

非水平面天文辐射的全球分布

朱 志 辉

(中国科学院地理研究所, 北京)

摘 要

确定了任意纬度非水平面天文辐射各时段总量(日总量 S_{0t} , 月总量 S_{0tm} 和年总量 S_{0ty})的计算方法。首次给出全球范围内 S_{0t} , S_{0tm} 和 S_{0ty} 分布的系统图象。发现一些特殊的分布规律: 1. 高纬度各方位天文辐射向极收敛; 2. 极点处各方位天文辐射数值相同; 3. 二分日东(西)铅直面上 S_{0t} 不随纬度变化(极点除外); 4. 如果某日极圈内的某一纬度范围都处于极昼, 则此日在该纬度范围内东(西)铅直面上的 S_{0t} 也不随纬度变化; 5. 任何纬度东(西)方位铅直面上的 S_{0ty} 都保持同一数值; 6. 南、北半球天文辐射呈反向近似对称。

关键词: 天文辐射, 太阳辐射

一、引 言

天文辐射是由日地天文关系所决定的重要特征量, 定义为无大气存在时入射到地球表面的太阳辐射。在许多文献中, 天文辐射也称为大气顶太阳辐射。但研究倾斜面情况时, 由于海拔高度造成的日出、日没时刻的差别, 使地球表面无大气时的太阳辐射不同于大气上界处的数值。本文内容特指地球表面的情况。在我国, 傅抱璞曾对坡面天文辐射进行过卓有成效的开创性研究^[1-3], 他分析了北半球 50°N 以内坡面天文辐射日总量的年变化规律, 并用 Taylor 近似法研究了该纬度范围内倾角 60° 以下各天文季节和全年的天文辐射总量分布, 但没有讨论上述范围以外坡面天文辐射的计算方法和分布规律。近年来, 国外有一些坡面天文辐射研究^[4-7], 其研究范围一般也都限于北半球 60°N 以南, 所用方法不适合两极地区。因此迄今为止未能得到任意坡面天文辐射总量在全球范围内分布的系统图象。为了理论分布规律的完整性, 也为了更大范围实际应用的需要, 本文研究确定了任意纬度非水平面天文辐射各时段总量的计算方法。将精确累计法应用到包括南、北极地在内的任意纬度, 首次给出全球范围内任意倾斜面天文辐射各时段总量分布的系统图象, 并揭示了一些特殊的分布规律。

二、方 法

1. 基本公式

在不考虑地形和其它地物遮蔽情况下, 倾斜面和水平面天文辐射日总量 S_{0t} 和 S_0 可分别

表示为

$$S_{0t} = \begin{cases} 0, \\ \frac{I_0 \tau}{2\pi r^2} \int_{\omega_{sr}}^{\omega_{ss}} \cos \theta d\omega, \\ \frac{I_0 \tau}{2\pi r^2} \left[\int_{\omega_{sr1}}^{\omega_{ss1}} \cos \theta d\omega + \int_{\omega_{sr2}}^{\omega_{ss2}} \cos \theta d\omega \right]; \end{cases} \quad (1)$$

$$S_0 = \begin{cases} 0, \\ \frac{I_0 \tau}{2\pi r^2} \int_{\omega_r}^{\omega_s} (\sin \phi \sin \delta + \cos \phi \cos \delta \cos \omega) d\omega. \end{cases} \quad (2)$$

式中 I_0 为太阳常数, 取 $1367 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2}[8]$; τ 为日长; r 为以天文单位表示的日地距离; ω 为时角 (弧度); ω_r 和 ω_s 为水平面日出、日没时角 ($\omega_r = -\omega_s$); ω_{sr} 和 ω_{ss} 为倾斜面上每天只有一段可照时间时的日出、日没时角; ω_{sr1} 和 ω_{ss1} 为每天有两段可照时间时第一段的日出、日没时角, ω_{sr2} 和 ω_{ss2} 为第二段的日出、日没时角^[9,10]; θ 为太阳光线相对于倾斜面的入射角, 其余弦为

$$\cos \theta = \sin \alpha \sin \beta \cos \delta \sin \omega + u \sin \delta + v \cos \delta \cos \omega, \quad (3)$$

式中 $u = \sin \phi \cos \alpha - \cos \phi \sin \alpha \cos \beta$, $v = \cos \phi \cos \alpha + \sin \phi \sin \alpha \cos \beta$, α 为相对于水平面的倾斜角; β 为倾斜面的方位角, 正南为 0° , 顺时针方向为正; δ 为太阳赤纬; ϕ 为地理纬度, 北纬为正。 ω_s 也有三种情况:

$$\omega_s = \begin{cases} 0 \text{ (极夜)}, \\ \arccos(-\operatorname{tg} \phi \operatorname{tg} \delta) \text{ (非极地)}, \\ \pi \text{ (极昼)}. \end{cases} \quad (4)$$

(1), (2) 两式的积分结果为:

$$S_{0t} = \begin{cases} 0, \\ \frac{I_0 \tau}{2\pi r^2} [u \sin \delta (\omega_{ss} - \omega_{sr}) + v \cos \delta (\sin \omega_{ss} - \sin \omega_{sr}) \\ \quad - \sin \alpha \sin \beta \cos \delta (\cos \omega_{ss} - \cos \omega_{sr})], \\ \frac{I_0 \tau}{2\pi r^2} \{ [u \sin \delta (\omega_{ss1} - \omega_{sr1}) + v \cos \delta (\sin \omega_{ss1} - \sin \omega_{sr1}) \\ \quad - \sin \alpha \sin \beta \cos \delta (\cos \omega_{ss1} - \cos \omega_{sr1})] \\ \quad + [u \sin \delta (\omega_{ss2} - \omega_{sr2}) + v \cos \delta (\sin \omega_{ss2} - \sin \omega_{sr2}) \\ \quad - \sin \alpha \sin \beta \cos \delta (\cos \omega_{ss2} - \cos \omega_{sr2})] \}; \end{cases} \quad (5)$$

$$S_0 = \begin{cases} 0, \\ \frac{I_0 \tau}{\pi r^2} (\cos \delta \cos \phi \sin \omega_r + \omega_r \sin \delta \sin \phi). \end{cases} \quad (6)$$

利用以上基本公式可以计算任意纬度、任意日期、任意方位倾斜面上的天文辐射日总量。对于一日以上各时段总量的计算, 现有两种简化方法。一种是特征赤纬法^[6], 另一种是 Taylor 近似法^[2]。但这两种近似方法都有一定的适应范围。

2. 特征赤纬法的局限性

特征赤纬法也称平均日法或代表日法, 主要用于天文辐射月值计算。每月选取一个日期 (对应于固定赤纬), 使该日的天文辐射总量最接近月平均日总量, 称此日为该月的代表日。

Klein^[4] 提出的 1 至 12 月份的代表日分别为各月的第 17, 16, 16, 15, 15, 11, 17, 16, 15, 15, 14, 10 日。本文计算分析表明, 这种方法对于每天都有太阳直接照射的那些月份是近似成立的, 例如非极地的水平面情况以及南、北温带 ($23^{\circ}27' < |\phi| < 66^{\circ}33'$) 某些方位的倾斜面情况。但当某月只有部分日子得到太阳直接照射, 而其它日子无照射时, 就会出现明显的误差, 例如极地的情况。在北极点, 3 月份春分日以前的日子没有太阳照射, 而春分后每天都有照射。如取 3 月 16 日为代表日, 则正好在春分之前, 因此得到全月任何坡面天文辐射总量 $S_{0,m}$ 都为零。但这一结果误差太大。当北极点分别设置倾角为 $0^{\circ}, 15^{\circ}, 30^{\circ}, 45^{\circ}, 60^{\circ}, 75^{\circ}$ 和 90° 的倾斜面时, 本文通过每日累加计算得到的 3 月份的 $S_{0,m}$ 分别为 52, 134, 231, 312, 372, 407 和 415 MJ/m², 倾角 45° 时的 $S_{0,m}$ (312 MJ/m²) 约相当于北纬 40° 处 3 月份水平面天文辐射总量 (864 MJ/m²) 的 36%。可见与零的差别很大, 而且倾角越大, 误差也越大。这个例子表明, 特征赤纬法不能用于非水平面天文辐射全球分布的准确计算。

3. Taylor 近似法的适应范围

文献 [2] 所用的 Taylor 近似方法能以较高的精度适应于中国纬度范围和倾角小于 60° 的情况。但用于更高的纬度和其它倾角情况时将会遇到一定困难。比如两极地区, 由于极昼和极夜的起止日期随纬度而变, 因而不能得到一定纬度范围内 ω_t 的固定表达式, 因此也就难以得到适应于各纬度的计算总量的普遍公式。

4. 精确累计法

鉴于以上两种近似方法所遇到的困难, 本文采用逐日求和的精确累计法。这种方法相对于前两者来说是精确的, 而且能够方便地用于任意纬度天文辐射的月值和年值计算。设 $S_{0,m}$ 和 $S_{0,y}$ 分别代表倾斜面天文辐射月总量和年总量, $\overline{S_{0,m}}$ 和 $\overline{S_{0,y}}$ 分别代表月平均和年平均日总量, 则有

$$S_{0,m} = \sum_{n=i}^j S_{0t}(n), \quad \overline{S_{0,m}} = \frac{1}{j-i+1} \sum_{n=i}^j S_{0t}(n), \quad (7)$$

$$S_{0,y} = \sum_{n=1}^{365} S_{0t}(n), \quad \overline{S_{0,y}} = \frac{1}{365} \sum_{n=1}^{365} S_{0t}(n). \quad (8)$$

式中 n 为一年中从 1 月 1 日开始的天数 (对应于 δ); i 和 j 为某月的第一天和最后一天的天数, 从 1 月 1 日起算。用同样方法可以得到水平面天文辐射月总量 $S_{0,m}$ 和年总量 $S_{0,y}$, 以及它们的月均值 $\overline{S_{0,m}}$ 和年均值 $\overline{S_{0,y}}$ 。

三、 S_{0t} 的全球分布

图 1(a)–(c) 分别给出北半球各纬度 $\alpha = 90^{\circ}$ 时春分日、夏至日和冬至日天文辐射日总量 S_{0t} 随方位的变化。

图 1(a) 表明, 除北极点外, 其它所有纬度春分日东(西)铅直面上的 S_{0t} 都相同。由 (5) 式可以证明, 在这种情况下 $S_{0t} = (I_0 \tau) / (2\pi r^2)$ 。由于 r 在一日之内变化很小, 所以 S_{0t} 可视为常数。而在其它倾角情况下, 不存在这种现象(图略)。以方位 $\pm 90^{\circ}$ 为分界, 偏南各方位 S_{0t} 随纬度增加而增加, 越近正南方位, 增加的幅度越大。在方位 $\pm 90^{\circ}$ 至 $\pm 180^{\circ}$ 范围内, S_{0t} 随纬度的增加而减小, 并在方位 180° 处变为零(北极点除外)。在北极点 (90°N) 处, 春分点前

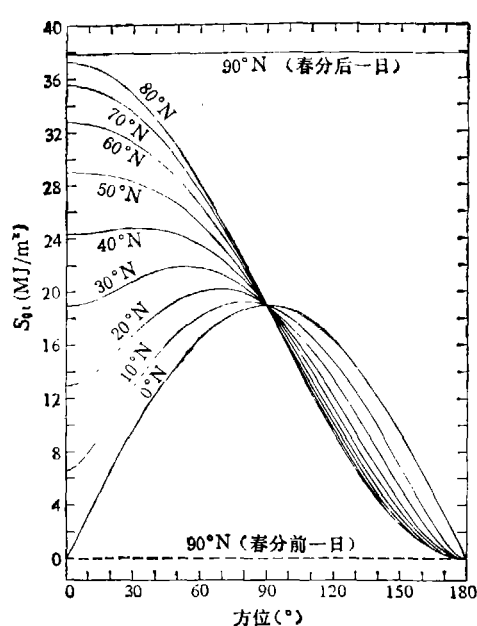


图 1(a) 春分日北半球各纬度 S_{0t} 随方位的变化 ($\alpha = 90^\circ$)

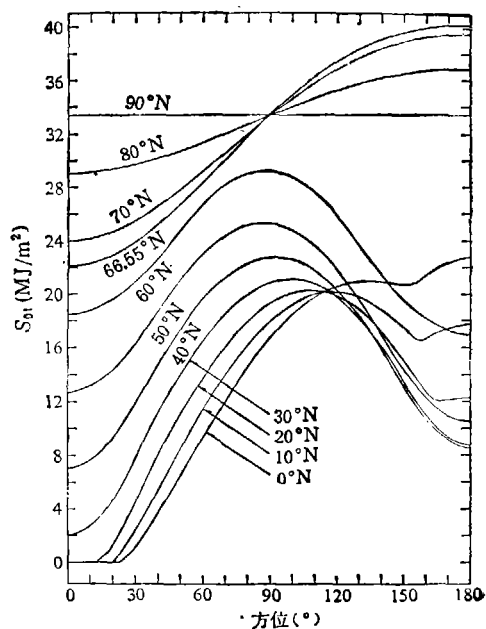


图 1(b) 夏至日北半球各纬度 S_{0t} 随方位的变化 ($\alpha = 90^\circ$)

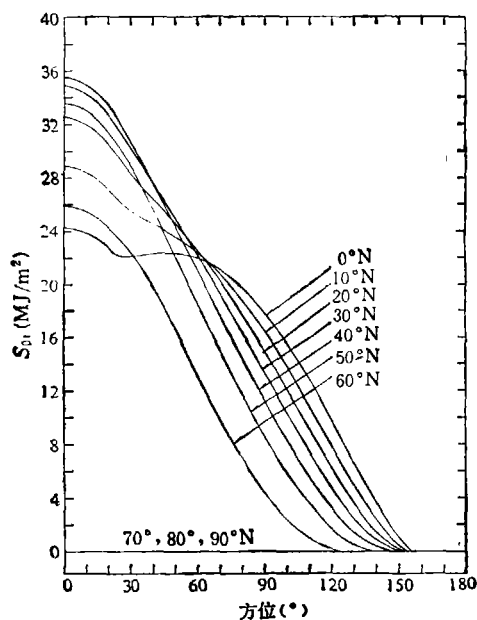


图 1(c) 冬至日北半球各纬度 S_{0t} 随方位的变化 ($\alpha = 90^\circ$)

后 S_{0t} 有突变, 春分前一日 S_{0t} 为零, 春分后一日 $S_{0t} = 37.9 \text{ MJ/m}^2$.

图 1(b) 表明, 在极地各纬度上, 夏至日东(西)铅直面上的 S_{0t} 不随纬度变化. 由 (5) 式可以证明, 在这种情况下 $S_{0t} = ((I_0 \tau) / (\pi r^2)) \cos 23.45^\circ$. 进一步计算表明, 如果某日北极圈以北某一纬度范围都处于极昼 (这一纬度范围的大小依赖于日期或 δ), 那么此日在该纬度范围内

东(西)铅直面上的 S_{0i} 也不随纬度变化,而且可以证明 $S_{0i} = ((I_0 \tau) / (\pi r^2)) \cos \delta$ 。由于 δ 和 r 在一日内变化很小,所以 S_{0i} 又可视作常数。这一规律在其它倾角情况下不存在(图略)。夏至日在 $0^\circ - 36^\circ \text{N}$ 范围内北向铅直面的 S_{0i} 随纬度增加而减小,在 $36^\circ - 66.55^\circ \text{N}$ 范围内随纬度增加而增加,并在 66.55°N 处达到最大,在 $66.55^\circ - 90^\circ \text{N}$ 范围内又随纬度的增加而减小。

冬至日北半球南向铅直面的 S_{0i} 在 $0^\circ - 39^\circ \text{N}$ 范围内随纬度增加而增加,在 $39^\circ - 66.55^\circ \text{N}$ 范围内随纬度增加而减小, 66.55°N 以北全为零(见图 1(c))。

计算分析表明,南半球某纬度某日(赤纬为 δ) 给定倾角下方位 $\pm \beta$ 处的 S_{0i} 近似等于北半球对应纬度、赤纬为 $-\delta$ 、方位为 $\pm(180^\circ - \beta)$ 处的数值,可称为反向近似对称。越近二分点的日子,近似程度越高。

由图 1 和进一步计算发现,在春分—夏至—秋分期间内任何一天,北半球给定倾角下各方位的 S_{0i} 都收敛于北极点(即北极点的 S_{0i} 不随方位变化,只随倾角变化)。而南半球各方位的 S_{0i} 都以零值收敛于纬度 $-90^\circ + \delta$ 处。当日期由夏至向二分点接近时,收敛点也向南极点靠近。相反地,在秋分—冬至—春分期间内任何一天,北半球各方位的 S_{0i} 以零值收敛于纬度 $90^\circ + \delta$ 处,随着日期向二分点接近,收敛点则向北极点接近。而南半球给定倾角下各方位的 S_{0i} 都收敛于南极点。可以把这种现象称为各方位 S_{0i} 的向极收敛。

四、 $\overline{S_{0im}}$ 的全球分布

图 2(a)—(c) 分别为 $\alpha = 30^\circ, 60^\circ$ 和 90° 时 1 月 $\overline{S_{0im}}$ 的全球分布。可以发现,南极点处三个倾角下各方位的 $\overline{S_{0im}}$ 分别交于三个点。即当 $\alpha = 30^\circ, 60^\circ$ 和 90° 时 $\overline{S_{0im}}$ 分别为 41.0, 43.0 和 36.3 MJ/m^2 。说明南极点处 1 月的 $\overline{S_{0im}}$ 只随倾角变化,而不随方位变化。而该月北半球各方位的 $\overline{S_{0im}}$ 都以零值收敛于大约 72°N 处。当月份向二分点所在月份接近时,收敛纬度也向北极点接近。这就是各方位 $\overline{S_{0im}}$ 的向极收敛现象。表 1 给出南、北极点处各月 $\overline{S_{0im}}$ 和全

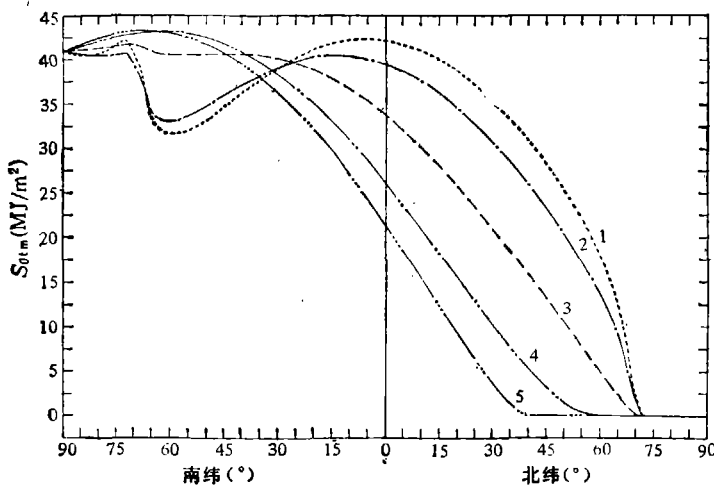


图 2(a) 1 月 $\overline{S_{0im}}$ 的全球分布 ($\alpha = 30^\circ$)

(1——南向, 2——东南(西南)向, 3——东(西)向, 4——东北(西北)向, 5——北向)

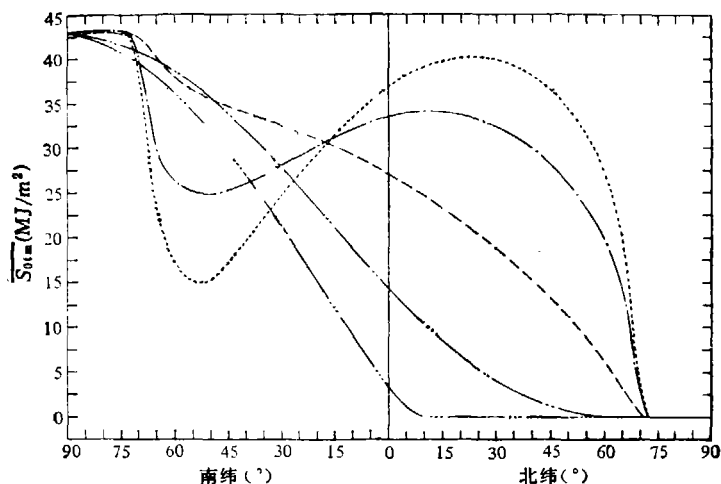


图 2(b) 1 月 $\overline{S_{0em}}$ 的全球分布 ($\alpha = 60^\circ$)
(图例同图 2(a))

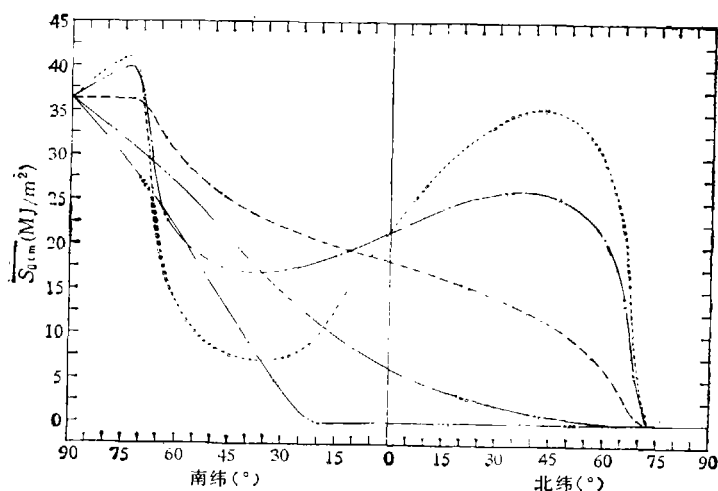


图 2(c) 1 月 $\overline{S_{0em}}$ 的全球分布 ($\alpha = 90^\circ$)
(图例同图 2(a))

年的 $\overline{S_{0ey}}$ 随倾角变化的数值, 其中每一数值都是针对各个方位的。

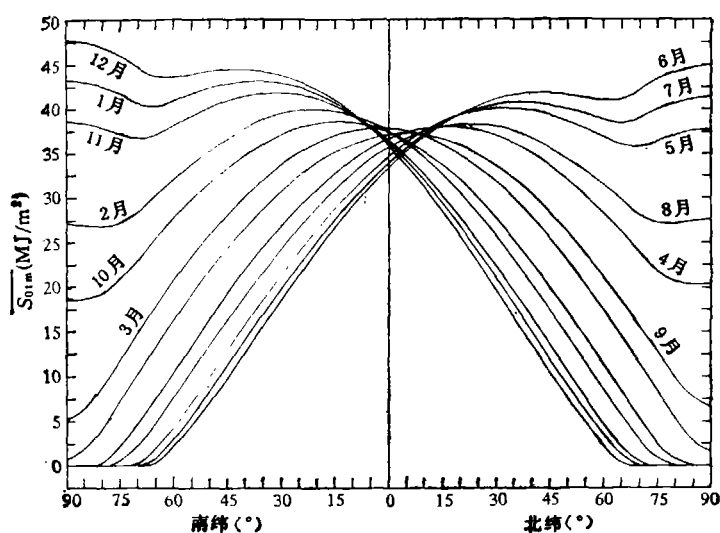
已经得到任意纬度各方位各倾角下每月 $\overline{S_{0em}}$ 分布的图表(略)。可以发现, 南半球某纬度给定倾角下方位 $\pm\beta$ 处 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12 月的 $\overline{S_{0em}}$ 分别近似等于北半球相应纬度和倾角下方位 $\pm(180^\circ - \beta)$ 处 7, 8, 9, 10, 11, 12, 1, 2, 3, 4, 5, 6 月的 $\overline{S_{0em}}$ 。近似关系是由日地距离和太阳赤纬的共同作用造成的。但差别较大的只是那些冬夏对称月份, 如 1 月—7 月, 12 月—6 月, 最大相对误差可达 6% 左右。越近二分日的月份, 其对应误差越小。这就是南北半球天文辐射月值的反向近似对称情况。

表 1 南、北极点处不同倾角下的 $\overline{S_{01m}}$ 和 $\overline{S_{01y}}$

	倾角 (°)	$\overline{S_{01m}}(\text{MJ/m}^2)$												$\overline{S_{01y}}$ (MJ/m^2)
		1月	2月	3月	4月	5月	6月	7月	8月	9月	10月	11月	12月	
北 极 点	0	0	0	1.7	20.5	37.7	44.9	41.4	27.5	6.6	0	0	0	15.1
	10	0	0	3.2	20.6	37.1	44.2	40.8	27.1	8.6	0	0	0	15.2
	20	0	0	5.4	23.9	35.8	42.2	39.0	28.2	12.7	0	0	0	15.7
	30	0	0	7.4	28.2	37.0	41.0	39.0	31.5	16.6	0	0	0	16.8
	40	0	0	9.3	32.0	38.7	41.6	40.1	34.5	20.1	0	0	0	18.1
	50	0	0	10.8	35.0	39.9	41.8	40.7	36.8	23.0	0	0	0	19.1
	60	0	0	12.0	37.1	40.1	41.1	40.5	38.1	25.2	0	0	0	19.6
	70	0	0	12.9	38.1	39.3	39.6	39.3	38.3	26.7	0	0	0	19.6
	80	0	0	13.3	37.9	37.5	37.0	37.1	37.5	27.4	0	0	0	19.1
	90	0	0	13.4	36.7	34.7	33.5	33.9	35.6	27.2	0	0	0	18.0
南 极 点	0	43.2	27.1	5.4	0	0	0	0	0	0.8	18.7	38.6	47.7	15.1
	10	42.6	26.7	7.4	0	0	0	0	0	2.2	19.2	38.0	47.0	15.2
	20	40.7	28.4	11.1	0	0	0	0	0	3.8	23.0	36.7	44.8	15.7
	30	41.0	32.1	14.7	0	0	0	0	0	5.4	27.6	38.2	43.6	16.8
	40	42.3	35.4	17.9	0	0	0	0	0	6.8	31.7	40.2	44.2	18.1
	50	43.1	38.0	20.5	0	0	0	0	0	7.9	35.0	41.5	44.5	19.1
	60	43.0	39.5	22.6	0	0	0	0	0	8.9	37.2	41.8	43.8	19.6
	70	41.8	40.0	23.9	0	0	0	0	0	9.5	38.4	41.1	42.1	19.6
	80	39.5	39.3	24.6	0	0	0	0	0	9.9	38.5	39.3	39.4	19.1
	90	36.3	37.5	24.5	0	0	0	0	0	10.0	37.4	36.4	35.7	18.1

五、 $\overline{S_{01m}}$ 的全球分布

水平面上的 $\overline{S_{01m}}$ 有许多用途^[3,9]。现有的 $\overline{S_{01m}}$ 分布图或是限于纬度 $|\phi| \leq 60^\circ$ ，或是用月

图 3 $\overline{S_{01m}}$ 的全球分布

中日的计算值代替月均值, 不够精确. 图 3 给出用精确累计法得到的各月 $\overline{S_{0m}}$ 的全球分布 (I_0 取 1367 w/m^2). 在赤道附近, $\overline{S_{0m}}$ 的年变化最小.

六、 $\overline{S_{0\alpha}}$ 的全球分布

图 4(a)–(c) 分别给出倾角为 30° , 60° 和 90° 时各方位 $\overline{S_{0\alpha}}$ 的全球分布 (其它倾角情况下的分布图从略). 可以发现, 南半球某纬度给定倾角下方位 $\pm\beta$ 处的 $\overline{S_{0\alpha}}$ 几乎等于北半球相应纬度和倾角下 $\pm(180^\circ - \beta)$ 处的 $\overline{S_{0\alpha}}$, 各种情况下的相对误差最多不超过 4%. 因此对年总量 $S_{0\alpha}$ 而言, 南北半球几乎达到准确的反向对称, 而且反向只指方位, 不涉及季节. 在赤道上, 南、北方位的 $\overline{S_{0\alpha}}$ 数值相同, 东南(西南)和东北(西北)方位的数值也相同, 而且各方位 $\overline{S_{0\alpha}}$ 从大到小的排列次序都为东(西)向、东南(西南)或东北(西北)向、南(北)向. 对北半球而言, 高于一定纬度时, 各方位 $\overline{S_{0\alpha}}$ 由大到小的排列次序变为南、东南(西南)、东(西)、东北(西北)和北向. 该纬度界限值随倾角的增大而增大, 当倾角由 0° 变到 90° 时, 界限值由赤道变到大约 40° N . 南半球的情况类似, 只是各方位 $\overline{S_{0\alpha}}$ 的排列次序相反. 在赤道附近一定纬度范围内, 各方位的 $\overline{S_{0\alpha}}$ 都小于水平面上的相应数值. 倾角越大, 该范围越大. 当倾角由 0° 变到 90° 时, 这一纬度范围由 0° 变到大约 $\pm 48^\circ$. 在该纬度范围内, 倾角越大, 则各方位 $\overline{S_{0\alpha}}$ 的数值越小. 南、北方位 $\overline{S_{0\alpha}}$ 的差值在赤道为零, 随着纬度增高, 该差值也逐渐变大, 一般在中纬地区达到最大. 纬度再高, 则各方位 $\overline{S_{0\alpha}}$ 的差值越来越小, 并且仅仅在极点处达到各方位完全相同. 因此, $\overline{S_{0\alpha}}$ 只收敛于极点, 这与 $\overline{S_{0m}}$ 和 $S_{0\alpha}$ 有所不同. 极点处 $\overline{S_{0\alpha}}$ 随倾角的变化见表 1.

图 5 为北半球各纬度铅直面上 $\overline{S_{0\alpha}}$ 随方位的变化. 在纬度 0° 至 40° N 范围内 $\overline{S_{0\alpha}}$ 随方位的分布呈双峰型. 赤道上双峰点出现于方位 $\pm 90^\circ$, 随着纬度升高, 双峰点渐渐向零方位逼近. 大约在 45° N 以北全都变为单峰分布, 最大单峰值出现于 60° N . 纬度再高, 单峰值逐渐下降, $\overline{S_{0\alpha}}$ 随方位的变化越来越小, 并在 90° N 处达到不随方位变化. 这就从另一角度说明了 $\overline{S_{0\alpha}}$ 的向极收敛.

图 4 表明, 由赤道向极地变化时, 东(西)方位倾斜面上的 $\overline{S_{0\alpha}}$ 一般呈单调下降的趋势, 但

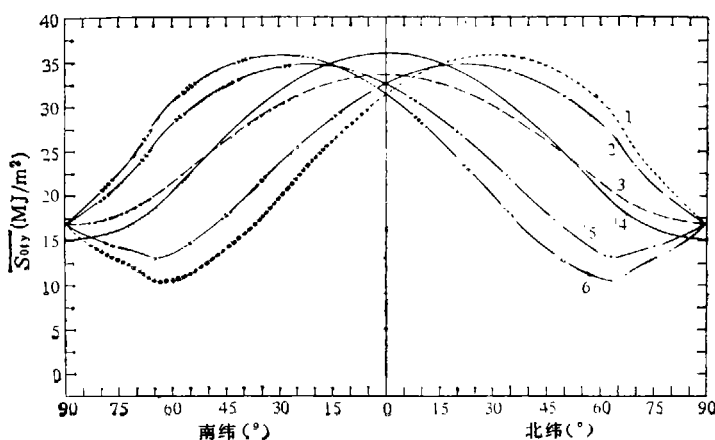
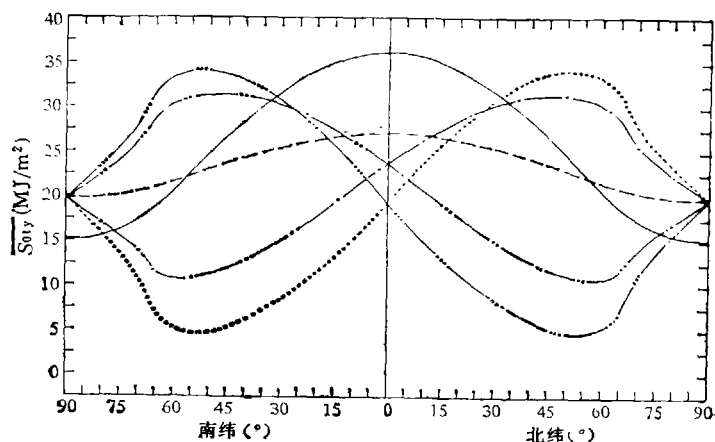
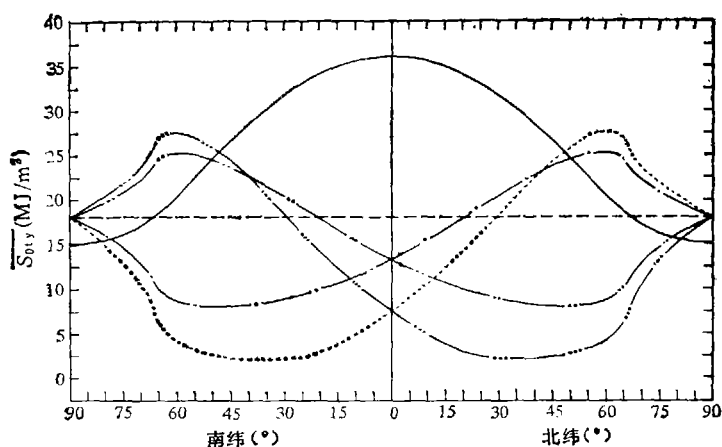


图 4(a) $\overline{S_{0\alpha}}$ 的全球分布 ($\alpha = 30^\circ$)

(1—3——图例同图 2(a), 4——水平面, 5——东北(西北)向, 6——向北)

图 4(b) $\overline{S_{0ry}}$ 的全球分布 ($\alpha = 60^\circ$)

(图例同图 4(a))

图 4(c) $\overline{S_{0ry}}$ 的全球分布 ($\alpha = 90^\circ$)

(图例同图 4(a))

随着倾角的增加,下降的幅度也越来越小。文献[2]的计算结果实际上也在 $0^\circ-60^\circ$ 倾角范围内说明了这一特征。值得注意的是,当倾角增至 90° 时,东(西)方位的 $\overline{S_{0ry}}$ 就不再随纬度变化,达到各纬度都相同的数值(约 18 MJ/m^2),在图 5 中的表现是各纬度 $\overline{S_{0ry}}$ 的方位变化曲线都在方位 $\pm 90^\circ$ 处交于一点。这一规律有必要从另一角度加以证明,分以下三种情况:

(1) 非极地 ($0 < |\phi| < 66.55^\circ$)

取东向铅直面,因此有 $\alpha = 90^\circ$, $\beta = -90^\circ$, $u = v = 0$, $\omega_{ss} = 0$,

$$\omega_{sr} = -\arccos(-\operatorname{tg} \phi \operatorname{tg} \delta),$$

由(5)式得到 $S_{0r} = ((I_0 \tau) / (2\pi r^2)) [\cos \delta (1 + \operatorname{tg} \phi \operatorname{tg} \delta)]$ 。由于在一年的 dt 时段内倾斜面上可获得的天文辐射总量 $dS_{a\beta}$ 可表示为:

$$dS_{a\beta} = (S_{0r} / \tau) dt. \quad (9)$$

考虑到太阳黄经 λ 与赤纬 δ 之间的关系 $\sin \delta = k \sin \lambda$, 以及 λ 和时间 t 的关系

$$dt = (Tr^2)/(2\pi(1-e^2)^{0.5})d\lambda,$$

其中 $k = \sin 23.45^\circ$, T 为一年的时间长, e 为地球公转轨道的椭圆偏心率。设 t_1, t_2 和 δ_1, δ_2 分别代表冬至、夏至日的时间和对应太阳赤纬, 则非极地范围内东(西)铅直面上天文辐射年总量 S_{0ty} 可表示为:

$$\begin{aligned} S_{0ty} &= 2 \int_{t_1}^{t_2} (S_{0t}/\tau) dt = 2 \int_{t_1}^{t_2} \frac{I_0}{2\pi r^2} \cos \delta (1 + \operatorname{tg} \phi \operatorname{tg} \delta) dt \\ &= \frac{I_0 T}{2\pi^2 \sqrt{1-e^2}} \int_{\delta_1}^{\delta_2} (\cos \delta + \operatorname{tg} \phi \sin \delta) \frac{\cos \delta}{k \cos \lambda} d\delta \\ &= \frac{I_0 T}{2\pi^2 \sqrt{1-e^2}} \int_{\delta_1}^{\delta_2} \frac{\cos^2 \delta}{\sqrt{k^2 - \sin^2 \delta}} d\delta + \frac{I_0 T \operatorname{tg} \phi}{2\pi^2 \sqrt{1-e^2}} \int_{\sin \delta_1}^{\sin \delta_2} \frac{\sin \delta}{\sqrt{k^2 - \sin^2 \delta}} d \sin \delta. \quad (10) \end{aligned}$$

(10) 式右端最后一项的积分结果为:

$$\begin{aligned} &[(I_0 T \operatorname{tg} \phi)/(2\pi^2 \sqrt{1-e^2})] \\ &\cdot (-\sqrt{k^2 - \sin^2 \delta}) \Big|_{\delta_1}^{\delta_2}, \end{aligned}$$

因 $\sin^2 \delta_1 = \sin^2 \delta_2 = k^2$, 所以上式结果为零。而 (10) 式等号右端第一项可化为 Legendre 第二类椭圆积分, 或用数值积分, 其近似结果为 3。因此有

$$\begin{aligned} S_{0ty} &\cong (3I_0 T)/(2\pi r^2 \sqrt{1-e^2}) \\ &= 6552 \text{ MJ/m}^2, \end{aligned}$$

$\bar{S}_{0ty} \cong 18 \text{ MJ/m}^2$ 。由此证明, 在非极地范围内东(西)铅直面上的 S_{0ty} 或 $\bar{S}_{0ty}$ 不随纬度变化。

(2) 极点 ($\phi = \pm 90^\circ$)

只是在夏半年有日射, 而且

$$\omega_{ss} = 0, \quad \omega_{st} = -\pi,$$

设 t_3 代表春分日的时间, 因此有

$$\begin{aligned} S_{0ty} &= 2 \int_{t_3}^{t_2} \frac{I_0}{2\pi r^2} \cos \delta (1 + 1) dt \\ &= \frac{I_0 T}{\pi^2 \sqrt{1-e^2}} \int_0^{\delta_2} \frac{\cos^2 \delta}{\sqrt{k^2 - \sin^2 \delta}} d\delta \cong 6552 \text{ MJ/m}^2. \quad (11) \end{aligned}$$

(3) 极地某纬度 ($66.55^\circ < |\phi| < 90^\circ$)

这时可把一年中有日射的时间按赤纬 δ 分为两段, 以北半球为例, 一段为

$$[-(\pi/2 - \phi), (\pi/2 - \phi)],$$

另一段为 $[(\pi/2 - \phi), \delta_2]$, 并取两段积分的二倍, 得到

$$S_{0ty} = \frac{I_0 T}{2\pi^2 \sqrt{1-e^2}} \int_{-(\pi/2-\phi)}^{\pi/2-\phi} \frac{\cos^2 \delta}{\sqrt{k^2 - \sin^2 \delta}} d\delta + \frac{I_0 T \operatorname{tg} \phi}{2\pi^2 \sqrt{1-e^2}} (-\sqrt{k^2 - \sin^2 \delta}) \Big|_{-(\pi/2-\phi)}^{\pi/2-\phi}$$

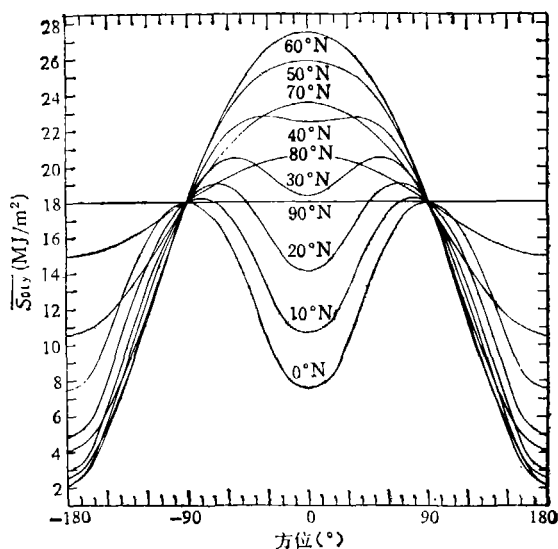


图 5 北半球各纬度铅直面上 $\bar{S}_{0ty}$ 随方位的变化

$$+ \frac{l_0 T}{\pi^2 \sqrt{1-e^2}} \int_{\pi/2-\phi}^{\delta_1} \frac{\cos^2 \delta}{\sqrt{k^2 - \sin^2 \delta}} d\delta. \quad (12)$$

(12) 式等号右端第二项仍为零, 其余两项各自随 ϕ 变化, 但积分计算表明, 它们的和却不随 ϕ 变化, $S_{0,y}$ 仍为 6552 MJ/m^2 .

由于 (10) — (12) 式结果都相同, 因此就在所有纬度范围内证明了东(西)铅直面上的 $S_{0,y}$ 或 $\overline{S_{0,y}}$ 不随纬度变化。同时也表明, 本文用精确累计法得到的结果是准确可靠的。

七、结 语

与前人工作相比, 本文的作用在于: 把非水平面天文辐射各时段总量的计算方法扩展到任意纬度, 得到了全球范围内 S_{0i} , S_{0im} 和 $S_{0,y}$ 分布的系统图象, 从而使非水平面天文辐射的理论规律更加丰富和完善。对比验证表明, 本文得到的结果是准确可靠的, 因此所用方法也是有效的。根据这些方法得到的许多分布图给出了倾斜面天文辐射各时段特征量随纬度的细致变化, 有利于全球范围内任意地点的实际应用。

参 考 文 献

- [1] Fuh Baw-puh, *Scientia Sinica*, 8(1959), 700—726.
- [2] 傅抱璞, 南京大学学报(自然科学), 1958, 1: 47—82.
- [3] 傅抱璞, 山地气候, 科学出版社, 北京, 1983.
- [4] Klein, S. A., *Solar Energy*, 19(1977), 325—329.
- [5] Nicholls, R. L. and Child, T. N., *ibid.*, 22(1979), 91—97.
- [6] Iqbal, M., *An Introduction to Solar Radiation*, Academic Press, Canada, 1983, 61—62.
- [7] Marcus, T. A. and Morris, E. N., *Building, Climate and Energy*, Pitman Publishing Limited, London, 1980, 264—267.
- [8] Fröhlich, C. and Brusa, R. W., *Sol. Phys.* 74(1981), 209—215.
- [9] 朱志辉, 地理学报, 42(1987), 28—41.
- [10] 朱志辉, 中国科学 B 辑, 1987, 12: 1340—1347.