},$$

$$\frac{\partial \left(e \rho A + \frac{u^2}{2} \rho A \right)}{\partial t} + \frac{\partial \left(e \rho u A + \frac{u^2}{2} \rho u A + p u A \right)}{\partial x} = 0.$$

对于等截面管路, 在对上述控制方程进行小偏差线性化处理之后, 对燃气管路进行分段, 最终得到如下形式的描述燃气绝热流动过程的常微分方程组, 计算每个分段中点处的密度、速度和压力变化.

$$\frac{d\rho'_i}{dt} = \frac{1}{\Delta L} [\bar{\rho}(u_i - u_{i+1}) + \bar{u}(\rho_i - \rho_{i+1})], \quad (12)$$

$$\frac{du'_i}{dt} = \frac{1}{\Delta L} \left[\bar{u}(u_i - u_{i+1}) + \frac{1}{\bar{\rho}}(p_i - p_{i+1}) \right], \quad (13)$$

$$\frac{dp'_i}{dt} = \frac{1}{\Delta L} [\gamma \bar{p}(u_i - u_{i+1}) + \bar{u}(p_i - p_{i+1})]. \quad (14)$$

2.2.2 结构系统的模型

箭体结构系统包括贮箱和输送管路中的推进剂, 在广义坐标系下描述结构纵向振动的方程如下

$$M_i(\ddot{q}_i + 2\xi_i\omega_i\dot{q}_i + \omega_i^2q_i) = \sum_{j=1}^K \varphi_{ij}F_j. \quad (15)$$

结构上 j 点处的纵向运动参数可用相应的各阶模态参数之和来表示. 由于大型捆绑火箭的低频模态密集且呈空间分布, 同一模态在纵、横、扭方向均有显著的分量, 所以不仅纯纵向模态可能会与动力系统产生耦合, 也要关注非对称纵向振型的稳定性. 在分析非对称纵向振型的稳定性时, 应注意分别考虑每个助推器及芯级发动机产生的耦合作用力.

2.2.3 耦合作用力

推进系统作用于结构系统上的耦合作用力除了发动机产生的脉动推力之外, 还有来自于贮箱和输送管路内流体脉动而产生的虚拟力, 虚拟力的产生是因为要把推进剂固化在结构上以确定箭体结构的纵向振动. 推进系统产生的耦合作用力可参考文献[7]中提供的计算方法, 不再赘述.

2.2.4 稳定性分析方法

根据前面给出的各组件的数学模型, 可以建立如下形式的 POGO 耦合系统状态方程组

$$\dot{\mathbf{X}} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{X}. \quad (16)$$

系数矩阵 \mathbf{A} 的所有元素均为实数, 且为非奇异矩阵, 所以通过该模型可以直接进行时域仿真分析. 也可以通过计算系数矩阵 \mathbf{A} 的特征根, 然后根据特征根的性质来判断系统稳定性. 公式(16)有如下形式的特征解 $\mathbf{X} = \mathbf{y}e^{\lambda t}$, 即

$$\mathbf{A} \cdot \mathbf{y} = \lambda \cdot \mathbf{y}. \quad (17)$$

这是一个典型的求解矩阵特征值的问题, 其中 λ 是矩阵的特征值, \mathbf{y} 是与之对应的特征向量, 由各阶特征向量组成的矩阵记为 φ . 通常矩阵 \mathbf{A} 的特征值大多是共轭复数对的形式

$$\lambda = \sigma \pm i\Omega.$$

也可以用无阻尼固有频率和相对应的阻尼比来表示

$$\lambda = -\xi\omega \pm i\omega\sqrt{1-\xi^2}, \quad (18)$$

$$\omega = \sqrt{\sigma^2 + \Omega^2}, \quad \xi = -\frac{\sigma}{\omega}. \quad (19)$$

当系统各阶振动的阻尼比都大于零时, 干扰因素消除后系统自由振动在阻尼力的作用下逐渐衰减. 当系统的振动模态中有负阻尼比出现时, 振幅会随时间而迅速增大, 系统将在该阶频率上出现发散振动而失去稳定性. 所以可以根据阻尼比的正负来判断 POGO 耦合系统是否是稳定的. 在工程上为了确保有足够的纵向稳定裕度, 要保证耦合系统有一定的正值阻尼比.

3 动力学模型应用及验证

3.1 管路的动态特性分析

对于理想的输送管路, 其动态特性理论上可以通过解析表达式计算得到. 运用本文提出的计算模型和所开发的计算模块, 对具有开-闭边界条件和开-开边界条件的输送管路的动态特性进行计算分析, 计算模型中管路长度为 6.287 m, 管路的综合声速为 610 m/s, 计算结果与理论值对比如表 1 所示. 从前两阶固有频率的对比结果可以看出, 计算值与理论值的相对偏差在千分之一以内, 初步验证了本文所提出的管路模型的正确性和计算精度.

3.2 稳定性分析模型应用及验证

根据本文所提出的 POGO 稳定性分析动力学模型, 基于模块化思想开发了通用的 POGO 稳定性分析模型组件库, 在此基础上建立某液体火箭 POGO 稳定性分析模型, 如图 2 所示. 针对飞行过

表1 管路频率特性计算比较

边界条件	一阶固有频率分析结果			二阶固有频率分析结果		
	理论值(Hz)	计算值(Hz)	相对偏差(%)	理论值(Hz)	计算值(Hz)	相对偏差(%)
开-闭边界条件	24.256	24.255	0.004	72.769	72.742	0.037
开-开边界条件	48.513	48.505	0.016	97.026	96.962	0.066

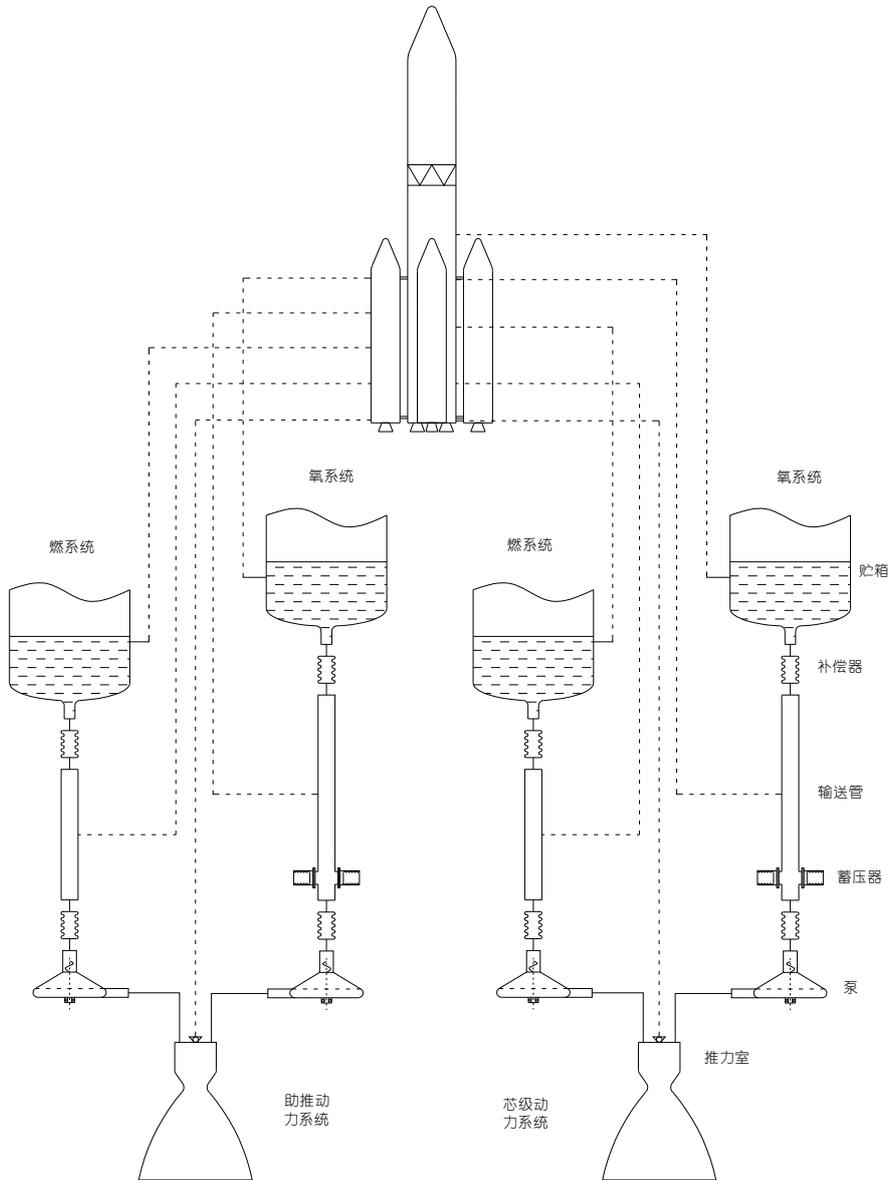


图2 POGO 稳定性分析模型

程中三种不同蓄压器状态开展 POGO 稳定性分析, 结构一阶纵向振动的稳定性分析结果见表 2, 前两阶耦合阻尼比计算结果见图 3 和 4. 分析结果显示, 在前 2 种蓄压器设计状态下(对应 state-1, state-2)

结构一阶纵向振动在飞行后期会出现不稳定, 改进蓄压器设计状态(state-3)后, 火箭一阶纵向振动在飞行过程中实现稳定, 结构二阶纵向振动在三种蓄压器设计状态下都是稳定的. 图 5 为对应第 2

表 2 结构一阶纵向振动 POGO 稳定性分析结果

时间(s)	State-1		State-2		State-3	
	频率(Hz)	阻尼比	频率(Hz)	阻尼比	频率(Hz)	阻尼比
0	3.431	0.00888	3.424	0.00819	3.424	0.00814
10	3.519	0.00907	3.513	0.00841	3.514	0.00837
20	3.607	0.00913	3.603	0.00878	3.603	0.00874
30	3.696	0.00918	3.692	0.00903	3.692	0.00898
40	3.841	0.00915	3.837	0.00921	3.837	0.00914
56	4.072	0.00906	4.07	0.00932	4.07	0.00922
72	4.337	0.00881	4.335	0.00927	4.336	0.00911
73	4.36	0.00878	4.358	0.00926	4.342	0.00873
90	4.748	0.00811	4.746	0.0089	4.724	0.00898
100	5.311	0.00607	5.307	0.00795	5.275	0.00938
110	5.883	7.50E-04	5.881	0.00563	5.825	0.0095
120	6.471	-0.01638	6.504	-0.00268	6.375	0.00941
130	7.717	-0.03613	7.927	-0.02242	7.734	0.01007
138	8.64	-0.04786	9.004	-0.04617	8.821	0.01102

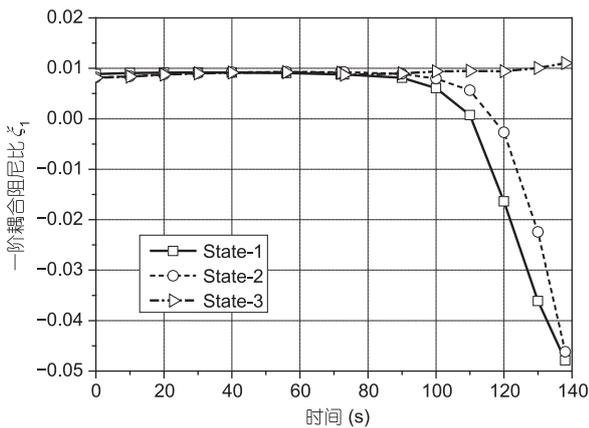


图 3 一阶耦合阻尼比计算结果

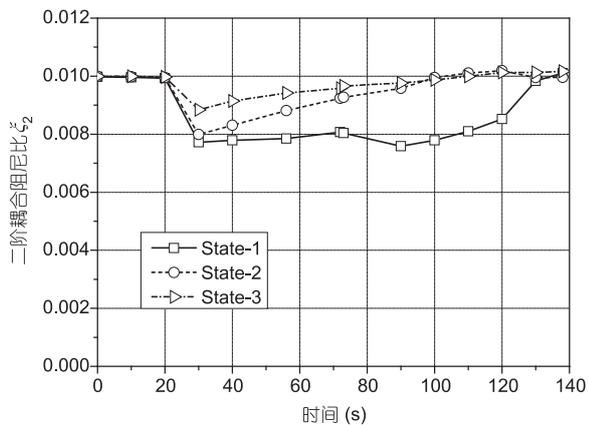


图 4 二阶耦合阻尼比计算结果

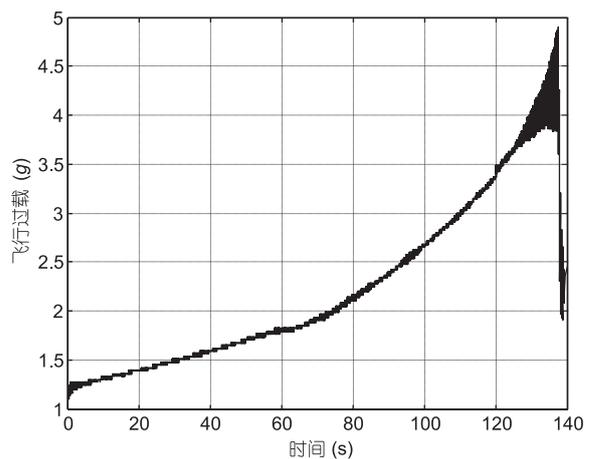


图 5 火箭一级飞行过载

种蓄压器状态下的飞行过载曲线, 在飞行后期一阶纵向振动出现失稳发散现象, 稳定性分析结果与火箭实际飞行情况一致, 该算例验证了本文所提出的 POGO 稳定性分析动力学模型的有效性和实用性.

4 结论

本文基于键合图理论的建模思想, 提出新的液体火箭 POGO 稳定性分析状态变量模型, 该模型的系数矩阵线性且非奇异, 与以往模型相比更

有利于实现模块化建模和时域仿真分析. 通过模型研究给出补燃发动机燃气系统的动力学模型, 使该分析模型可以对采用补燃循环发动机的液体火箭进行 POGO 稳定性分析, 是对目前 POGO 理

论分析模型的一个重要完善. 相比基于信号流的建模方法, 该模型模块间数据传递具有双向性, 可以有效降低模块化建模时信号连接的复杂性, 有利于避免出现代数环.

参考文献

- 1 Rubin S. Prevention of coupled structure-propulsion instability (POGO). NASA Space Vehicle Design Criteria (Structures), 1970. SP-8055
- 2 王其政, 高万镛, 顾永春, 等. 跷振(POGO)稳定性可靠性与参数分析. 宇航学报, 1986, 2: 32-50
- 3 黄怀德. 液体火箭的 POGO 振动研究. 振动工程学报, 1987, 1: 25-33
- 4 马道远, 王其政, 荣克林. 液体捆绑火箭 POGO 稳定性分析的闭环传递函数法. 强度与环境, 2010, 1: 1-7
- 5 王其政, 张建华, 马道远. 捆绑液体火箭跷振(POGO)稳定性分析. 强度与环境, 2006, 2: 6-11
- 6 严海, 方勃, 黄文虎. 液体火箭的 POGO 振动研究与参数分析. 导弹与航天运载技术, 2009, 6: 35-40
- 7 Oppenheim B W, Rubin S. Advanced POGO stability analysis for liquid rockets, 1992. AIAA-92-2454-cp
- 8 Dotson K W, Rubin S, Sako B H. Effects of unsteady pump cavitation on propulsion-structure interaction (POGO) in liquid rockets, 2004. AIAA 2004-2027
- 9 Rubin S. An interpretation of transfer function data for a cavitating pump, 2004. AIAA 2004-4025
- 10 牛泽雄, 董朝阳, 黄喜元. POGO 振动研究的一种新建模方法. 强度与环境, 2012, 5: 28-33
- 11 王中双. 键合图理论及其在系统动力学中的应用. 哈尔滨: 哈尔滨工程大学出版社, 2007
- 12 周伟, 刘俊, 李晓仑, 等. 基于键合图理论的复杂伺服传动系统的建模与仿真. 中国科技论文, 2013, 8: 747-750

POGO dynamic model research for liquid launch vehicles

ZHANG QingSong & ZHANG Bing

Beijing Institute of Astronautical Systems Engineering, Beijing 100076, China

A new state-variable model of propulsion system is presented based on bond graph theory, which can be used for POGO stability analysis. The coefficient matrices of engine-coupled system are linear and nonsingular, which brings much more convenience for modeling and simulation. The dynamic model of gas system in staged combustion cycle engine is also developed in this paper. It makes a great improvement for POGO stability analysis theory.

POGO, dynamic model, staged combustion cycle engine, modularization modeling

doi: 10.1360/N092014-00035