

赵延来,黄思训,张维峰,等. 2013. 三维变分同化中多变量平衡约束设计[J]. 大气科学学报,36(3):277-285.

Zhao Yan-lai, Huang Si-xun, Zhang Wei-feng, et al. 2013. Design of multivariable balance constraints in three-dimensional variational assimilation[J]. Trans Atmos Sci, 36(3):277-285. (in Chinese)

三维变分同化中多变量平衡约束设计

赵延来^{1,2}, 黄思训¹, 张维峰¹, 杜华栋¹

(1. 解放军理工大学 气象海洋学院, 江苏 南京 211101; 2. 国防科学技术大学 计算机学院, 湖南 长沙 410073)

摘要:在现代变分同化系统中,背景场误差协方差起着决定观测信息的空间分布特征、匹配不同变量间的关系和保证分析增量平衡的作用。基于NMC(National Meteorology Centre)方法,设计了一个新的多变量平衡约束算子:在物理变换中,构建相对湿度和其余控制变量间的平衡约束算子;同时分别采用经验正交函数方法和递归滤波器来模拟控制变量 $(\psi, \chi_u, T_u, h_{ru}, p_{su})^T$ 的垂直误差协方差和水平误差协方差。利用2009年6月2日到8月9日间WRF模式的预报差值场,对新的背景场误差协方差进行模拟分析。单点观测试验表明,新的背景场误差协方差实现了观测信息在干湿变量之间的传递,而且相对湿度具有与温度相似的增量场分布。

关键词:背景场误差协方差;NMC方法;多变量平衡约束

中图分类号:P128 **文献标志码:**A **文章编号:**1674-7097(2013)03-0277-09

Design of multivariable balance constraints in three-dimensional variational assimilation

ZHAO Yan-lai^{1,2}, HUANG Si-xun¹, ZHANG Wei-feng¹, DU Hua-dong¹

(1. College of Meteorology and Oceanography, PLA University of Science & Technology, Nanjing 211101, China;

2. School of Computer Science, National University of Defense Technology, Changsha 410073, China)

Abstract: In modern variational data assimilation system, the background error covariance determines the space distribution of observation information and analysis increment balance between control variables. Based on the NMC(National Meteorology Centre) method, a new multivariable balance constraint operator is designed, and the forecast difference fields of WRF model from 2 June to 9 August 2009 are used to simulate the new background error covariance. In physical transformation, the multivariable balance constraint operator is built among control variables including relative humidity. The empirical orthogonal function method and the recursive filter are used to simulate the vertical and horizontal error covariances of control variables $(\psi, \chi_u, T_u, h_{ru}, p_{su})^T$, respectively. The results of single observation test show that observation information has been passed between the wet and dry variables with new background error covariance, and the increment distribution of relative humidity is similar to the temperature.

Key words: background error covariance; NMC method; multivariate balance constraint

0 引言

数值天气预报是数学物理中一个典型的初边值

问题:大气初边值估计越精确,模式预报效果就越好(黄思训和伍荣生,2001)。基于此目的,人们提出资料同化的概念,即“利用现有的所有信息来定义

收稿日期:2012-04-02;改回日期:2012-11-21

基金项目:国家自然科学基金资助项目(41175025;41105012);国家科技支撑计划资助项目(2008BAC37B03)

通信作者:黄思训,教授,博士生导师,研究方向为大气中的反演和同化技术,huangsxp@yahoo.com.cn.

一个最大可能的大气(海洋)运动状态”(Talagrand, 1997)。自 20 世纪 80 年代,变分同化方法开始应用于卫星、雷达等非常规观测资料的同化,现已经发展成为资料同化的主要手段之一(Barker et al., 2004; Huang et al., 2009; 郭锐等, 2010; 何斌等, 2012; 杨艳蓉和曾明剑, 2012; 朱彤和翁富忠, 2012)。背景场误差协方差作为现代变分同化系统的重要组成部分,一直是人们重点研究的对象。这是因为,“背景场误差协方差矩阵在资料同化系统中的作用至关重要,它控制信息从观测位置向四周传播的方式,决定模式变量之间在动力上是否协调一致”(薛纪善和陈德辉, 2008)。特别是在三维变分同化中,分析增量的空间结构和多变量关系直接取决于背景场误差协方差矩阵(官元红等, 2009; 马旭林等, 2009)。

由于大气真实状态未知,无法对背景场误差协方差进行确切计算。在业务应用中,一般的做法是近似估计或模拟背景场误差的平均统计特征。常用的方法有: 1) 信息向量法(Hollingsworth and Lönnberg, 1986; 龚建东等, 2006)。该方法利用观测和背景场观测相当量之间的差值,直接估计背景和观测误差的方差与背景误差的空间相关性。受限于观测资料的分布,该方法只适用于观测资料密集的区域,难以用于解决对流尺度天气的预报。2) NMC (National Meteorology Centre) 方法(Parrish and Derber, 1992; 曹小群等, 2008a)。该方法统计得到的误差协方差矩阵可以很好地保持模式的动力约束和平衡关系,不受观测资料限制,计算代价小。但是 NMC 方法无法分离模式误差和背景误差,且方差的估计存在一定的偏差。3) 分析集合方法(Fisher, 2004; 赵娟和王斌, 2011)。该方法从随机扰动生成的一组初值出发,积分得到一组预报集合,然后基于预报成员间的集合离散度来模拟背景场误差。分析集合方法最大的优点在于,可以随天气形势演变更新具有流依赖特性的背景场误差协方差;但是该方法计算量大,且对于模式误差和非线性关系的处理还不够理想。4) 小波分析方法(Deckmyn and Berre, 2005; 曹小群等, 2008b)。该方法的基本思想是:根据小波分析在物理空间和谱空间中具有的局部化和多分辨率分析特性,来模拟背景场误差协方差中气象要素在物理空间的局部性和天气系统的多尺度特性。

本文主要讨论区域三维变分同化(3DVar)中背景场误差协方差的模拟。首先,简要介绍三维变分同化中背景场误差协方差的处理方法;其次,在

NMC 方法的基础上,设计了一个新的多变量平衡约束算子,同时利用 WRF (Weather Research and Forecasting) 模式的预报差值场对相应特征量进行统计模拟;然后,通过单点观测试验进一步分析新背景场误差协方差的结构特征;最后,对本文的研究内容进行总结。

1 区域 3DVar 中背景场误差协方差模拟

记 $(\cdot, \cdot)$ 和 $\langle \cdot, \cdot \rangle$ 分别表示欧氏空间 $\mathbb{R}^n$ 和 $\mathbb{R}^m$ 的内积。Lorenz (1986) 认为, 3DVar 可以归结为如下目标函数的极小化问题,

$$J(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}((\mathbf{x} - \mathbf{x}^b), \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{x} - \mathbf{x}^b)) + \frac{1}{2}\langle [\mathbf{y} - H(\mathbf{x})], \mathbf{R}^{-1}[\mathbf{y} - H(\mathbf{x})] \rangle. \quad (1)$$

若分析场 $\mathbf{x}$ 和背景场 $\mathbf{x}^b$ 的维数为 n , 观测 $\mathbf{y}$ 的维数为 m , 则观测算子 H 是一个从 $\mathbb{R}^n$ 到 $\mathbb{R}^m$ 的映射 (H 可以是线性也可以是非线性的), $\mathbf{B}$ 表示 $n \times n$ 维的背景误差协方差矩阵, $\mathbf{R}$ 表示 $m \times m$ 维的观测误差协方差矩阵。

对 H 在 $\mathbf{x}^b$ 处进行 Taylor 展开, 取一阶截断

$$H(\mathbf{x}) \approx H(\mathbf{x}^b) + H(\mathbf{x} - \mathbf{x}^b). \quad (2)$$

其中, $H = \left. \frac{\partial H(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}=\mathbf{x}^b}$ 表示切线性观测算子。代入 (1) 式, 有

$$J(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}((\mathbf{x} - \mathbf{x}^b), \mathbf{B}^{-1}(\mathbf{x} - \mathbf{x}^b)) + \frac{1}{2}\langle [\mathbf{d} - H(\mathbf{x} - \mathbf{x}^b)], \mathbf{R}^{-1}[\mathbf{d} - H(\mathbf{x} - \mathbf{x}^b)] \rangle. \quad (3)$$

其中, $\mathbf{d} = \mathbf{y} - H(\mathbf{x}^b)$ 为更新向量。记 $\delta \mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}^b$, 于是

$$J(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}(\delta \mathbf{x}, \mathbf{B}^{-1}\delta \mathbf{x}) + \frac{1}{2}\langle \mathbf{d} - H\delta \mathbf{x}, \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{d} - H\delta \mathbf{x}) \rangle. \quad (4)$$

根据定义可知, $\mathbf{B}$ 是一个超级矩阵, 难以存储、计算和求逆。在实际业务中, 需要对矩阵 $\mathbf{B}$ 进行分解,

$$\mathbf{B} = \mathbf{L}\mathbf{L}^T. \quad (5)$$

令 $\delta \mathbf{x} = \mathbf{x} - \mathbf{x}^b = \mathbf{L}\mathbf{v}$, 此时 3DVar 转变为关于 $\mathbf{v}$ 的极小化问题,

$$J(\mathbf{x}) = \frac{1}{2}(\mathbf{v}, \mathbf{v}) + \frac{1}{2}\langle \mathbf{d} - \mathbf{H}\mathbf{L}\mathbf{v}, \mathbf{R}^{-1}(\mathbf{d} - \mathbf{H}\mathbf{L}\mathbf{v}) \rangle. \quad (6)$$

对于控制变量 $\mathbf{v}$ 而言,目标泛函(6)的 Hessian 矩阵为

$$\mathbf{A} = \mathbf{I} + \mathbf{L}^T \mathbf{H}^T \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} \mathbf{L}. \quad (7)$$

在 $\mathbf{A}$ 中,单位矩阵 $\mathbf{I}$ 的出现极大地改善了目标泛函的形状和性质。但是,此时 $\mathbf{L}$ 仍是一个大矩阵,需要进一步处理,

$$\mathbf{L} = \mathbf{U}_p \mathbf{U}_v \mathbf{U}_h. \quad (8)$$

其中: $\mathbf{U}_p$ 表示物理变换; $\mathbf{U}_v$ 表示垂直变换; $\mathbf{U}_h$ 表示水平变换。此时,根据上述分析可知

$$\mathbf{B} = \mathbf{U}_p \mathbf{U}_v \mathbf{U}_h \mathbf{U}_h^T \mathbf{U}_v^T \mathbf{U}_p^T. \quad (9)$$

2 基于 NMC 方法的多变量平衡约束设计

NMC 方法假设在一定预报时效内模式预报误差的统计结构变化很小,背景场误差可以用不同起报时刻在同一时间的预报场差值来近似代替。对于区域 3DVar 而言,一般采用预报时效为 24 h 和 12 h 的差值场来统计背景场误差,

$$\mathbf{B} = \overline{(\mathbf{x}^b - \mathbf{x}^t)(\mathbf{x}^b - \mathbf{x}^t)^T} \approx \overline{(\mathbf{x}^{t_1+24} - \mathbf{x}^{t_2+12})(\mathbf{x}^{t_1+24} - \mathbf{x}^{t_2+12})^T}. \quad (10)$$

其中: t_1 和 t_2 表示模式起报时刻($t_1 + 24 = t_2 + 12$);上划线表示对时间和空间取平均。由于 NMC 方法不受观测资料分布的限制,且计算代价相对较少,已在美国国家环境预报中心(NCEP)、欧洲中期天气预报中心(ECMWF)、法国气象局(Meteo-France)、英国气象局(U. K. Meteorological Office)和加拿大气象中心(Canadian Meteorological Center)等世界先进的业务天气预报中心得到广泛应用。

2.1 方案设计

本文采用的预报模式为 WRFV3.2 版本,试验配置如下:采用双向三重网格嵌套方案(图1);水平方向格点数分别为 151×151 、 184×142 和 192×172 ,水平格距分别为 27 km、9 km 和 3 km;垂直方向为 38 个全 Sigma 层,顶层气压为 10 hPa;模式物理过程采用 WSM6 云微物理方案、YSU 行星边界层方案、RRTM 长波和 Dudhia 短波辐射方案,其中外两层区域(D01 和 D02)采用 Kain-Fritsch 对流参数化方案,而最内层区域(D03)关闭对流参数化方案。在下面的分析中,只给出区域 D01 的模拟结果。

数值模式于 2009 年 6 月 1 日 00 时(世界时,下同)冷启动开始 24 h 预报,其初始场由 NCEP 的 FNL 全球分析资料($1^\circ \times 1^\circ$ 分辨率)提供;之后模式在每天的 00 时和 12 时均进行 24 h 预报,此时模式初始场由上一起报时刻的 12 h 预报场提供,而侧边界条件仍由 FNL 分析资料提供;如此往前递推,到 2009 年 8 月 10 日 00 时停止预报。根据 NMC 方法可知,此时能够得到 2009 年 6 月 2 日 00 时至 2009 年 8 月 9 日 12 时期间的 138 个预报差值场样本用于背景场误差协方差的模拟。

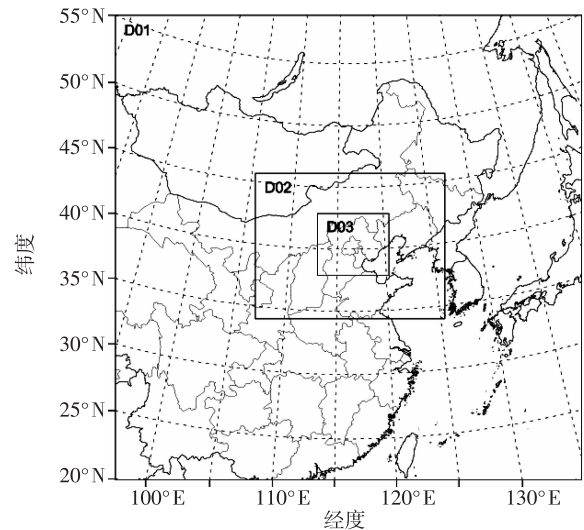


图1 模拟区域示意图

Fig. 1 The schematic map of simulation domains

2.2 物理变换

由于模式变量在物理上具有相关性,若将其直接用于 $\mathbf{B}$ 的统计,则得到的 $\mathbf{B}$ 近似是一个满矩阵,这给矩阵的存储和求逆带来极大困难。物理变换 $\mathbf{U}_p$ 的目的就是:将物理相关的模式变量(u, v, θ, q, p_s)^T(其中: u 为纬向风速; v 为经向风速; θ 为位温; q 为比湿; p_s 为地面气压)变换成互不相关但物理真实的控制变量($\psi, \chi_u, T_u, h_m, p_{su}$)^T(其中: ψ 为流函数; χ_u 为速度势非平衡部分; T_u 为温度非平衡部分; h_m 为相对湿度非平衡部分; p_{su} 为地面气压非平衡部分)。 $\mathbf{U}_p$ 主要分以下几个步骤进行:

第一步:计算 ψ 和 χ 。首先,在不考虑地球曲率的影响下(若考虑,引入地球投影因子 m 即可),根据水平风场(u, v)计算涡度 ζ 和散度 D :

$$\zeta = \frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} = \Delta\psi, D = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = \Delta\chi. \quad (11)$$

然后,采用双调和正弦/余弦方法(Chen and Kuo, 1992a, 1992b)求解上述 Poisson 方程,计算得到 ψ 和 χ 。

第二步:计算 T 和 h_r 。首先,根据位温和气压值计算出温度

$$T = \theta(p/p_0)^{R/c_p} \quad (12)$$

其中: $p_0 = 1\ 000\ \text{hPa}$; R 为空气气体常数; c_p 为空气定压比热容。然后,计算对应的饱和水汽压 e_s 和饱和比湿 q_s :

$$e_s = 6.11 \exp[17.26(T - 273.16)/(T - 35.86)],$$

$$q_s = 0.622 e_s / (p - 0.378 e_s)。$$

最后,根据相对湿度的定义有

$$h_r = (q/q_s) \times 100\% \quad (13)$$

第三步:多变量平衡约束。考虑平衡约束在资料同化中非常重要(朱江和闫长香,2005;庄照荣等,2006)。首先,它能够把慢模态(如 Rossby 波)和快模态(如重力波和深对流)进行分离;其次,它能够保证获得的增量信息与观测相平衡,从而改善分析场的质量。

在现有 WRFDA (WRF Data Assimilation) 的 CV5 方案(Parrish and Derber,1992)中,只考虑了流函数和速度势、温度、地面气压之间的平衡约束,单独对相对湿度进行处理。但是最近的研究(Sadiki and Fischer,2005;Krysta et al.,2010;Rizvi et al.,2010)表明:考虑湿度变量与其他控制变量间的平衡约束关系非常必要。本文在 NMC 方法的基础上,构建了一个新的多变量平衡约束算子, h_r 不再作为单变量处理,而是充分考虑其与 ψ 、 χ 、 T 和 p_s 之间的平衡约束关系。

$$\chi_b(i,j,k) = \alpha_{\chi\psi}(b_3)\psi(i,j,k), \quad (14)$$

$$T_b(i,j,k) = \sum_{k'=1}^{n_k} \alpha_{T\psi}(k,k',b_2)\psi(i,j,k') + \sum_{k'=1}^{n_k} \alpha_{T\chi_u}(k,k',b_2)\chi_u(i,j,k'), \quad (15)$$

$$h_{rb}(i,j,k) = \sum_{k'=1}^{n_k} \alpha_{h_r\psi}(k,k',b_2)\psi(i,j,k') + \sum_{k'=1}^{n_k} \alpha_{h_r\chi_u}(k,k',b_2)\chi_u(i,j,k') + \sum_{k'=1}^{n_k} \alpha_{h_rT_u}(k,k',b_2)T_u(i,j,k'), \quad (16)$$

$$p_{sb}(i,j) = \sum_{k=1}^{n_k} \alpha_{p_s\psi}(k,b_2)\psi(i,j,k) + \sum_{k=1}^{n_k} \alpha_{p_s\chi_u}(k,b_2)\chi_u(i,j,k) + \sum_{k=1}^{n_k} \alpha_{p_sT_u}(k,b_2)T_u(i,j,k) + \sum_{k=1}^{n_k} \alpha_{p_sh_{ru}}(k,b_2)h_{ru}(i,j,k)。 \quad (17)$$

其中:下标 b 和 u 分别表示变量的平衡部分和非平衡部分; α 为统计得到的各变量间的回归系数; (i,j,k) 和 (n_i,n_j,n_k) 分别表示模式纬向、经向和垂直方向的格点序号和总格点数。在实际计算过程中,一般会对格点进行粗化,即进行空间平均处理。在试验中,把同一垂直层上同一纬度的格点作为一个计算单元(即取纬向平均),此时 $b_2(i,j) = j$ 和 $b_3(i,j,k) = j + (k-1) \cdot n_j$ 分别表示取空间平均后,二维水平格点和三维空间格点对应的序号。在计算出平衡部分后,对各变量进行去平衡处理,即可得到同化控制变量 $\mathbf{v}_p = (\psi, \chi_u, T_u, h_{ru}, p_{su})^T$ 。

下面用 C_1 、 D_1 和 D_2 、 E_1 、 E_2 和 E_3 、 F_1 、 F_2 、 F_3 和 F_4 分别表示回归系数 $\alpha_{\chi\psi}$ 、 $\alpha_{T\psi}$ 和 $\alpha_{T\chi_u}$ 、 $\alpha_{h_r\psi}$ 、 $\alpha_{h_r\chi_u}$ 和 $\alpha_{h_rT_u}$ 、 $\alpha_{p_s\psi}$ 、 $\alpha_{p_s\chi_u}$ 、 $\alpha_{p_sT_u}$ 和 $\alpha_{p_sh_{ru}}$ 构成的平衡约束矩阵。此时,物理变换 U_p 可以表示为

$$U_p = K \begin{bmatrix} I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ C_1 & I & 0 & 0 & 0 \\ D_1 & D_2 & I & 0 & 0 \\ E_1 & E_2 & E_3 & I & 0 \\ F_1 & F_2 & F_3 & F_4 & I \end{bmatrix} \quad (18)$$

其中: K 表示第一步和第二步包含的变量转换算子; I 为单位矩阵。根据上述分析可知, $\delta\mathbf{x} = K\mathbf{B}_p^{1/2}\mathbf{v}_p$,其中 $\mathbf{B}_p = \mathbf{B}_p^{1/2}(\mathbf{B}_p^{1/2})^T$,且 $\mathbf{B}_p$ 是一个块对角矩阵

$$\mathbf{B}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_\psi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{B}_{\chi_u} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{B}_{T_u} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \mathbf{B}_{h_{ru}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \mathbf{B}_{p_{su}} \end{bmatrix} \quad (19)$$

图 2 给出了统计得到的各变量间的平衡约束关系,其中横坐标表示控制变量对变量平衡部分的贡献与其全变量的比值,速度势、温度和相对湿度的纵坐标为模式垂直层,而地面气压的纵坐标为经向格点。可以看出:1)速度势平衡部分在其全变量 χ 中所占比例非常小(<0.03),即 ψ 和 χ_b 之间的平衡约束不明显。这是由于研究区域为中纬度地区,大气运动近似满足地转平衡,风场分解后流函数和速度势近似满足正交关系。2)温度平衡部分在其全变量 T 中所占比例在 $0.1 \sim 0.2$ 之间,其中 T_b 主要来自于 χ_u 的贡献,而 ψ 所占比值相对较小。由于速度势与散度场对应,这说明温度的平衡态主要受无旋的辐散风场影响。3)相对湿度平衡部分在其全变量 h_r 中所占比例较大($0.2 < h_{rb}/h_r < 0.8$),其中 T_u

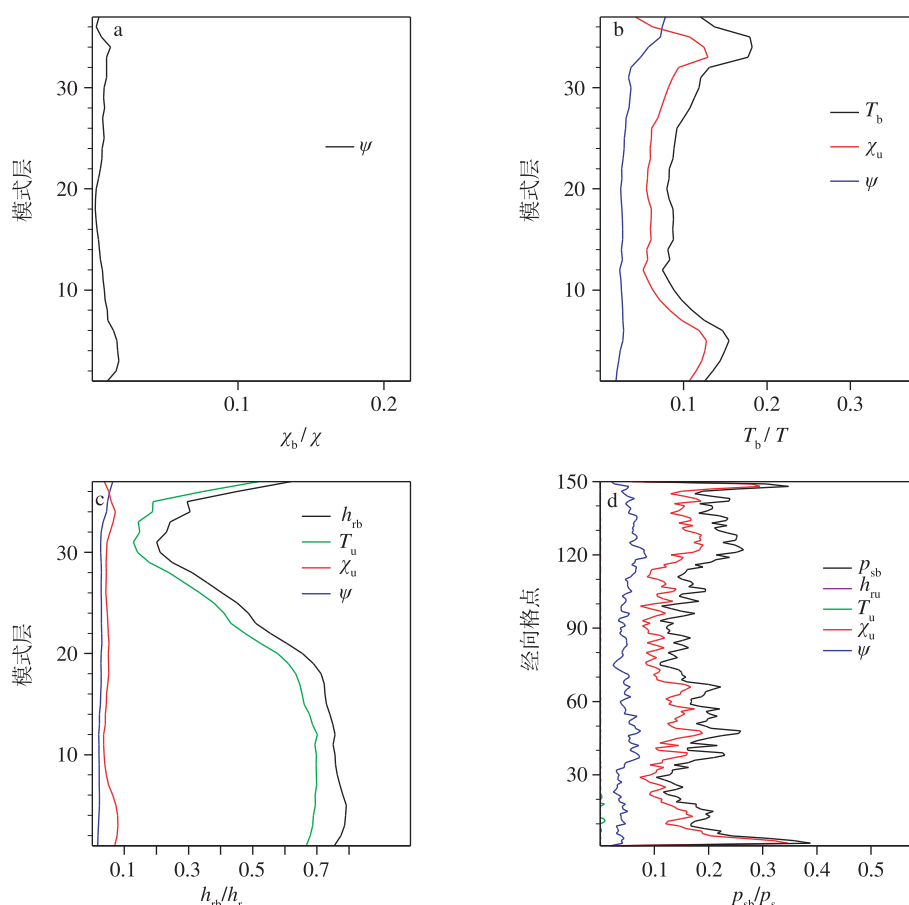


图2 模式变量对变量平衡部分(a. χ_b ; b. T_b ; c. h_{rb} ; d. p_{sb})的贡献与其全变量的比值

Fig. 2 Contributions of model variables to the balanced fields (a. χ_b ; b. T_b ; c. h_{rb} ; d. p_{sb}) with respect to their full fields

的贡献占主导地位,而 ψ 和 χ_u 的贡献相对较小。从湿度变量和温度的关系来看,上述结论亦在情理之中。4)地面气压平衡部分在其全变量 p_s 中所占比例在0.1~0.4之间,而且其随纬度变化比较剧烈。其中 χ_u 的贡献最大, ψ 次之,而 T_u 和 h_{rb} 的贡献几乎可以忽略不计。

2.3 垂直变换

经过物理变换后, $\mathbf{v}_p$ 各变量间不存在互相关性,但是变量自身存在水平和垂直方向上的相关。垂直变换 $\mathbf{U}_v$ 的目的就是:把各变量投影到垂直模态上,解除其水平和垂直的相关性,从而将三维空间相关问题转化为二维水平相关问题。在试验中,采用经验正交函数(Parrish and Derber, 1992)将控制变量的误差场投影到垂直方向的正交模态上。首先计算 $\mathbf{v}_p$ 各变量对应的垂直背景误差矩阵 $\mathbf{B}_v$ 的特征值和特征向量:

$$\mathbf{B}_v = \mathbf{E}\mathbf{A}\mathbf{E}^T, \mathbf{E}\mathbf{E}^T = \mathbf{I}. \quad (20)$$

其中: $\mathbf{E}$ 为 $\mathbf{v}_p$ 各变量在各垂直层上的全局特征矢量

矩阵; $\mathbf{A}$ 是由 $\mathbf{v}_p$ 各变量在各垂直层上的特征值构成的对角矩阵。此时, $\mathbf{v}_p$ 经垂直变换为 $\mathbf{v}_v$,满足 $\delta\mathbf{x} = \mathbf{K}\mathbf{B}_p^{1/2}\mathbf{B}_v^{1/2}\mathbf{v}_v$ 。

图3给出了 $\mathbf{v}_p$ 变量在各垂直层上的前5个全局特征向量分布,其中第一特征向量为模态,代表了各变量误差分布的最主要结构。可以看出:1)流函数和速度势非平衡部分的第一特征向量的最大值出现在模式第32层($\eta = 0.24$,约200 hPa),表明背景风场误差在此处较大,可能和中纬度地区的高空急流有关。2) χ_u 在模式低层还存在一个负的极值区,与其高层正的极值区形成负相关。这是由于速度势表征的是风场中无旋的辐散风分量,其一般在垂直方向上呈耦合的辐合辐散结构。3)温度非平衡部分的第一特征向量在模式底层出现负的最大值,表明背景温度误差在地面附近最大,随着高度增加,误差逐渐减小。4)相对湿度非平衡部分的全局特征向量分布情况则与相对湿度作为单独变量处理得到的结果截然不同(范水勇等,2006),其第一特

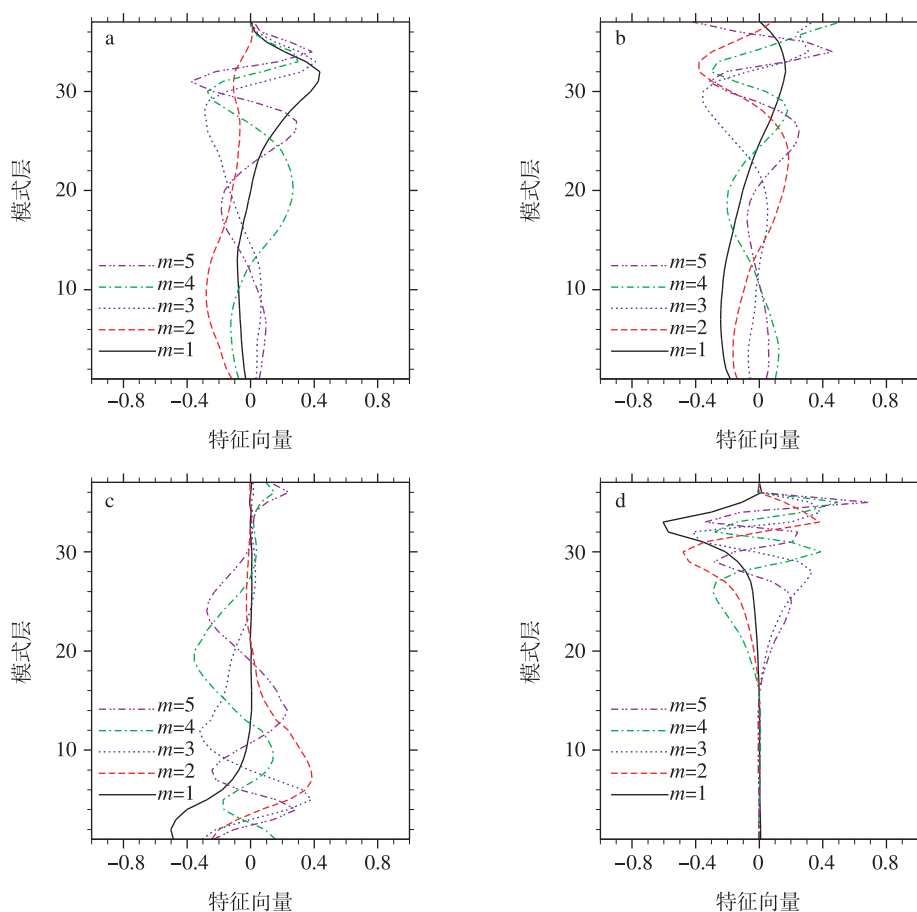


图 3 v_p 在模式垂直层上的前 5 个全局特征向量 a. ψ ; b. χ_u ; c. T_u ; d. h_{ru}

Fig. 3 The first five global eigenvectors of v_p on model vertical levels a. ψ ; b. χ_u ; c. T_u ; d. h_{ru}

征向量在模式 32 层出现负的最大值,而在中低层其前 5 个特征向量均近似为零,与势流函数的分布相对应。对于实际大气而言,由于受地形和地理位置的影响,背景场误差协方差应该具有局地性。为了体现背景场误差协方差的非均匀性,在保证计算效率的前提下,可以引入局地特征值来取代全局特征值(图略)。

2.4 水平变换

经过垂直变换后, v_v 各垂直模态间相互正交,互不相关。此时,继续对 v_v 各垂直模态上的水平背景场误差协方差 B_h 进行统计,得到最终的控制变量 v ,

$$v_v = U_h v = B_h^{1/2} v. \quad (21)$$

此时, $\delta x = K B_p^{1/2} B_v^{1/2} B_h^{1/2} v$ 。但是, B_h 仍是一个大矩阵,而且每次迭代过程都要进行计算,非常浪费资源。在试验中,采用递归滤波器(Parrish and Derber, 1992; 何光鑫等, 2011)来模拟 B_h 的作用。令 R_F 表示一次向前和一次向后递归滤波,同时假定 B_h 各向均匀同性且具有高斯分布,则可用 N 次递归

滤波来模拟 B_h ,

$$B_h = \underbrace{R_F \cdots R_F}_{N \text{ 次}}. \quad (22)$$

在实际计算过程中, B_h 主要受递归滤波器在各垂直层上的递归特征长度尺度控制。特征长度尺度是递归滤波器的一个重要参数,其表征了观测与背景场之间偏差的影响范围。图 4 给出了控制变量 v 在各垂直层上的水平特征长度分布。可以看出:1) 流函数和速度势非平衡部分的特征长度尺度相对较大,而且随着垂直模态增加,特征长度尺度迅速减小。2) 温度非平衡部分和相对湿度非平衡部分的特征长度尺度随垂直模态变化很小,基本稳定在 20 km 附近。

3 单点观测试验

为了能够直观地了解背景场误差协方差的结构特征和观测信息在各变量间的传递特征,设计一组单点观测对比试验:Old 试验,即利用 WRFDA 中现有的 CV5 方案统计得到的背景场误差协方差进行

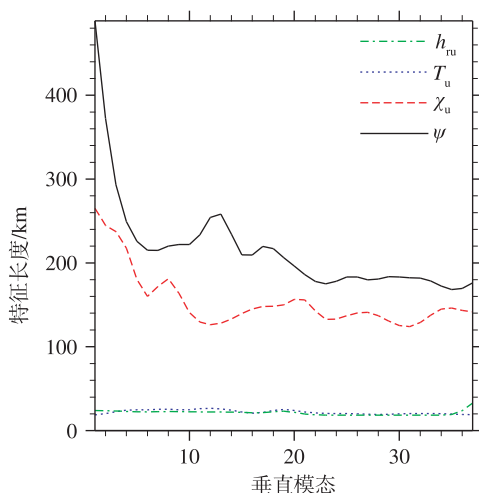


图4 控制变量 ψ 在各垂直模态上的水平特征长度

Fig. 4 The horizontal characteristic length of control variables ψ on model vertical modes

试验;New 试验,即利用本文方案统计得到的背景场误差协方差进行试验。假设在模式网格点($i = 75, j = 75, z = 15$)处存在一单点纬向风 u 观测,观测增量为 1.0 m/s ,观测误差为 1.0 m/s 。

图5给出了Old 试验和New 试验中模式变量在第15层的同化增量场。可知:1)Old 试验和New 试验得到的风场 u 和 v 的增量分布比较相似,由于新的背景场误差协方差中递归滤波次数较多,所以New 试验增量场要相对平滑一些。2)温度 T 的增量场存在较大差异,New 试验得到的温度增量场相当于在Old 试验结果的基础上水平旋转了 180° ,而且增量场的大小和范围均有所增加。从物理变换的平衡约束可知,温度平衡部分主要受速度势非平衡部分的影响,而受代表风场旋转特性的流函数影响减小,这可能是导致上述现象的原因。3)两个实验得到的相对湿度的增量场差别明显,其中Old 试验中 h_r 的增量为零,即风场观测信息没有传递给湿度变量;而New 试验中 h_r 的增量明显,其分布与温度增量场相似,只是影响范围相对较小,同时相对湿度增量大小为 10^{-2} g/kg 量级。

4 结论

在现代变分同化系统中,背景场误差协方差起着决定观测信息的空间分布特征、匹配不同变量间的分布关系和保证分析增量平衡的作用。本文在NMC方法的基础之上,构建了一个新的多变量平衡约束算子,其核心是在物理变换中构建了相对湿度和其余控制变量间的平衡约束关系。利用2009年6月2日至8月9日期间的WRF模式的预报差值

场进行统计分析,得到如下结论:

1)考虑湿度变量和其他变量之间的关系,构建了一个新的多变量平衡约束算子,同化控制变量变为 $(\psi, \chi_u, T_u, h_{ru}, p_{su})^T$ 。在多变量平衡约束中,流函数和速度势非平衡部分对温度平衡部分、相对湿度平衡部分和地面气压平衡部分的贡献大小相当;相对湿度平衡部分主要受温度非平衡部分影响;温度非平衡部分和相对湿度非平衡部分对地面气压平衡部分的影响几乎可以忽略。

2)在采用经验正交函数变换得到的垂直误差协方差中,流函数和速度势非平衡部分的背景误差在模式高层存在正的大值区,同时 χ_u 在模式底层还存在一个负的极值区;温度非平衡部分的背景误差在地面附近比较大,且随着高度增加,误差逐渐减小;相对湿度非平衡部分受 ψ 和 χ_u 的影响,其误差在模式高层存在负的大值区。

3)对于水平背景场误差协方差而言,流函数和速度势非平衡部分的递归滤波特征长度尺度比较大,而且随着垂直高度的增加,特征长度尺度值迅速减小;同时温度非平衡部分和相对湿度非平衡部分的特征长度尺度随垂直高度变化很小,基本稳定在 20 km 附近。

4)在单点纬向风观测试验中,相比于CV5方案,由新的背景场误差协方差同化得到的分析场中,温度增量场发生了一定程度的旋转,同时实现了观测信息在干湿变量间的传递,而且相对湿度具有与温度相似的增量场分布。

参考文献:

- 曹小群,黄思训,张卫民,等. 2008a. 区域三维变分同化中背景误差协方差的模拟[J]. 气象科学, 28(1): 8-14.
- 曹小群,黄思训,杜华栋,等. 2008b. 变分同化中水平误差函数的正交小波模拟新方法[J]. 物理学报, 57(3): 1984-1989.
- 范水勇,张朝林,仲跻芹. 2006. MMS 三维变分系统在北京地区冷暖季背景场误差的对比分析[J]. 高原气象, 25(5): 855-861.
- 龚建东,魏丽,陶士伟,等. 2006. 全球资料同化中误差协方差三维结构的准确估计与应用 I: 观测空间协方差的准确估计[J]. 气象学报, 64(6): 669-683.
- 官元红,周广庆,陆维松. 2009. 一个用于气候模式的三维变分资料同化系统——方案设计及其检验[J]. 大气科学学报, 32(3): 392-404.
- 郭锐,张国平,李泽椿. 2010. 对于一次川渝暴雨的 ATOVS 资料同化数值模拟[J]. 大气科学学报, 33(5): 615-623.
- 何斌,徐瑞国,牛萍. 2012. 四维数据同化在一次梅雨锋暴雨过程中的应用研究[J]. 气象科学, 32(2): 160-168.

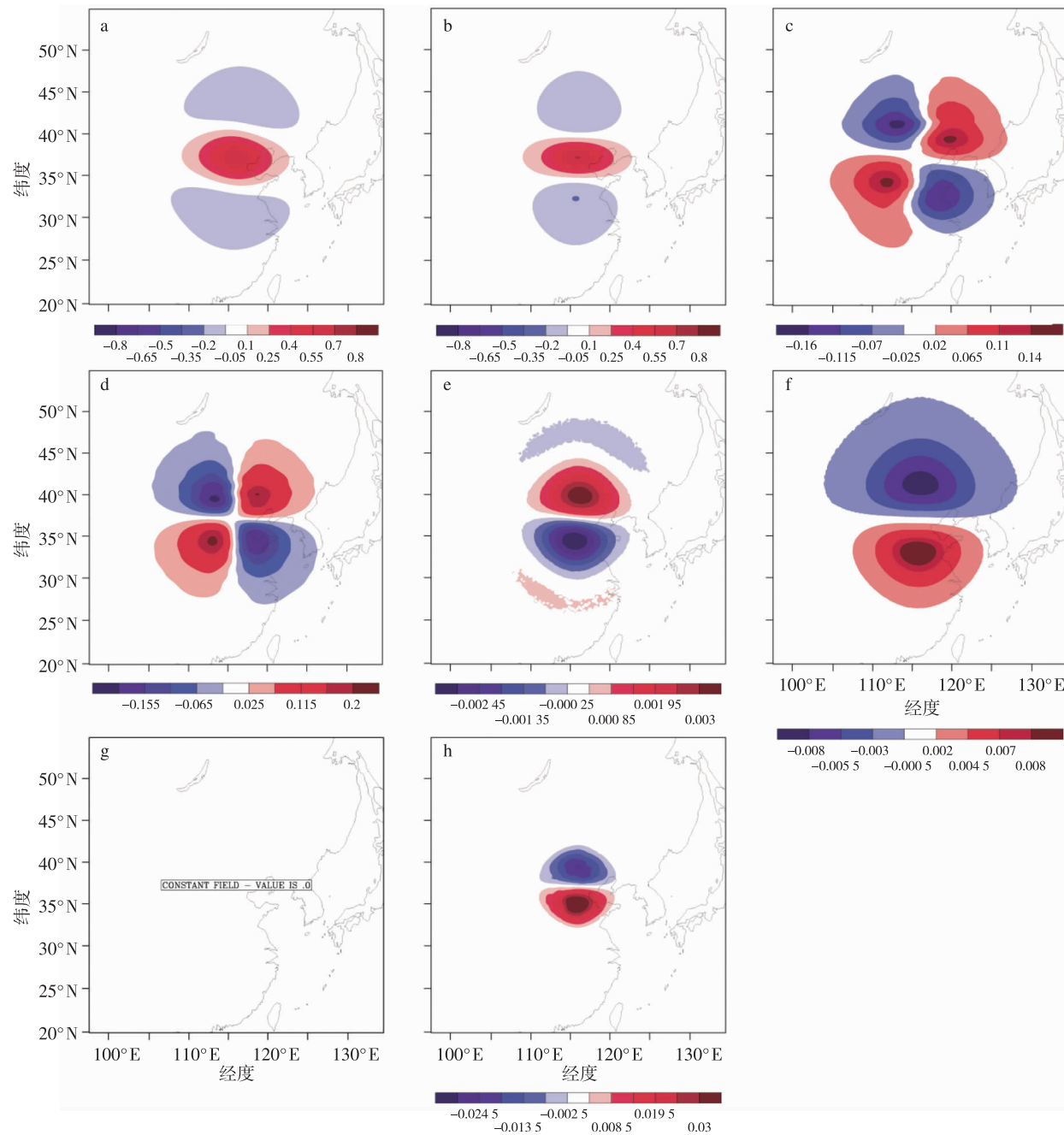


图 5 单点观测实验中模式各变量第 15 层上的增量分布(a,c,e,g. Old 试验结果;b,d,f,h. New 试验结果) a,b. 变量 u (m/s); c,d. 变量 v (m/s); e,f. 变量 T (K); g,h. 变量 q (g/kg)

Fig. 5 The increment distributions of (a,b) variable u (m/s), (c,d) variable v (m/s), (e,f) variable T (K), and (g,h) variable q (g/kg) on the fifth level in single observation experiment(a,c,e,g. Old Test's results;b,d,f,h. New Test's results)

何光鑫,李刚,张华. 2011. 高阶递归滤波器在一次暴雨预报中的数值试验[J]. 大气科学学报,34(4):439-446.

黄思训,伍荣生. 2001. 大气科学中的数学物理问题[M]. 北京:气象出版社.

马旭林,庄照荣,薛纪善,等. 2009. GRAPES 非静力数值预报模式的三维变分资料同化系统的发展[J]. 气象学报,67(1):50-60.

薛纪善,陈德辉. 2008. 数值预报系统 GRAPES 的科学设计与应用[M]. 北京:科学出版社.

杨艳蓉,曾明剑. 2012. 雷达资料同化对暴雨预报影响的数值模拟研

究[J]. 气象科学,32(2):145-152.

赵娟,王斌. 2011. 两种样本生成方法对 DRP-4DVar 同化方法性能影响的比较及分析[J]. 气象学报,69(1):41-51.

朱江,闫长香. 2005. 三维变分资料同化中非线性平衡约束[J]. 中国科学 D 辑:地球科学,35(12):1187-1192.

朱彤,翁富忠. 2012. 在 NCEP GDAS 中同化 MSG 和 GOES 资料[J]. 大气科学学报,35(4):385-390.

庄照荣,薛纪善,朱宗申,等. 2006. 非线性平衡方案在三维变分同化系统中的应用[J]. 气象学报,64(2):138-149.

- Barker D M, Huang W, Guo Y R, et al. 2004. A three-dimensional variational data assimilation system for MM5; Implementation and initial results[J]. *Mon Wea Rev*, 132:897-914.
- Chen Q S, Kuo Y H. 1992a. A harmonic-sine series expansion and its application to partitioning and reconstruction problems in a limited area[J]. *Mon Wea Rev*, 120:91-112.
- Chen Q S, Kuo Y H. 1992b. A consistency condition for wind-field reconstruction in a limited area and a harmonic-cosine series expansion[J]. *Mon Wea Rev*, 120:2653-2670.
- Deckmyn A, Berre L. 2005. Wavelet approach to representing background error covariances in a limited area model[J]. *Mon Wea Rev*, 133:1279-1294.
- Fisher M. 2004. Background error covariance modelling[C]//Proc of ECMWF seminar on recent developments in data assimilation for atmosphere and ocean. reading, United Kingdom; ECMWF:45-63.
- Hollingsworth A, Lönnberg P. 1986. The statistical structure of short-range forecast errors as determined from radiosonde data. Part I: The wind field[J]. *Tellus*, 38:111-136.
- Huang X Y, Xiao Q N, Barker D M, et al. 2009. Four-dimensional data assimilation for WRF: Formulation and preliminary results [J]. *Mon Wea Rev*, 137:299-314.
- Krysta M, Rizvi S R H, Huang X Y. 2010. A new formulation of WRF-DA analysis control variables[R]//11th WRF Users' Workshop, Boulder Colorado.
- Lorenz A C. 1986. Analysis methods for numerical weather prediction [J]. *Quart J Roy Meteor Soc*, 112:1177-1194.
- Parrish D F, Derber J C. 1992. The National Meteorological Center's spectral statistical interpolation analysis system[J]. *Mon Wea Rev*, 120:1747-1763.
- Rizvi S R H, Chen Y D, Huang X Y, et al. 2010. Multivariate background errors in WRFDA: Impact of additional correlations and its performance in Tropics[R]//11th WRF Users' Workshop, Boulder Colorado.
- Sadiki W, Fischer C. 2005. A posteriori validation applied to the 3D-VAR Arpege and Aladin data assimilation systems[J]. *Tellus*, 57: 21-34.
- Talagrand O. 1997. Assimilation of observations, an introduction[J]. *J Meteor Soc Japan*, 75(1B):191-209.

(责任编辑:倪东鸿)