

重力对两维液态泡沫点输入强制渗流的影响

孙其诚 葛蔚 黄晋

(中国科学院过程工程研究所, 北京 100080. E-mail: sunq@home.ipe.ac.cn)

摘要 液态泡沫由大量气泡密集堆积在微量表面活性剂溶液中形成, 具有高度有序的结构和独特的流变特性, 是典型的复杂系统, 与常见的固体泡沫和多孔介质截然不同. 影响液态泡沫结构和流变特性的惟一重要因素就是泡沫内部的微量液体. 这些微量液体受重力与毛细管力会在泡沫通道上(柏拉图通道和节点, 亦即 Plateau border 和 vertex)发生渗流, 柏拉图通道和节点也往往同时发生几何拓扑变化, 释放表面能. 该自组织过程是由流体耗散趋于极小和泡沫表面能趋于极小两种机制的相互协调控制的. 重力会影响流体耗散趋于极小趋势的强弱, 进而造成不同的自组织过程, 影响泡沫内的渗流. 本文模拟了 Hele-Shaw Cell 内两维液态泡沫(大小为 $12\text{ cm} \times 14\text{ cm} \times 3\text{ mm}$)在 8 种重力加速度(从 $g = 9.8\text{ m/s}^2$ 到 $g = 0\text{ m/s}^2$)下点输入的强制渗流, 发现在竖直和水平方向的渗流波传播位置与时间的关系很好地符合幂函数形式, 指数分别为 $0.536 + 5.29 \times 10^{-3}g$ 和 $0.479 - 7.27 \times 10^{-3}g$, 在不同重力下两者之和接近常数 1.015, 该结果将有助于进一步分析泡沫内部的协调机制.

关键词 液态泡沫 渗流 微重力 软凝聚态物质 复杂系统

1 泡沫内微量液体及其渗流

液态泡沫由大量气泡密集堆积在少量的表面活性剂溶液中形成, 是典型的复杂系统, 具有对外界微小作用的敏感性、非线性响应以及内部自组织等基本特性^[1], 与固体泡沫和多孔介质截然不同. 首先在结构上液态泡沫高度组织化. 液态泡沫中的基本单元是气泡, 其典型大小为 $10\text{ }\mu\text{m} \sim 1\text{ cm}$, 微量液体则分布在气泡间的液膜(film)、柏拉图通道(Plateau border, Plateau 是 19 世纪比利时科学家, 他首先建立了液态泡沫结构平衡条件和节点(vertex)三个基本结构中, 如图 1. 液膜是相邻两个气泡间的分界面, 厚度一般为 $1\text{ nm} \sim 1\text{ }\mu\text{m}$, 是气泡间的最小分离距离. 相邻液膜间的两面角为 120° ^[2], 3 个气泡围成的横截面称为柏拉图通道, 是凹三角形液体通道, 其曲率半径 r_{pb} 为 $1\text{ }\mu\text{m} \sim 1\text{ mm}$, 纵向长度一般等同于气泡的大小; 每 4 个柏拉图通道相交在一个节点上, 四面角大小为 $\cos^{-1}(-1/3) = 109.47^\circ$. 其次, 液态泡沫具有独特的流变特性, 若对泡沫施加小的剪切外力, 它像固体一样发生弹性形变; 随着剪切力的增加, 泡沫却像流体一样能够流动并随意变形; 适当减小压强或增加温度, 泡沫体积像气体一样线性膨胀, 反之亦然.

泡沫内液体含量(通常采用体积分率 ϕ)是决定泡沫结构和流变特性的惟一重要因素. 对于干泡沫 ϕ 可以小到 0.01%, r_{pb} 极小, 毛细管力 γ/r_{pb} (γ 为表面

张力)极强, 造成气泡完全粘连而成为多面体; 当 $\phi \approx 0.08$ 时, r_{pb} 增加, 毛细管力降低并与重力达到平衡, 泡沫的微量液体可以稍长时间维持在柏拉图通道和节点形成的骨架内, 此时气泡由原来的多面体演变为不规则的扁球体, 气泡相互间易于滑动. 如 ϕ 继续增大, 比如刚刚生成的新鲜泡沫($\phi \approx 0.12$), r_{pb} 更加宽大, 毛细管力不足以保持这些液体, 多余液体在重力作用下通过柏拉图通道和节点联成的通道发生流动(即渗流). 当 $\phi \approx 0.36$ 时, 气泡逐渐演变为完美的圆球状, 相互间离散. ϕ 的增加使得泡沫的剪切模量 G 急剧下降. 对于两维液态泡沫(ϕ 的有效范围为 $0 < \phi < 0.16$), $G \approx (1 - 0.16^{-2}\phi^2)$, 参见文献 [3, 4]. 当 $\phi = 0.16$ 时, 气泡为圆形, 相互间没有任何相互作用, G 突变为零, 泡沫由半固体突变为可自由流动的流体. 实验还发现在泡沫发生渗流的同时气泡极易对流: 大约一半泡沫向下移动而另一半泡沫向上升起造成整个泡沫结构扭曲, 这一现象耦合了泡沫的流变特性^[5]. 因此泡沫内微量液体是决定泡沫结构和力学特性的重要因素, 对这些微量流体的理论分析、实验检测和流体动力学模拟是近 20 年来泡沫物理学研究的重点. 泡沫渗流是指微量液体受重力(或外界压差力)与毛细管力在泡沫内通道上(即柏拉图通道和节点)的传输, 如图 1 中柏拉图通道上的箭头所示. 泡沫渗流与泡沫的稳定性直接相关, 是当代力学领域研究热点之一^[6,7], 也是化工中泡沫分离技术的核

心科学问题; 同时在与液体泡沫物理本质上一致的金属熔体泡沫研究方面, 比如铝及铝合金熔体泡沫制备过程中的孔结构和孔隙率控制、泡沫排液规律以及泡沫稳定性等诸多前沿领域, 液态泡沫渗流的研究将有助于熔体泡沫中泡沫的生长规律、制备后期重力和毛细管力共同驱动的泡沫排液对孔结构和泡壁微组织演变影响的深入^[8].

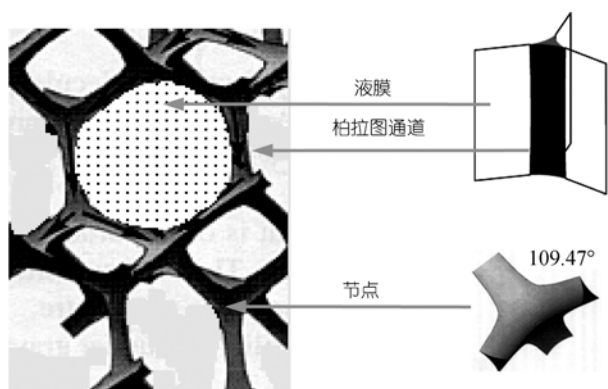


图 1 液态泡沫的基本结构

图 2 中凹三角形柏拉图通道的横截面面积为 A (与 ϕ 有关), 长度为 dy 的流体微元 $A(y, t)dy$ 所受力为: 重力 ρg , 粘滞力 $f\mu u/A$ 和毛细管力 $\partial p_l / \partial y$, 这里 ρ 和 μ 是液体密度和粘滞系数; g 是重力加速度; f 是表征柏拉图通道边界是否易于移动的因子^[9], 本文假定边界不易于移动, 则 f 取 50; u 是微元流体的平均速度; p_l 是微元内液体的压强. 渗流达到稳定时, 流体微元 $A(y, t)dy$ 上的重力、粘滞力和毛细管力平衡:

$$\rho g - \frac{f\mu u}{A} - \frac{\partial p_l}{\partial y} = 0. \quad (1)$$

重力是外力, 与流动相关的粘滞力和毛细管力则是内力. 我们分析表明泡沫渗流过程是于两个机制协调控制下泡沫内部结构进行自组织相关的^[10]: 流体耗散趋于极小和泡沫表面能趋于极小, 亦即流体总沿着耗散最小的通道流动, 这必定推动和排斥气泡, 使得每个气泡不断调整位置, 同时在表面张力作用下, 这些气泡不断调整形状使得泡沫表面能趋于极小; 气泡位置和形状的调整使得通道宽窄发生变化, 几何拓扑变化也经常发生^[11]. 这样流体和气泡相协调达到流体耗散和泡沫表面能都趋于极小值的稳定

渗流. 流体耗散趋于极小的强弱取决于外界重力加速度, 重力加速度越大, 该趋势就越强; 对于恒定成分的表面活性剂溶液, 表面能趋于最小的趋势基本不变, 受外界因素影响小, 所以可以通过采用不同的重力加速度来观测泡沫渗流过程, 分析流体耗散趋于极小和泡沫表面能趋于极小两种机制相协调的情况. 葛蔚¹⁾发现气液两相流中也存在上述协调机制.

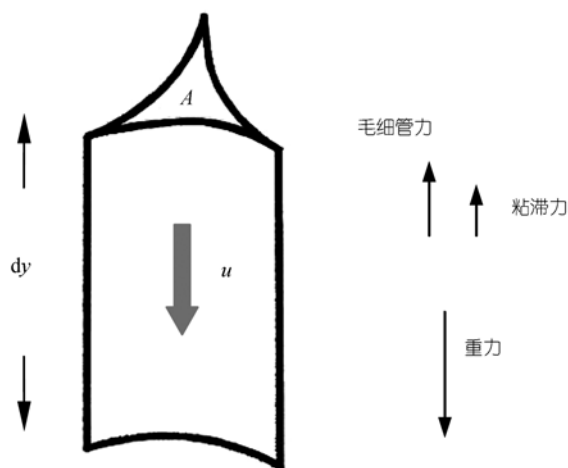


图 2 作用在柏拉图通道流体微元 $A dy$ 上的重力、粘滞力和毛细管力

泡沫渗流中较易于理论研究和实验观测的是强制渗流(forced drainage), 它是在稳定泡沫上(通常采用较干的泡沫, $\phi \approx 0.01$)以恒定流率输入与泡沫中溶液成分一致的流体而引起的渗流. 它比其他渗流方式, 如自由渗流(free drainage)和脉冲渗流(pulsed drainage), 更能揭示泡沫内在结构特征和动力学特性. 以前较多的工作主要集中在一维强制渗流^[11~13]. 二维强制渗流中微量流体不仅在重力方向传播, 而且在水平方向、毛细管力作用下传播. 目前只有非常有限的工作是关于二维强制渗流的, 比如 Hutzler 等人^[14]实验研究了流体输入宽度对二维渗流的影响, 并做了初步模拟, 常规重力下的模拟结果与实验结果符合很好. 本文应用该二维强制渗流方程模拟和量化了不同重力加速度下的点输入引起的泡沫强制渗流(本文中点输入的宽度取 3 个气泡直径), 这将对进一步分析流体耗散趋于极小和泡沫表面能趋于极小两种机制的协调作用有所裨益.

1) 葛蔚. 个人通讯. 2005 年 9 月

2 液态泡沫强制渗流模拟

2.1 渗流方程

对于二维液态泡沫强制渗流, Hutzler等人^[14]假设: (i) 柏拉图通道是直的, 其曲率半径为零, 这一假设对等同气泡形成的干泡沫是合理的; (ii) 柏拉图通道可以扩展或收缩, 但不会因为输入流体量的增加而发生对流, 亦即不考虑流变因素的影响; (iii) 同时柏拉图通道内流体流动处理成泊肃叶流(Poiseuille flow, 亦即在边壁流处流体速度为零), 则二维强制渗流方程为

$$150\mu \frac{\partial A}{\partial t} + \rho g \frac{\partial A^2}{\partial y} - \frac{1}{3} C \gamma \left(\frac{\partial^2}{\partial y^2} A^{3/2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} A^{3/2} \right) = 0, \quad (2)$$

其中 C 是与柏拉图通道形状有关的几何常数, $C = (\sqrt{3} - \pi/2)^{1/2}$, γ 是液体的表面张力, t 是时间, y 是重力方向位置, x 是水平方向位置, 可以看出在水平方向流体的传播只由毛细管力驱动. 为了数值求解该方程, 进行无量纲化:

$$\frac{\partial \phi}{\partial \tau} + \frac{\partial}{\partial \xi} \left(B_0 \phi^2 - \frac{\sqrt{\phi}}{2} \frac{\partial \phi}{\partial \xi} \right) - \frac{\partial}{\partial \eta} \left(\frac{\sqrt{\phi}}{2} \frac{\partial \phi}{\partial \eta} \right) = 0, \quad (3)$$

其中 $\xi = y/x_0$, $\eta = x/x_0$, $\tau = t/t_0$, $A = \phi x_0^2$. x_0 是柏拉图通道的长度, $x_0 = 2^{7/12} \times 12^{-1/2} V_b^{1/3}$ (V_b 是气泡的体积); 时间尺度 $t_0 = 150\mu x_0/(C\gamma)$. 如图 3, 我们采用文献^[15]的实验条件, Hele-Shaw Cell 大小为 $12 \text{ cm} \times 14 \text{ cm}$, 内部充满直径为 1 mm 的气泡, 在泡沫顶部水平方向的中心以恒定流率输入流体, 输入宽度($2w$)为 3 mm , 可以近似为点输入, 则 $x_0 = 3.5 \times 10^{-4} \text{ m}$, 在模拟中区域为 340×400 (由于在水平方向对称, 我们模拟输入点右边 170×400 的计算区域, 输入点则在该区域的左上角, 如图 4), 无量纲输入宽度为 $w/x_0 = 4$. 输入表面活性剂溶液的物性取水在 20°C 的物性, $\mu = 1 \times 10^{-3} \text{ kg/(s}\cdot\text{m)}$, $C \approx 0.4$ (参见文献^[11]), $\rho = 1 \times 10^3 \text{ kg}\cdot\text{m}^{-3}$ 和 $\gamma = 2.5 \times 10^{-2} \text{ kg}\cdot\text{s}^{-2}$ (水表面张力的 $1/3$), 则 $t_0 = 5.3 \times 10^{-3} \text{ s}$. Hutzler 等人^[14]和 Wang^[15]实验记录了 10 s 的强制渗流, 则模拟中 $\tau = 1900$. 同时还引入无量纲因子 $B_0 = \rho g x_0^2/(C\gamma) = k \rho g_0 x_0^2/(C\gamma)$ 表示重力和表面张力对渗流的影响, 其中 $g_0 = 9.8 \text{ m/s}^2$ 是常规重力, k 取 $[0, 1]$ 以计算不同重力下流体耗散趋于极小和泡沫表面能趋于极小两种机制协调控制的渗流. 恒定输入流率可以通过设置在输入宽度的恒定液体分率来实现, 边界条件和初始条件为

$$\phi = 0.0004, \quad (\tau = 0, w/x_0 \leq \eta \leq 200, 0 \leq \xi \leq 400), \quad (4)$$

$$\phi = 0.0434 \quad (0 \leq \eta \leq w/x_0, \xi = 0). \quad (5)$$

(5) 式对应应在 $2w = 3 \text{ mm}$ 的宽度上输入流率为 0.005 ml/s 的实验条件(参见文献^[14,15]).

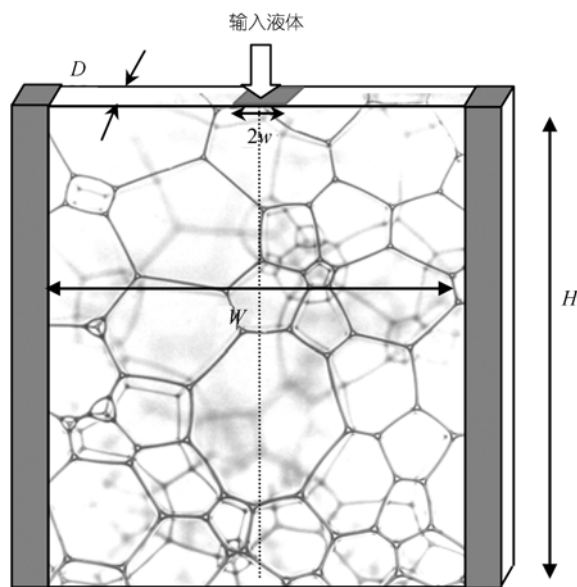


图3 模拟中采用的 Hele-Shaw Cell 和内部二维泡沫
Hele-Shaw Cell 的宽度(W)和高度(H)分别为 12 和 14 cm , 厚度(D)为 3 mm , 气泡大小为 1 mm , 输入宽度($2w$)为 3 mm . 在上边界中心输入表面活性剂溶液, 恒定输入流率为 0.005 ml/s

2.2 模拟结果

Hutzler 等人^[14]首先采用该模型模拟了重力加速度 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 时, 不同输入宽度对渗流的影响, 而没有分析重力加速的影响. 在本文中采用中心差分法求解无量纲二维泡沫渗流方程(3), 模拟了 8 种不同的重力加速度(从 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 到零重力 $g = 0 \text{ m/s}^2$)下的强制渗流. 图 4 是模拟的零重力 $g = 0 \text{ m/s}^2$ 和重力为 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 时的渗流情况. 外界液体在左上角输入后在泡沫内快速传播, 首先我们发现当 $g = 0 \text{ m/s}^2$ 时, 水平方向和竖直方向渗流传播的距离基本一致, 而 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 时, 由于重力影响, 竖直方向渗流传播距离略大于水平方向的传播距离. 其次在竖直方向 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 时的渗流传播距离大于 $g = 0 \text{ m/s}^2$ 时渗流传播距离, 而在水平方向 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 时的渗流传播距离小于 $g = 0 \text{ m/s}^2$ 时渗流传播距离.

图 5 是模拟得到的渗流液体在水平上边界面和竖直中心线(亦即模拟中的左边界)上不同时刻的液

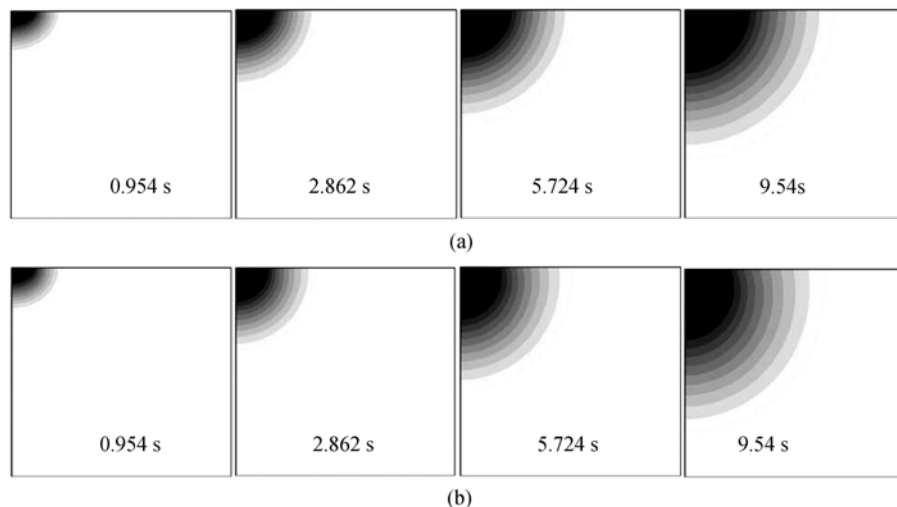


图 4 模拟得到 10 s 内 $g = 0 \text{ m/s}^2$ (a) 和 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ (b) 下的泡沫强制渗流

颜色深浅代表液体分率的大小. 图中显示的正方形区域对应实验中距输入点水平和竖直方向均为 1.4 cm (实际模拟的区域大小为 $12 \text{ cm} \times 14 \text{ cm}$)

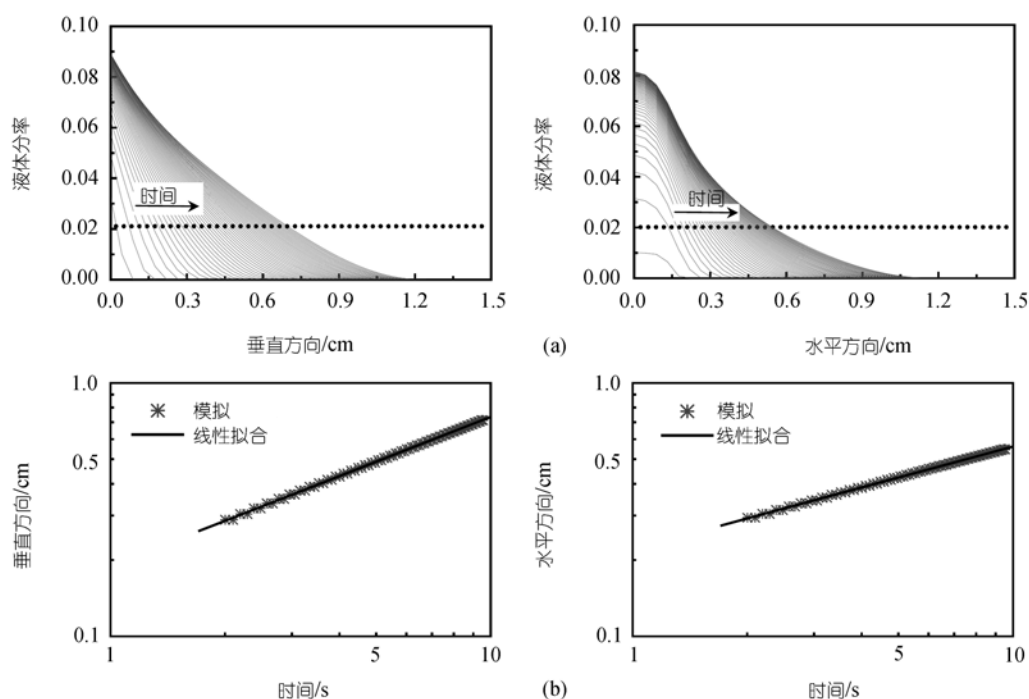


图 5 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, $\phi = 0.02$ 时渗流引起的液体分率在竖直和水平方向的发展过程(a)及渗流波在 $t > 2 \text{ s}$ 时水平和竖直方向的传播 (b)
时间和空间均采用对数坐标

体分率. 可以看出随着时间的增加, 水平方向和竖直方向渗流传播的速度越来越慢. 我们跟踪 $t > 2 \text{ s}$, $\phi = 0.02$ 的渗流波前在水平方向和竖直方向的位置 (图 5 中黑点线所示), 进而计算得到相应的渗流发展过程函数, 因为我们发现当 $t < 2 \text{ s}$ 时, 渗流尚未稳定.

Hutzler 等人 [14] 的实验结果表明渗流传播位置与时间很好地符合幂函数, 亦即在重力方向 $y \propto t^{\beta_y}$ 和水平方向 $x \propto t^{\beta_x}$. 图 6 是本文计算得到的 8 种重力加速度下的指数 β_y 和 β_x , 两者均是重力加速度的线性函数: $\beta_y = 0.536 + 5.29 \times 10^{-3} g$ 和 $\beta_x = 0.479 - 7.27 \times 10^{-3} g$.

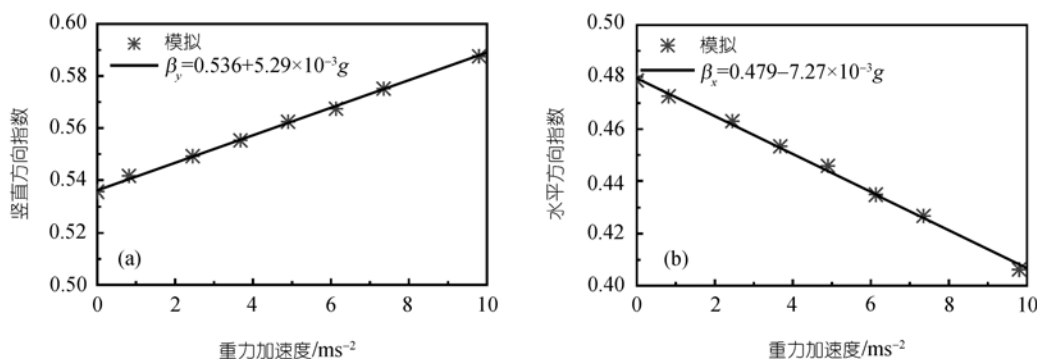


图6 渗流波位置与时间的幂函数中指数与重力加速度的关系

(a) 竖直方向; (b) 水平方向

竖直方向和水平方向的渗流传播速度分别为 $\beta_y t^{\beta_y-1} \approx (0.536 + 5.29 \times 10^{-3} g) t^{(5.29 \times 10^{-3} g - 0.464)}$, $\beta_x t^{\beta_x-1} \approx (0.479 - 7.27 \times 10^{-3} g) t^{(-7.27 \times 10^{-3} g - 0.521)}$, 即随着时间的增加, 两个方向的传播速度都逐渐变慢, 例如在 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 时, 竖直方向渗流传播速度为 $t^{-0.412}$, 水平方向的传播速度为 $t^{-0.592}$. 同一时刻, 重力加速度越大则纵向渗流速度就越大, 而水平方向渗流速度就越小.

在常规重力 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 时, $\beta_y = 0.63$, 与文献 [14] 实验得到的 $\beta_y = 0.66$ 非常接近; $\beta_x = 0.40$, 与 Wang [13] 的结果 $\beta_x = 0.42$ 接近, 这说明我们在建立方程以及初始和边界条件的选取是合理的.

我们还发现在不同重力下两者之和接近常数: $\beta_y + \beta_x = 1.015$. 可以做一简单解释: 在 t 时刻内发生渗流的面积 (假定渗流波形状为矩形) 近似为 $t^{\beta_y} \times t^{\beta_x} = t^{\beta_y + \beta_x}$, 假定发生渗流的液体分率 ϕ 处处相同, 则内部的液体含量 $\phi t^{\beta_y + \beta_x}$ 等于在 t 时刻内流入的流体 Qt (Q 为流率):

$$\zeta \phi t^{\beta_y + \beta_x} \equiv Qt, \quad (6)$$

其中 ζ 为常数, 所以 $\beta_y + \beta_x = 1$. 由于实际渗流波形状接近椭圆形, 不是严格的矩形, 因而两维泡沫强制渗流中的 $\beta_y + \beta_x$ 应该在 1 附近, 本工作计算得到的 $\beta_y + \beta_x$ 约为 1.015, 在合理的范围之内.

3 结论

通过对大小为 $12 \text{ cm} \times 14 \text{ cm}$ 的两维 Hele-Shaw Cell 内液态泡沫点输入强制渗流的模拟发现重力加速度从 $g = 9.8 \text{ m/s}^2$ 到零重力 $g = 0 \text{ m/s}^2$ 的范围内竖直和水平方向的渗流位置与时间的关系很好地符合幂函数形式, 指数分别为 $0.536 + 5.29 \times 10^{-3} g$ 和 $0.479 - 7.27 \times 10^{-3} g$; 指数之和接近常数 1.015, 重力的变化

对此影响不到 1%. 我们下一步将考虑柏拉图通道移动和变形, 改进现有的两维液态泡沫渗流模型.

致谢 本工作为国家自然科学基金 (批准号: 20336040, 20490201) 资助项目.

参 考 文 献

- 1 Gennes P G. Soft matter. Rev Mod Phys, 1992, 64: 645—648 [DOI]
- 2 Plateau J A F. Statique Expérimentale et Théorique des Liquides Soumis aux Seules Forces Moléculaires. Paris: Gauthier Villars, 1873
- 3 Bolton F, Weaire D. Rigidity loss transition in a disordered 2D froth. Phys Rev Lett, 1990, 65: 3449—3451 [DOI]
- 4 Sun Q, Hutzler S. Lattice gas simulations of 2D liquid foams. Rheol Acta, 2004, 43: 567—574 [DOI]
- 5 Hutzler S, Weaire D, Crawford R. Convective instability in foam drainage. Europhys Lett, 1998, 41: 461—465 [DOI]
- 6 李和娣, 胡文瑞. 当代的力学热点——由介绍第 20 届国际理论和应用力学大会引起的思考. 世界科技研究与发展, 1999, 21: 13—15
- 7 Banhart J, Weaire D. On the road again: metal foams find favor. Phys Today, 2002, 7: 37—42
- 8 杨东辉, 何德坪, 杨上闻. 氢化钛热分解动力学和铝合金泡沫化研究. 中国科学, B 辑, 2004, 34(3): 195—201
- 9 Weaire D, Hutzler S, Cox S, et al. The fluid dynamics of foams. J Phys: Condens Matter, 2003, 15: S65—S73 [DOI]
- 10 Li J, Kwauk M. Exploring complex systems in chemical engineering—the multi-scale methodology. Chem Eng Sci, 2003, 58: 521—535 [DOI]
- 11 Weaire D, Hutzler S. The Physics of Foams. England: Oxford University Press, 1999
- 12 Verbist G, Weaire D, Kraynik A M. The foam drainage equation. J Phys: Condens Matter, 1996, 8: 3715—3731 [DOI]
- 13 Koehler S A, Hilgenfeld S, Stone H A. A generalized view of foam drainage: experiment and theory. Langmuir, 2000, 16: 6327—6341 [DOI]
- 14 Hutzler S, Cox S J, Wang G. Foam drainage in two dimensions. Colloid Surface A, 2005, 263: 178—183 [DOI]
- 15 Wang G. Forced foam drainage in two dimensions. Dissertation for the Master Degree. Dublin: Trinity College, University of Dublin, 2004

(2005-12-02 收稿, 2006-05-24 接受)